УДК 539.47

А. АБДЫЖАПАР
А.ABDYJAPAR
E.mail. ksucta@elcat.kg

О ХАРАКТЕРИСТИКЕ КОНИЧЕСКОЙ ПРУЖИНЫ С ПОСТОЯННЫМ УГЛОМ ПОДЪЕМА И ЕЕ ОСТАТОЧНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЯХ

ABOUT THE CHARACTERISTIC OF CONICAL SPRING WITH A CONSTANT ANGLE OF ASCENT AND ITS RESIDUAL MOVEMENTS

Бул иште фасондук пружинасынын мүнөздөмөлөрүн жөнөкөйлөтүлгөн куруунун методу сунуш кылынды жана октук жүктүн аракетинин жылышуусунун калдыгын көз карандылыгы алынды.
Ачкыч сөздөр: *фасондук пружинасы, форманын эстөө эффекти, калдык жылышуу.*

В данной работе предложен упрощенный метод построения характеристики фасонной пружины, а также получена зависимость остаточных перемещений от действия осевой нагрузки.
Ключевые слова: *фасонная пружина, эффект памяти формы, остаточные перемещения.*

In this paper proposes a simplified method for constructing characteristics shaped springs, as well as the dependence of residual movement from the action of axial load.
Keywords: *shaped spring, shape memory effect, residual movement.*

Как известно, пружины рассчитывается в основном в упругой области деформирования /1/. С появлением новых материалов, обладающих с эффектом памяти формы, становится актуальным вопрос рассмотрения поведения пружины и в неупругой области деформирования. При этом считаем, что неупругие деформации в пружине обусловлены только фазовыми превращениями, т.е. данная пружина может восстанавливать свою форму при температурном воздействии в области температур фазовых переходов, а также развивать реактивные усилия при формо осстановлении в стесненных условиях.
упругой, так и в неупругой области деформирования.

Рассмотрим коническую пружину, работающую на растяжение и изготовленную из проволоки, обладающей эффектом памяти формы. В работе /2/ нами принята характеристика материала с линейным упрочнением. С учетом этого в данной работе получена диаграмма деформирования конической пружины, т.е. зависимость осевых перемещений λ от растягивающих усилий P. Для построения этой зависимости исходим из геометрического соотношения, которое справедливо для работы пружины в упругой и неупругой областях

$$d\lambda = Rd\beta, \quad (1)$$

где R – радиус пружины, $d\beta$ – угол закручивания элемента длиной $ds - Rd\varphi$.

Здесь φ – угловая координата пружины.

Учитывая, что относительный угол закручивания $\theta - d\beta/ds$, перепишем формулу (1) в виде

$$d\lambda = R^2\theta d\varphi \quad (2)$$

Исходим из формул (1) и (2) при рассмотрении конической пружины с постоянным углом подъема, имеющую в плане логарифмическую спираль. Наименьший и наибольший радиусы этой пружины обозначим R_1 и R_2, количество витков i. Значения крутящего момента и относительного угла закручивания, при котором максимальное касательное напряжение равно пределу фазовой текучести материала $\tau_{\Phi T}$, обозначим через $M_{\Phi T}$ и $\theta_{\Phi T}$. Они определяются следующими формулами

$$M_{\Phi T} = \tau_{\Phi T} W_\rho, \quad \theta = \frac{\tau_{\Phi T}}{G r_0}, \tag{3}$$

где W_ρ – момент сопротивления кручению, G – модуль сдвига, r_0 – радиус прутка.

Найдем величину силы, до которого пружина работает в упругой области деформирования. Очевидно, что она будет равна

$$P_{\Phi T} = \frac{M_{\Phi T}}{R_2} \tag{4}$$

Известно, что осевое перемещение конической пружины в пределах упругости дается следующей формулой [1]

$$\lambda_y = \frac{P(R_2^3 - R_1^3)}{3mG J_\rho}, \quad (0 \le P \le P_{\Phi T}) \tag{5}$$

где $m = \frac{1}{2\pi i} ln \frac{R_2}{R_1}$, J_ρ – полярный момент инерции прутка.

Для того, чтобы получить осевые перемещения пружины в неупругой области деформирования исходим из формулы (2), в которой мы применим зависимости относительного угла закручивания θ от крутящего момента M в виде /3/

$$\theta(M) = (a_0 + a_1 \frac{M}{M_{\Phi T}} + a_2 \frac{M^2}{M_{\Phi T}^2})\theta_{\Phi T}, \quad (\theta_{\Phi T} \le \theta \le \theta^*) \tag{6}$$

$$\theta(M) = (b_0 + b_1 \frac{M}{M_{\Phi T}})\theta_{\Phi T}, \qquad (\theta > \theta^*) \tag{7}$$

Смысл величины θ^* дано в работе [3].

Текущий радиус пружины в случае логарифмической спирали в плане будет

$$R - R_1 e^{m\varphi} \tag{9}$$

Теперь рассмотрим случай растяжения пружины силой $P_{\Phi T} \le P \le P_*$,
где

$$P_* = \frac{M_*}{R_2} \tag{10}$$

В этом случае пружина разделится на 2 части: упругую и неупругую.
Подставляя значение θ в упругой области в формулу (2) и интегрируя ее от нуля до $R_{\Phi T}$, получим осевое перемещение пружины (λ_y), обусловленное ее упругой частью

$$\lambda^y = \frac{P(R_{\Phi T}^3 - R_1^3)}{3mG J_\rho}, \tag{11}$$

где $R_{\Phi T}$ – граничный радиус пружины, отделяющий упругую зону от неупругой.
В неупругой части пружины используя формулу (6) и поступая аналогичным образом, получаем

$$\lambda^{ну} - \theta_{\Phi T} \left[\frac{a_0(R_2^2 - R_{\Phi T}^2)}{2m} + \frac{a_1 P(R_2^3 - R_{\Phi T}^3)}{3mM_{\Phi T}} + \frac{a_2 P^2 (R_2^4 - R_{\Phi T}^4)}{4mM_{\Phi T}^2} \right] \tag{12}$$

Таким образом, полное удлинение будет

$$\lambda = \lambda^y + \lambda^{ну} \tag{13}$$

При дальнейшем увеличении нагрузки $P \ge P_*$ появляются 3 зоны [3]. В общем виде перемещение зон пружины можно представить следующей формулой

$$\lambda = \frac{P(R_{\Phi T}^3 - R_1^3)}{3mG J_\rho} + \theta_{\Phi T} \left[\frac{a_0(R_*^2 - R_{\Phi T}^2)}{2m} + \frac{a_1 P(R_*^3 - R_{\Phi T}^3)}{3mM_{\Phi T}} + \frac{a_2 P^2 (R_*^4 - R_{\Phi T}^4)}{4mM_{\Phi T}^2} + \quad + \frac{b_0(R_2^2 - R_*^2)}{2m} + \frac{b_1 P(R_2^4 - R_*^4)}{3mM_{\Phi T}} \right], \tag{14}$$

Здесь $R_* = \frac{M_*}{P}$ – радиус пружины, отделяющий ее части, где приняты зависимости (6) и (7).

При дальнейшем увеличении силы $P \geq P_{**}$, где $P_{**} = \frac{M_*}{R_1}$, остаются 2 зоны (упругая часть пружины исчезает). При этом перемещение будет равно

$$\lambda - \theta_{\Phi\text{Т}}\left[\frac{a_0(R_*^2-R_1^2)}{2m}+\frac{a_1P(R_*^3-R_1^3)}{3mM_{\Phi\text{Т}}}+\frac{a_2P^2(R_*^4-R_1^4)}{4mM_{\Phi\text{Т}}^2}+\frac{b_0(R_2^2-R_*^2)}{2m}+\frac{b_1P(R_2^3-R_*^3)}{3mM_{\Phi\text{Т}}}\right] \quad (15)$$

Таким образом, мы получили формулы, описывающие деформации пружины при изменении нагрузки от 0 до $P \geq P_{**}$.

. Получим остаточные перемещения для каждой стадии. Они вычисляются по формуле

$$\lambda_{\text{ост}} = \lambda - \lambda_{\text{у}} \quad (16)$$

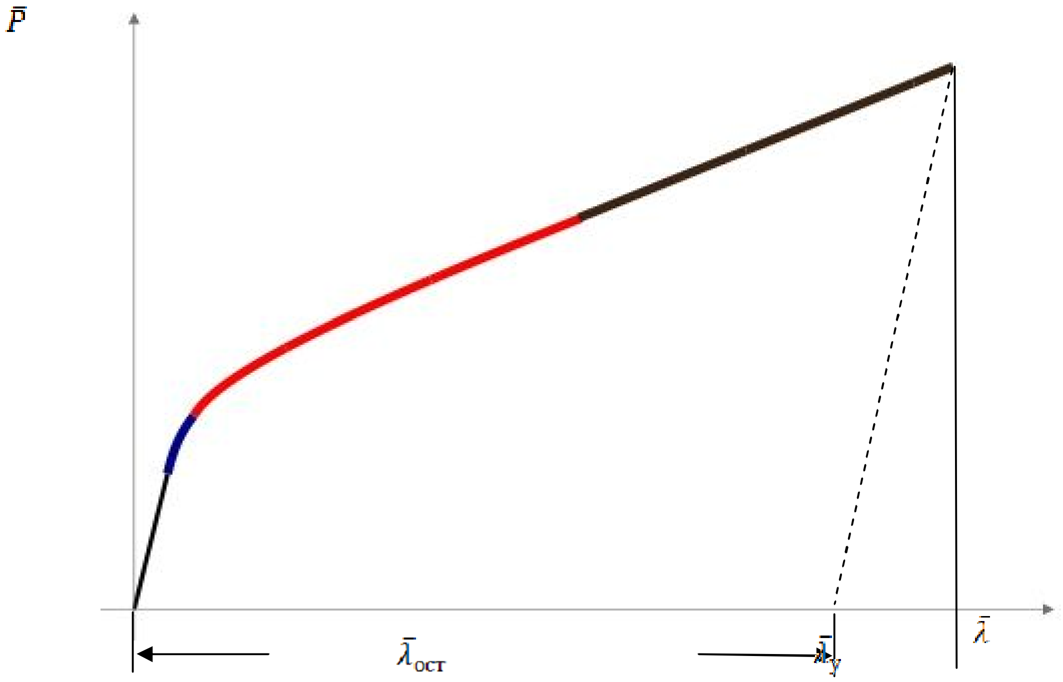

Рис. 1. Показывается схематически смысл формулы (16)

С учетом формулы (16) построим безразмерный график $\bar{P} \sim \bar{\lambda}_{\text{ост}}$ для $n = 0.01$.
Где n – линейный параметр упрочнения.
Очевидно, в 1 стадии $\lambda_{\text{ост}} = 0$.

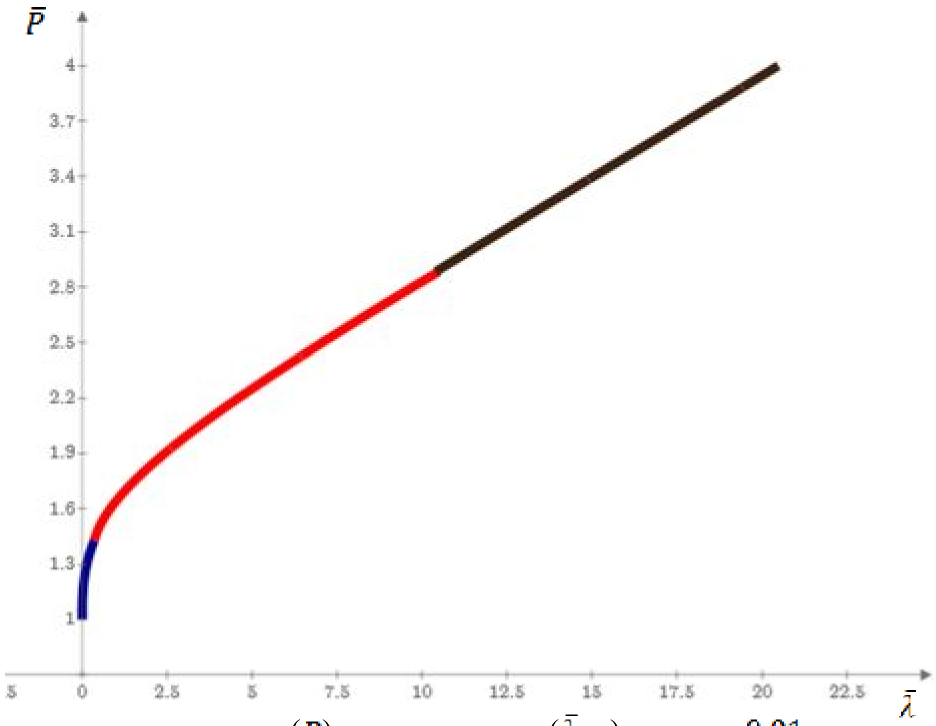

Рис. 2. Зависимость нагрузка (P) –перемещение ($\bar{\lambda}_{ост}$) для $n = 0.01$

По полученным формулам остаточных перемещений можно найти реактивные усилия пружины, обладающей свойством эффекта памяти формы.

Список литературы

1. Пономарев С.В. Расчет упругих элементов машин и приборов [Текст] / С.В. Пономарев, Л.Е. Андреева. - М.: Машиностроение, 1980. – 326 с.
2. К вопросу определения осевых перемещений фасонных пружин [Текст] / Известия КГТУ им. И.Раззакова. - №31.- Бишкек: 2014.
3. Абдрахманов С.А. Кручение вала в неупругой области деформирования [Текст] / С.А. Абдрахманов, А.Абдыжапар. - Известия КГТУ им. И.Раззакова. - №30. – Бишкек: 2013.