УДК 539.3-034.1

МЕХАНИКА ДЕФОРМАЦИИ СЕРОГО ЧУГУНА ПРИ ПРОСТОМ НАГРУЖЕНИИ

Б.А. Рычков, И.В. Гончарова

По экспериментальным диаграммам осевого и окружного растяжений тонкостенных трубчатых образцов чугуна СЧ 15-32 установлены механические характеристики, отражающие его пластичность и свойство дилатансии.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние; упругость; пластичность; разрыхление; концепция скольжения; сопротивление сдвигу; пропорциональное нагружение.

MECHANICS DEFORMATION OF CAST IRON WITH A SIMPLE LOADING

B.A. Rychkov, I.V. Goncharova

According to experimental plots of the axial and circumferential tension walled tubular samples of SCh 15-32 cast iron the mechanical characteristics reflecting its plasticity and dilatancy property are established.

Key words: the intense deformed state; elasticity; plasticity; loosening; concept of sliding; resistance to shift; proportional loading.

1. Экспериментальные данные. Объектом исследования являлся серый чугун. В качестве образцов испытывались полые цилиндры, изготовленные из чугуна марки СЧ15-32¹. Экспериментально определены главные осевая, окружная (на внешней и внутренней поверхностях), радиальная и объемная деформации при различных траекториях нагружения. При теоретическом отображении поведения материала в расчет принимались только исходные экспериментальные данные по осевой и окружной ("внешней") деформации. Этих данных было достаточно для реализации поставленной задачи по моделированию неупругой деформации рассматриваемого материала.

2. Определение упругих постоянных. По начальному участку диаграммам деформации для осевого (рисунок 1) и окружного (рисунок 2) растяжений определялись упругие модули осевого и окружного растяжений (E_z , E_{φ}), а также соответствующие коэффициенты Пуассона:

$$E_{z} = \frac{\sigma_{z}}{\varepsilon_{z}} = 52885 \text{ (MIIa)}, E_{\varphi} = \frac{\sigma_{\varphi}}{\varepsilon_{\varphi}} = 78947 \text{ (MIIa)}.$$
$$v_{z\varphi} = \frac{\left|\varepsilon_{\varphi}\right|}{\varepsilon_{z}} = 0,1655, v_{\varphi z} = \frac{\left|\varepsilon_{z}\right|}{\varepsilon_{\varphi}} = 0,2368.$$

¹ Выражаем благодарность В.М. Жигалкину и О.М. Усольцевой за предоставленные первичные данные.



Рисунок 1 – Осевое растяжение (образец № 6)



Рисунок 2 – Окружное растяжение (образец № 15)

По значениям найденных таким образом упругих констант видно, что предположение об исходной изотропии материала не выполняется

Вестник КРСУ. 2015. Том 15. № 9

 $(E_z \uparrow E_{\phi})$. Поэтому была сделана проверка условия ортотропии материала:

$$E_z \cdot v_{\varphi z} = E_\varphi \cdot v_{z\varphi} \, .$$

Это условие выполняется с точностью до 5 %. Так как упругие константы определяются примерно с такой же точностью, то можно считать, что данный материал является ортотропным.

Согласно обобщенному закону Гука в рассматриваемом случае напряженно-деформированного состояния при наличии ортотропной симметрии компоненты тензора упругих деформаций определяются по формулам:

$$e_{z} = \frac{1}{E_{z}} \cdot \sigma_{z} - \frac{v_{\varphi z}}{E_{\varphi}} \cdot \sigma_{\varphi} ; \ e_{\varphi} = \frac{1}{E_{\varphi}} \cdot \sigma_{\varphi} - \frac{v_{z\varphi}}{E_{z}} \cdot \sigma_{z} .$$
(1)

3. Моделирование неупругой деформации. Как показал эксперимент В.А. Паняева [1, 2], трубчатый образец такой же марки чугуна (но изотропного в исходном состоянии) при испытании на чистое кручение за пределом упругости удлинялся в осевом направлении. Эта осевая деформация (как показано в [3, 4]) является результатом разрыхления, которое подчиняется гипотезе В.В. Новожилова [5] (подтвержденной экспериментально [6]), согласно которой оно развивается одновременно и равномерно во всех направлениях.

Полные неупругие деформации в осевом и в окружном направлении определяются по формулам:

$$\Gamma_z = \varepsilon_z - e_z, \ \Gamma_\varphi = \varepsilon_\varphi - e_\varphi, \tag{2}$$

где $\varepsilon_z, \varepsilon_{\varphi}$ – суммарные (замеренные в опыте) деформации.

Деформация дилатансии принимается равной полусумме неупругих деформаций Γ_z и Γ_{ω} :

$$\Gamma_d = \frac{\Gamma_z + \Gamma_\varphi}{2} \,. \tag{3}$$

Из формулы (3) следует, что чисто пластическая деформация ($\Gamma_z^{n,r}, \Gamma_a^{n,r}$) определяется по формулам:

$$\Gamma_{z}^{nn} = \Gamma_{z} - \Gamma_{d}, \quad \Gamma_{\varphi}^{nn} = \Gamma_{\varphi} - \Gamma_{d}. \tag{4}$$

По исходным табличным данным образцов \mathbb{N} 4, 6, 7, и 15 построены соответствующие диаграммы деформации $\varepsilon(\sigma)$, определены их (расчетные) упругие и неупругие деформации.

Используя полученные данные, определены их пределы текучести по допуску 0,025 % на остаточную максимальную главную деформацию: при осевом растяжении $\sigma_z^T = 26$ МПа; при окружном растяжении $\sigma_{\varphi}^T = 60$ МПа; при двухосном растяжении, когда $k = \frac{\sigma_z}{\sigma_{\varphi}} = 2$, $\sigma_z^T = 51$ МПа; при k = 0,53, $\sigma_{\varphi}^T = 57$ МПа.

По этим значениям пределов текучести построена поверхность текучести (рисунок 3), которая характеризует прочность материала в начальный период развития пластической деформации. На рисунке 3 видно, что у исследуемого чугуна двухосная прочность оказалась существенно выше одноосной в осевом направлении, когда реализуется состояние чистого сдвига при $\sigma_z = 2\sigma_{\varphi}$; такая ситуация характерна для подобных анизотропных материалов [7, 8].



Рисунок 3 – Поверхность текучести

По представленным выше формулам были определены компоненты неупругой деформации. Затем была проверена гипотеза, имеется ли единая зависимость для чисто пластической максимальной главной деформации в зависимости от разности между наибольшим главным напряжением и его значением на пределе упругости (который отождествляется с пределом текучести), т. е. зависимость в координатах $\Gamma_i^{na} \sim (\sigma_i - \sigma_i^T)$. Здесь σ_i^T ($i = z, \varphi$) – главное напряжение, соответствующее развитию главной пластической деформации от скольжения по площадке Π_{ij} ($j = z, \varphi, r$) действия главного касательного напряжения $\tau_{ij} = 0.5(\sigma_i - \sigma_j)$, на которой превышается предел

На рисунке 4 приведены графики зависимости $\Gamma_i^{nn}(\sigma_i - \sigma_i^T)$ для четырех исходных случаев пропорционального нагружения. Для случая осевого растяжения такая зависимость построена в координатах $\Gamma_z^{nn} \sim (\sigma_z - \sigma_z^T)$; для случая окружного растяжения – в координатах $\Gamma_{\varphi}^{nn} \sim (\sigma_{\varphi} - \sigma_{\varphi}^T)$. В случае, когда k = 2, то $\sigma_1 = \sigma_z$ и, соответственно $\Gamma_1^{nn} = \Gamma_z^{nn}$; когда k = 0,53: $\sigma_1 = \sigma_{\varphi}$ и $\Gamma_1^{nn} = \Gamma_{\varphi}^{nn}$. Полученные значения пластических дефор-

Полученные значения пластических деформаций Γ_i^{nn} представлены в виде единого ряда как функция от $(\sigma_i - \sigma_i^T)$. Эта функция аппроксимирована с помощью линии тренда $(y = \Gamma_i^{nn}, x = \sigma_i - \sigma_i^T)$, как показано на рисунке 4.

Согласно проведенной таким образом аппроксимации уравнение для чисто пластической деформации имеет вид:

$$\Gamma_{i}^{nn} = 2 \cdot 10^{-5} \left(\sigma_{i} - \sigma_{i}^{T} \right)^{2} + 0,24 \cdot 10^{-3} \left(\sigma_{i} - \sigma_{i}^{T} \right).$$
(5)



Рисунок 4 – Аппроксимация единой зависимости чисто пластической деформации



Рисунок 6 – Окружное растяжение (образец №15)

Если ввести коэффициент дилатансии λ как отношение деформации дилатансии Γ_d к компоненте чисто пластической главной деформации Γ_i^{nn} , то в общем случае он будет зависеть от вида напряженного состояния. Однако как показал проведенный анализ, в первом приближении для случаев одноосного и двухосного растяжений можно полагать $\lambda = 1$. Тогда, считая, что во всех случаях вида напряженного состояния происходит плоскопластическая деформация, имеем:

при осевом растяжении:

$$\Gamma_{z} = 2\Gamma_{z}^{nn}, \ \Gamma_{\varphi} = 0, \ \Gamma_{d} = \Gamma_{z}^{nn},$$
(6)
ри окружном растяжении:

$$\Gamma_{\varphi} = 2\Gamma_{\varphi}^{n_{1}}, \ \Gamma_{z} = 0, \ \Gamma_{d} = \Gamma_{\varphi}^{n_{1}}, \tag{7}$$

> при двухосном растяжении, k = 0,53:

$$\Gamma_{\tau} = 2\Gamma_{\tau}^{nn}, \ \Gamma_{\varphi} = 0, \ \Gamma_{d} = \Gamma_{z}^{nn}, \tag{8}$$

▶ при двухосном растяжении, k = 0,53:

$$\Gamma_{\omega} = 2\Gamma_{\omega}^{n\pi}, \ \Gamma_{z} = 0, \ \Gamma_{d} = \Gamma_{\omega}^{n\pi}.$$
(9)

В результате при таком соотношении между деформацией дилатансии и чисто пластической деформацией, полная деформация \mathcal{E}_i ($i = z, \phi$), расчитаная с использованием приведенных формул, достаточно хорошо отражает поведение испытанных образцов при всех четырех программах пропорционального нагружения. Экспериментальные (точки) и расчетные (сплошные линии) зависимо-



Рисунок 5 – Осевое растяжение (образец №6)



давлением, $\sigma_z = 2 \cdot \sigma_{\varphi}$ (образец №7)

сти деформации от напряжения представлены на рисунках 5-8.



 $\sigma_z = 0.53 \cdot \sigma_{\varphi}$ (образец №4)

Литература

- Леонов М.Я., Паняев В.А., Русинко К.Н. Зависимость между деформациями и напряжениями для полухрупких тел / М.Я. Леонов, В.А. Паняев, К.Н. Русинко // Инж. журнал. МТТ. 1967. № 6. С. 26–32.
- Паняев В.А. О деформациях и разрушении полухрупких тел: дис. ... канд. техн. наук / В.А. Паняев. Фрунзе, 1970.
- Рычков Б.А., Гончарова И.В. Пластическая деформация и дилатансия серого чугуна / Б.А. Рычков, И.В. Гончарова // Вестник Нижего-

Вестник КРСУ. 2015. Том 15. № 9

родского ун-та им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4 (4). С. 1743–1744.

- Рычков Б.А., Паняев В.А., Гончарова И.В. Упругость и неупругость серого чугуна / Б.А. Рычков, В.А. Паняев, И.В. Гончарова // Вестник КРСУ. 2012. Т. 12. № 10. С. 70–75.
- Новожилов В.В. О пластическом разрыхлении / В.В. Новожилов // ПММ. 1965. Т. 29. Вып. 4. С. 681–689.
- 6. *Рыбакина О.Г., Сидорин Я.С.* Экспериментальное исследование закономерностей пластическо-

го разрыхления металлов / О.Г. Рыбакина, Я.С. Сидорин // Инженерный журнал. МТТ. 1966. № 5. С. 103–111.

- Бабел Х., Эйтман Д., Макайвер Р. Двухосное упрочнение анизотропных титановых сплавов / Х. Бабел, Д. Эйтман, Р. Макайвер // Теоретические основы инженерных расчетов. 1967. № 1. С. 15–23.
- 8. *Hill R.* Constitutive modeling of orthotropic plasticity in sheet metals / R. Hill // J. Mech. and Phys. Solids. 1990. V. 38. No. 3. P. 405–417.