

Министерство образования и науки  
Кыргызской Республики

Кыргызский Государственный Технический Университет  
им. И.Раззакова

УДК 539.215; 539.374

*на правах рукописи*

КОНДРАТЬЕВА ЕЛЕНА ИГОРЕВНА

**УТОЧНЕНИЕ ПРОЧНОСТНЫХ И ДЕФОРМАЦИОННЫХ  
ХАРАКТЕРИСТИК ГОРНЫХ ПОРОД**

Специальность 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук,  
профессор Б.А. Рычков

Бишкек – 2008

## СОДЕРЖАНИЕ

	<b>ВВЕДЕНИЕ</b>	4
ГЛАВА 1	<b>ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГОРНЫХ ПОРОД</b>	10
1.1	Закон Гука для изотропного материала	11
1.2	Закон Гука для ортотропного материала	14
1.3	Полуэмпирический закон связи между напряжениями и упругими деформациями	20
1.3.1	Анализ экспериментальных диаграмм деформаций	20
1.4	Выводы	53
ГЛАВА 2	<b>ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ СВЯЗИ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ ЗА ПРЕДЕЛОМ УПРУГОСТИ</b>	54
2.1	Уравнение состояния, основанное на обобщенной кривой деформации. Подход Ставрогина А.Н.	61
2.2	Единая зависимость между максимальными касательными напряжениями и чисто пластической составляющей главной неупругой деформации	63
2.3	Выводы	84
ГЛАВА 3	<b>СВЯЗЬ ПОСТРОЕНИЯ ОГИБАЮЩЕЙ КРУГОВ МОРА С ОПРЕДЕЛЕНИЕМ ОРИЕНТАЦИИ ПЛОСКОСТИ СРЕЗА</b>	85
3.1	Ориентация плоскости среза	86
3.2	Построение огибающей предельных кругов напряжений Мора в случае неравномерного трехосного сжатия	89
3.3	Выводы	93

<b>ГЛАВА 4</b>	<b>ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛА ПРОЧНОСТИ НА РАСТЯЖЕНИЕ ПО ДАННЫМ НА ТРЕХОСНОЕ СЖАТИЕ</b>	<b>94</b>
4.1	Установление вида зависимости между главными напряжениями соответствующими предельным кругам напряжений Мора	94
4.2	Определение предела прочности на растяжение	99
4.3	Выводы	103
	<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b>	<b>104</b>
	<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ</b>	<b>105</b>
	<b>ПРИЛОЖЕНИЯ</b>	<b>109</b>

## ВВЕДЕНИЕ

С переходом горных работ на большие глубины вблизи выработок происходит образование зон предельного состояния, в которых породы проявляют упругие и пластические свойства тел, разрушаясь при этом в условиях неоднородных объемных напряженных состояниях.

Механическое состояние горных пород в рамках механики деформируемого твердого тела представляется в виде системы уравнений равновесия и сплошности, которая дополняется физическим уравнением, дающим связь между компонентами тензора деформации и напряжения. Простейший вид такой зависимости в области упругих деформаций дается законом Гука. В области пластических деформаций положение существенно усложняется, прежде всего, по причине невозможности в общем виде сформулировать связь между напряжениями и деформациями в форме, аналогичной или хотя бы близкой закону Гука [33].

Одна из отличительных особенностей горных пород проявляется в неоднородности процесса деформации, сопровождающегося изменением объема в силу образования микроразрывов и микротрещин, зависимостью предела упругости и предела прочности от вида напряженного состояния, отклонением плоскости среза от площадок действия максимальных касательных напряжений [19].

Разрыхление горных пород при деформировании наиболее ярко выражено в условиях трехосного неравномерного сжатия, когда породы приобретают высокую пластичность.

Горные породы характеризуются рядом механических свойств, важнейшими из которых являются прочностные и деформационные.

Закономерности деформирования и разрушения горных пород изучены далеко не полностью. Соответственно этому и оценочные показатели механических свойств горных пород установлены лишь для некоторых, наиболее известных и используемых свойств [22].

**Цель данной работы** состоит в уточнении деформационных и прочностных характеристик горных пород, с учетом разделения неупругой деформации на две составляющие, характеризующие различные физические процессы деформирования горных пород (скольжение прослоек материала и разрыхление), и определении предела прочности на растяжение по данным на трехосное сжатие.

В связи с изложенным были поставлены следующие **задачи исследования**:

1. Обработка и анализ экспериментальных данных А.Н. Ставрогина.
2. Поиск приемлемого закона упругости и его апробация на различных горных породах.
3. Определение расчетного предела упругости по некоторому допуску на остаточную деформацию.
4. Разделение неупругой деформации на чисто пластическую составляющую и дилатансию, с дальнейшим построением единой кривой для чисто пластической деформации.
5. Построение огибающей кругов Мора с одновременным определением ориентации плоскости среза.
6. Определение предела прочности на растяжение по данным на трехосное сжатие.

Деформации подразделяются на упругие и неупругие. Упругая деформация характеризуется тем, что после снятия нагрузки тело вновь принимает исходную форму, что с известным приближением справедливо и для горных пород.

До определенного уровня напряжений и деформаций связные горные породы в целом сохраняют свою структуру и свойства. Каждому изменению деформаций в этой стадии деформирования соответствует определенное изменение напряжения.

С известным допущением можно считать, что при напряжениях, меньших предела упругости, горные породы ведут себя как линейно-

упругие тела; при этом связь напряжений и деформаций определяется законом Гука. При этом за предел упругости принимают либо предел пропорциональности, либо напряжение, при котором остаточные деформации материала имеют малую величину, допускаемую нормами для каждого вида материала. В данной работе проанализированы экспериментальные данные [33] трехосного сжатия цилиндрических образцов разнообразных горных пород и показано, что второй способ предпочтительней. Кроме того подтвержден сделанный в работе [33] вывод о том, что закон Гука недостаточно удовлетворителен при описании упругих свойств пород (при различных напряженных состояниях), если предполагать начальную изотропию материала.

Лучшее приближение к реальному поведению таких материалов дает предположение об ортотропной симметрии упругих свойств [24]. Однако при этом не удастся определить независимо все упругие константы, входящие в обобщенный закон Гука. Поэтому предлагается полуэмпирический закон для определения упругой деформации: в закон Гука для изотропного материала вводятся еще две константы, которые учитывают процессы разрыхления и пластической деформации в микрообъемах тела, окруженного в целом упруго-деформированным объемом тела.

Неупругая деформация разделена на чисто пластическую деформацию и составляющую, которая отражает дилатансию материала (либо разрыхление, либо уплотнение).

Учитывая, что пластическая деформация материалов не зависит от наложения всестороннего давления, сделана попытка описать ее подобно тому, как это делается для пластичных материалов, а дилатансия материала учитывается введением соответствующего коэффициента разрыхления, зависящего от вида напряженного состояния.

В работе предложено уравнение состояния, основанное на обобщенной кривой деформации для чисто пластической составляющей неуп-

ругой деформации, вид которой фактически устанавливается экспериментально.

Экспериментально установлено [34], что когда в процессе увеличения бокового давления максимальное касательное напряжение становится равным среднему главному напряжению, горная порода приобретает пластические свойства, подобно наблюдаемым у металлов. Это относится и к пределу текучести, и к пределу прочности, причем эффект дилатансии в этом случае исчезает, а плоскость среза совпадает с площадкой максимального касательного напряжения. Следовательно, в данном случае, угол, определяющий направление первого сдвига (отсчитываемый от направления максимального касательного напряжения) равен нулю, при этом нормальное напряжение ( $\sigma$ ) в два раза превышает касательное напряжение ( $\tau$ ) в плоскости среза [26].

Это означает, что при указанном напряженном состоянии (называемом далее критическим) в образце на выделенной таким образом площадке осуществляется состояние чистого сдвига с наложенным гидростатическим давлением. Это согласуется с представлениями теории скольжения: именно при таком напряженном состоянии сопротивление сдвигу поликристаллических материалов наименьшее. Принимая за основу такой механизм скольжений, считается, что равенство указанных напряжений имеет место в момент возникновения текучести и при других напряженных состояниях [10], отличных от критического.

Большинство исследователей для описания условий предельных состояний прибегают к теории Мора, согласно которой существует огибающая наибольших, в координатах  $\sigma \sim \tau$ , главных кругов. Согласно этой теории, разрушение материала в результате сдвига происходит в том случае, если касательное напряжение ( $\tau$ ) (представляемое некоторой функцией от нормального напряжения ( $\sigma$ )) в плоскости сдвига достигает предельной величины.

Теория прочности Мора не учитывает влияния среднего по величине главного напряжения  $\sigma_2$  на предельное состояние; однако она успешно используется для решения задач горной геомеханики [35].

Огибающая при критическом (в указанном выше смысле) напряженном состоянии переходит из условия Мора в условие Треска.

Огибающая кругов Мора не дает действительный угол среза [10], а гипотеза о том, что нормальное напряжение в два раза превышает касательное напряжение в плоскости среза, позволяет более точно определить ориентацию плоскости среза при любых напряженных состояниях, и увязать ее определение с построением огибающей через одни и те же параметры материалов.

Огибающую часто называют паспортом прочности горной породы. Поэтому до сих пор предлагаются различные способы ее построения.

Расчетные методы построения огибающей основаны, как правило, на тех или иных представлениях о форме огибающей предельных кругов напряжений (прямая, гипербола, парабола) и на использовании в расчетах пределов прочности пород при одноосном сжатии ( $\sigma_c$ ) и растяжении ( $\sigma_p$ ).

Семейство кругов Мора предельных напряжений в координатах  $\sigma$  и  $\tau$  переходит в семейство гипербол в координатах главных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ , при этом гипербола отсекает на этих координатных линиях соответственно пределы  $\sigma_c$  и  $\sigma_p$ .

Это свойство гипербол в данной работе использовано для определения предела прочности на растяжение по экспериментальным данным трехосного сжатия.

На защиту выносятся следующие **основные научные положения**:

- полуэмпирический закон, дополняющий закон Гука в случае трехосного сжатия введением поправок, учитывающих процессы локальной пластической деформации и разрыхления в микрообъемах материала;

- разделение неупругой деформации на чисто пластическую и разрыхление, позволяющее построить единую кривую деформации в виде линейной зависимости между максимальным касательным напряжением и максимальной главной пластической составляющей деформации;
- новый способ определения предела прочности на растяжение по данным на трехосное сжатие.

# ГЛАВА 1

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГОРНЫХ ПОРОД

Наибольшее распространение в практике лабораторных определений упругих констант горных пород получили методы, основанные на испытании цилиндрических образцов на одноосное сжатие и измерении их продольных и поперечных деформаций.

По результатам испытаний определяются следующие показатели горных пород [22]:

- модуль упругости, равный отношению приложенного напряжения  $\sigma_1$  к упругой продольной деформации при разгрузке  $e_1^y$ :

$$E = \frac{\sigma_1^y}{e_1^y}; \quad (1.1)$$

однако, согласно [5] модуль упругости определяется по линейной части разгрузочной ветви диаграммы деформирования, по формуле:

$$E = \frac{(\sigma_n - \sigma_k)}{(\varepsilon_n - \varepsilon_k)}$$

где  $\sigma_k, \sigma_n$  - напряжения, соответствующие начальной и конечной точкам линейного участка разгрузочной ветви кривой деформирования;  $\varepsilon_k, \varepsilon_n$  - относительные продольные деформации, соответствующие напряжениям  $\sigma_k, \sigma_n$ .

- коэффициент Пуассона, равный отношению упругих компонентов поперечной и продольной деформации при разгрузке:

$$\nu = -\frac{e_2^y}{e_1^y} \quad (1.2)$$

- коэффициент поперечных деформаций, равный отношению полных относительных поперечных деформаций к полным относительным продольным деформациям при нагрузке:

$$\mu = \frac{\varepsilon_2^n}{\varepsilon_1^n} \quad (1.3)$$

Аналогичные расчеты проводятся для всей кривой деформирования в целом, а также по отдельным ее участкам с целью определения влияния нагрузки на изменение упругих характеристик горных пород.

Наибольшее распространение при измерении деформации горных пород получил тензометрический метод измерений. Именно этот метод был использован А.Н. Ставрогиным; полученные им экспериментальные данные [33] анализируются ниже.

### 1.1 Закон Гука для изотропного материала

Прежде чем приступить к определению упругих характеристик горных пород, необходимо заметить, что существуют разные методики их определения [12].

В первом приближении материал считается изотропным. Для данного типа материала в главных осях тензора напряжений закон Гука имеет вид:

$$\begin{aligned} e_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ e_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)] \\ e_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] \end{aligned} \quad (1.4)$$

Для горных пород основным видом испытания является сжатие с равномерным боковым поджатием цилиндрических образцов. В этом случае сжимающие напряжения считаются положительными, причем осевое напряжение  $\sigma_1$  (при испытании по схеме Кармана) является преобладающим, т.е.  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ . Вид напряженного состояния характеризуется коэффициентом  $c = \sigma_2 / \sigma_1$ . Тогда формулы (1.4) приобретают следующий вид:

$$\begin{aligned}
 e_1 &= \frac{1}{E} \sigma_1 (1 - 2c\nu) \\
 e_2 = e_3 &= \frac{1}{E} \sigma_1 [c - \nu(1 + c)]
 \end{aligned}
 \tag{1.5}$$

где  $E$  – модуль Юнга,  $\nu$  - коэффициент Пуассона,  $\sigma_i$  – главные напряжения ( $i = 1, 2, 3$ ).

А.Н. Ставрогин с сотрудниками обработали много экспериментальных данных для различных горных пород, которые представлены в монографии [33]. Они убедились, что предположение об изотропии не столь убедительно [33].

Действительно, сопоставим приведенные в этой монографии табличные данные по остаточной деформации  $\varepsilon_1^n$  (приложение 2<sup>1)</sup>) и остаточному изменению объема  $\theta^n$  (приложение 2) на пределе прочности с расчетными их значениями, используя упругие характеристики материала, которые определены авторами рассматриваемых экспериментов.

Зная общую деформацию на пределе прочности и вычтя из нее упругую деформацию, согласно (1.5), получим неупругую деформацию  $\varepsilon_1^n$ . Эти значения представлены в таблице 2. При этом для каждой конкретной горной породы используется два значения  $E$  и  $\nu$  (таблица 1.1): непосредственно эти величины приведены в каталоге [8], а в [33] даны значения пределов упругости  $\sigma_{1T}^y$  и соответствующая деформация  $\varepsilon_1^y$ , по которым можно вычислить  $E$  и  $\nu$ .

Найденные указанным образом значения неупругой деформации сопоставлены с табличными (таблица 1.2).

---

<sup>1)</sup> Здесь и далее номера приложений соответствуют приведенным в [33]

## Сравнительные данные для модуля Юнга и коэффициента Пуассона

Таблица 1.1

Материал	Данные, представленные в каталоге		Вычисленные, с использованием табличных данных А.Н. Ставрогина	
	$\nu$	$E * 10^5$	$\nu$	$E * 10^5$
Талькохлорит I	0,39	4,4	0,4	4,59
Мрамор II	0,3	5,8	0,36	5,17
Кварцевый диорит	0,29	10,6	0,27	8,64
Песчаник П-026	0,31	2,87	0,34	1,43

## Сравнительные данные для неупругой деформации

Таблица 1.2

Материал						
	$c$	$\theta$	<b>0,069</b>	<b>0,116</b>	<b>0,178</b>	<b>0,233</b>
Талькохлорит I	$\varepsilon_1^{n(T)} * 10^{-3}$	0,14	0,55	1,03	0,92	1,85
	$\varepsilon_1^{n(B)} * 10^{-3}$	0,24	0,48	0,89	1,04	1,47
	$\varepsilon_1^{n(K)} * 10^{-3}$	0,15	0,65	1,23	2,3	2,83
	$c$	$\theta$	<b>0,069</b>	<b>0,116</b>	<b>0,178</b>	<b>0,232</b>
Мрамор II	$\varepsilon_1^{n(T)} * 10^{-3}$	0,22	0,371	0,741	1,334	7,04
	$\varepsilon_1^{n(B)} * 10^{-3}$	0,16	0,05	0,63	1,93	8,21
	$\varepsilon_1^{n(K)} * 10^{-3}$	0,32	0,34	1,28	2,78	10,2
	$c$	$\theta$	<b>0,068</b>	<b>0,116</b>	<b>0,178</b>	<b>0,227</b>
Кварцевый диорит	$\varepsilon_1^{n(T)} * 10^{-3}$	0,24	0,5	0,65	1,24	6,2
	$\varepsilon_1^{n(B)} * 10^{-3}$	0,27	1,56	1,34	2,26	8,33
	$\varepsilon_1^{n(K)} * 10^{-3}$	0,78	3,05	3,26	5,81	15,86
	$c$	$\theta$	<b>0,069</b>	<b>0,116</b>	<b>0,178</b>	<b>0,232</b>
Песчаник П-026	$\varepsilon_1^{n(T)} * 10^{-3}$	0,64	0,52	1,35	4,12	4,2
	$\varepsilon_1^{n(B)} * 10^{-3}$	3,53	9,03	9,26	11,18	21,8
	$\varepsilon_1^{n(K)} * 10^{-3}$	1,15	1,63	2,79	9,95	10,95

$\varepsilon_1^{n(T)} * 10^{-3}$  – данные, представленные в приложении 2 [33]

$\varepsilon_1^{n(B)} * 10^{-3}$  – вычисленные, с использованием данных приложения 2 [33]

$\varepsilon_1^{n(K)} * 10^{-3}$  – вычисленные, с использованием данных каталога [8]

Из представленного выше сопоставления видно несовпадение вычисленных значений деформации с табличными данными (приложение 2), независимо от того, какими значениями  $E$  и  $\nu$  оперировать.

Остается непонятным, откуда этот разницей, и каким способом были получены данные, представленные в приложении 2 [33]: то ли они были

замерены в ходе эксперимента, то ли были вычислены, - но тогда по какой методике это было произведено? Остается полагать, что все величины в приложении 2 ( $\varepsilon_1^n$ ,  $\theta^n$ ) являются результатом графических построений, которые рассмотрены в разделе 1.4.1.

Таким образом, для упругой составляющей деформации закон Гука действительно не всегда выполняется, если предполагать исходную начальную изотропию горных пород. Для многих из них в первом приближении приемлемо предположение об ортотропной симметрии в исходном состоянии [7].

## 1.2 Закон Гука для ортотропного материала

Деформацию материалов можно представить в виде суммы трех слагаемых: упругой, чисто пластической (происходящей без изменения объема) и деформации разрыхления, причем последние две составляющие должны быть связаны с общей природой явления неупругости.

Закон Гука, в случае когда материал считается ортотропным, будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 e_1 &= \frac{1}{E_1} \sigma_1 - \frac{\nu_{12}}{E_2} \sigma_2 - \frac{\nu_{13}}{E_3} \sigma_3 \\
 e_2 &= -\frac{\nu_{21}}{E_1} \sigma_1 + \frac{1}{E_2} \sigma_2 - \frac{\nu_{23}}{E_3} \sigma_3 \\
 e_3 &= -\frac{\nu_{31}}{E_1} \sigma_1 - \frac{\nu_{32}}{E_2} \sigma_2 + \frac{1}{E_3} \sigma_3 \\
 E_i, \nu_{ij} &= \text{const}; \quad i, j = 1, 2, 3
 \end{aligned}
 \tag{1.6}$$

Из условия осесимметричности напряженно-деформированного состояния, следует что:

$$\nu_{12} = \nu_{13}
 \tag{1.7}$$

Кроме того, для ортотропного тела, при совпадении главных осей тензора напряжений и осей анизотропии, справедливо условие симметрии:

$$\frac{\nu_{21}}{E_2} = \frac{\nu_{12}}{E_1}; \quad \frac{\nu_{32}}{E_3} = \frac{\nu_{23}}{E_2}; \quad \frac{\nu_{13}}{E_1} = \frac{\nu_{31}}{E_3}; \quad (1.8)$$

Учитывая соотношения (1.7) и (1.8) обобщенный закон Гука (1.6) приведен к виду:

$$\begin{aligned} e_1 &= \frac{1}{E} \sigma_1 (1 - 2c \nu_{12}) \\ e_2 = e_3 &= -\frac{\nu_{12}}{E_1} \sigma_1 + \frac{c}{E_2} \sigma_1 (1 - \nu_{23}) \end{aligned} \quad (1.9)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае напряженно-деформированного состояния, обобщенный закон Гука представляется зависимостями (1.9), в которых неизвестные параметры представлены четырьмя константами:  $E_1, \nu_{12}, E_2, \nu_{23}$ .

Используя экспериментальные кривые зависимости  $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\sigma_1)$  и  $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\sigma_1)$  [33] в случае одноосного сжатия ( $c = 0$ ), были определены константы  $E_1$  и  $\nu_{12}$ , из формул (1.9) получено:

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{e_1}; \quad \nu_{12} = -\left( \frac{E_1 e_2}{\sigma_1} \right) = -\frac{e_2}{e_1}, \quad \text{при } c=0 \quad (1.10)$$

При рассматриваемых напряженных состояниях ( $c \neq 0$ ) формулы (1.9) не позволяют вычислить отдельно константы  $E_2$  и  $\nu_{23}$ ; можно лишь определить следующую их комбинацию

$$\left( \frac{1 - \nu_{23}}{E_2} \right) = \frac{\left( e_2 + \frac{\nu_{12} \sigma_1}{E_1} \right)}{(c \sigma_1)}, \quad \text{при } c \neq 0, \quad (1.11)$$

используя взятое из опыта значение поперечной деформации  $e_2$  при каком-либо виде напряженного состояния  $c$  в пределах упругости (т.е. при  $\sigma_1 < \sigma_1^y$ ).

Следовательно, при найденных из диаграмм одноосного напряженного состояния константах  $E_1$  и  $\nu_{12}$  можно вычислить комбинацию двух

других констант  $E_2$  и  $\nu_{23}$  по формуле (1.11), если известна диаграмма зависимости  $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\sigma_1, c)$  при каком-либо виде напряженного состояния  $c$ .

Если известны такие диаграммы при нескольких  $c$ , то из них нужно выбрать такие, при таком  $c$ , при котором диаграмма  $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\sigma_1, c)$  достаточно хорошо описывается первой из формул (1.9) при найденных константах  $E_1$  и  $\nu_{12}$ .

Дальнейшее упрощение формул (1.9) состоит в следующем.

Поскольку неизвестно, как были вырезаны из массива образцы для испытаний, то можно полагать, что ось цилиндрического образца, для разных образцов, могла изменять свою ориентацию относительно массива. Следовательно, неизвестно, совпадают ли главные направления тензора напряжений и главные направления ортотропии при испытании таких образцов. Отсюда вытекает предположение, что  $E_1 \approx E_2 \approx E_3 = E$ , то есть, все три главные оси в исходном состоянии для различных образцов равноправны. Тогда вторая из формул (1.9) может быть представлена в виде:

$$e_2 = e_3 = -\frac{\nu_{12}}{E_1} \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{E_1} - \frac{\nu_{23}}{E_1} \sigma_3 \quad (1.12)$$

Если учесть, что все напряжения  $\sigma_i$  ( $i=1,2,3$ ) в действительности отрицательны, то при равномерном боковом давлении ( $\sigma_2 = \sigma_3$ ) поперечная деформация будет уменьшаться с ростом  $\sigma_2$  и увеличиваться с ростом  $\sigma_1$ ; а это значит, что последнее слагаемое в предыдущей формуле, по видимому, не должно оказывать влияния на величину компонент  $e_2$  и  $e_3$ , то есть  $\nu_{23} = 0$ .

Таким образом, окончательно, при указанных предположениях, закон Гука для рассматриваемого напряженно-деформированного состояния, будет иметь вид:

$$e_1 = \frac{\sigma_1}{E}(1 - 2c\nu_{12})$$

$$e_2 = \frac{\sigma_1}{E}(c - \nu_{12})$$
(1.13)

При анализе экспериментальных данных была замечена одна закономерность: при  $\nu_{12} \rightarrow c$  главные деформации  $\varepsilon_2$  в пределах упругости стремятся или приближаются к нулю.

Следовательно, сделанные предположения относительно упругих констант вполне приемлемы, а упругие деформации для исследуемого напряженно-деформированного состояния в первом приближении могут вычисляться по формулам (1.13). Дальнейший поиск приемлемого закона упругости состоял в следующем.

Для определения констант  $E$  и  $\nu$ , используется диаграмма одноосного сжатия, причем, поскольку для некоторых рассматриваемых горных пород на этой диаграмме наблюдается начальный криволинейный участок (составляющий  $(\approx 0,1:0,2)\sigma_1^y$ ), этот участок, обычно исключается из рассмотрения.

В связи с этим А.Н. Ставрогин [33] провел аппроксимацию начального линейного участка и определил деформацию  $\varepsilon_1^e$  на пределе упругости.

Это проводилось следующим образом: он выделял на экспериментальных диаграммах линейный участок и определял графически значение предела упругости  $\sigma_{1T}^y$ , отождествляя его с пределом пропорциональности. Затем для определения остаточной деформации на пределе прочности  $\varepsilon_1''$  проводил линию разгрузки (из указанного предела прочности  $\sigma_1''$ ) параллельно линии, обозначающей прямолинейный участок. Следовательно, закон Гука вида (1.5) уточняется указанным полуэмпирическим образом. Это уточнение теоретически можно представить в виде:

$$e_1 = \frac{1}{E} \sigma_1 (1 - 2c\nu + \beta - \alpha)$$

$$e_2 = e_3 = \frac{1}{E} \sigma_1 [c - \nu(1 + c) + \beta + 0,5\alpha], \quad (c \neq 0) \quad (1.14)$$

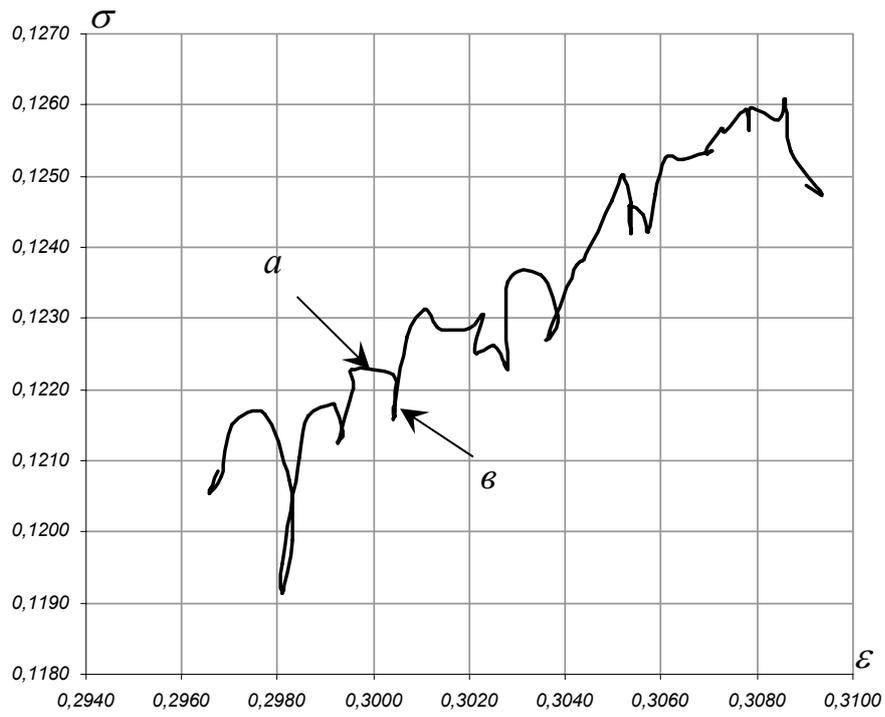
здесь  $E$  - модуль Юнга,  $\nu$  - коэффициент Пуассона; эти упругие константы определяются из соответствующих диаграмм при одноосном сжатии.

Параметры  $\alpha$  и  $\beta$  введены из следующих соображений. В поликристаллических материалах идеально упругой деформации не существует. Как показали экспериментальные исследования, даже при низких уровнях напряжения (ниже предела упругости) в микрообъемах тела наблюдаются конкурирующие процессы скольжения прослоек материала и образования микротрещин.

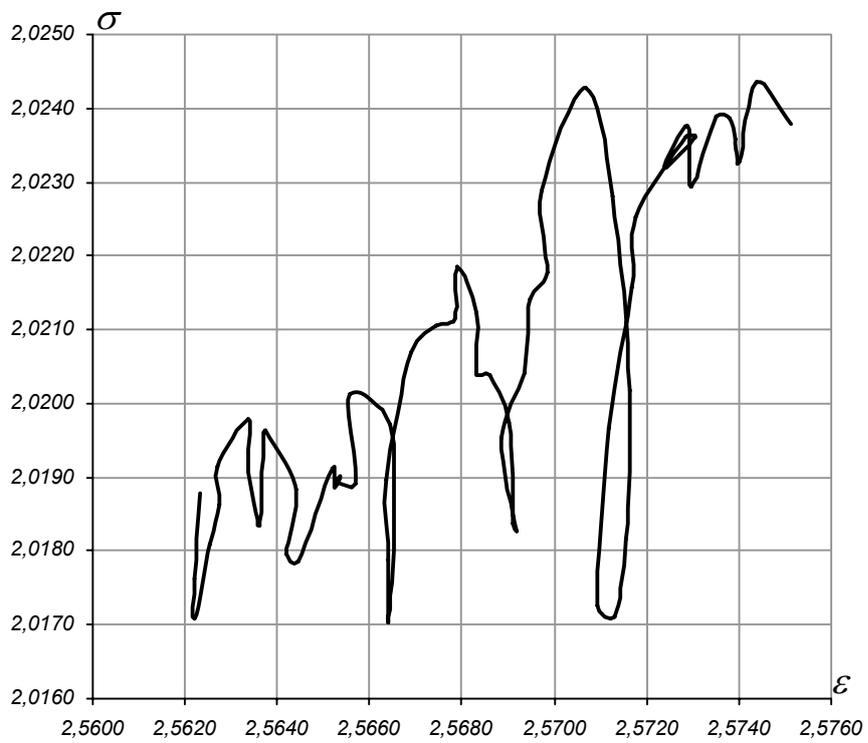
Первый из этих процессов на диаграмме деформации<sup>2)</sup> - рис. 1.1 (при малых напряжениях до предела упругости) и рис. 1.2 (при больших напряжениях за пределом упругости) проявляется в виде небольшой площадки текучести (горизонтальный участок деформации – «а»), а второй – приводит к кратковременному падению напряжения (участок «в»). В результате связь между напряжением и деформацией имеет немонотонный характер.

---

<sup>2)</sup> Эти экспериментальные данные предоставлены В.М. Жигалкиным в виде обмена опытом между ним и Б.А. Рычковым.



*Рис. 1.1*



*Рис. 1.2*

Учитывая указанные явления, параметр  $\alpha$  введен таким образом, что он не влияет на изменение объема тела, а параметр  $\beta$  доставляет дополнительное (к обычному упругому) изменение объема.

В итоге эти коэффициенты  $(\alpha, \beta)$  позволяют регулировать соотношение между продольной и поперечной деформациями при различных видах напряженного состояния.

При одноосном сжатии ( $c = 0$ ) полагается, что  $\alpha = \beta = 0$ . При наличии растягивающих напряжений наряду со сжимающими основное отличие от линейного закона Гука заключается в скачкообразном изменении зависимости деформаций от напряжений при переходе от растяжения к сжатию [3].

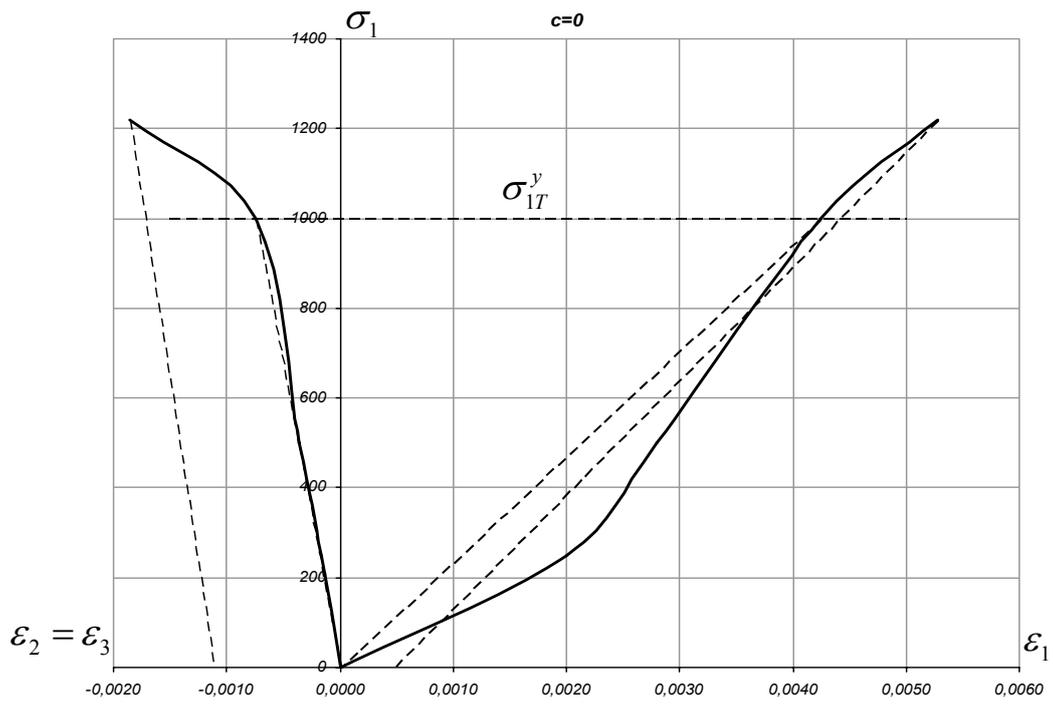
### **1.3 Полуэмпирический закон связи между напряжениями и упругими деформациями**

#### **1.4.1 Анализ экспериментальных диаграмм деформаций**

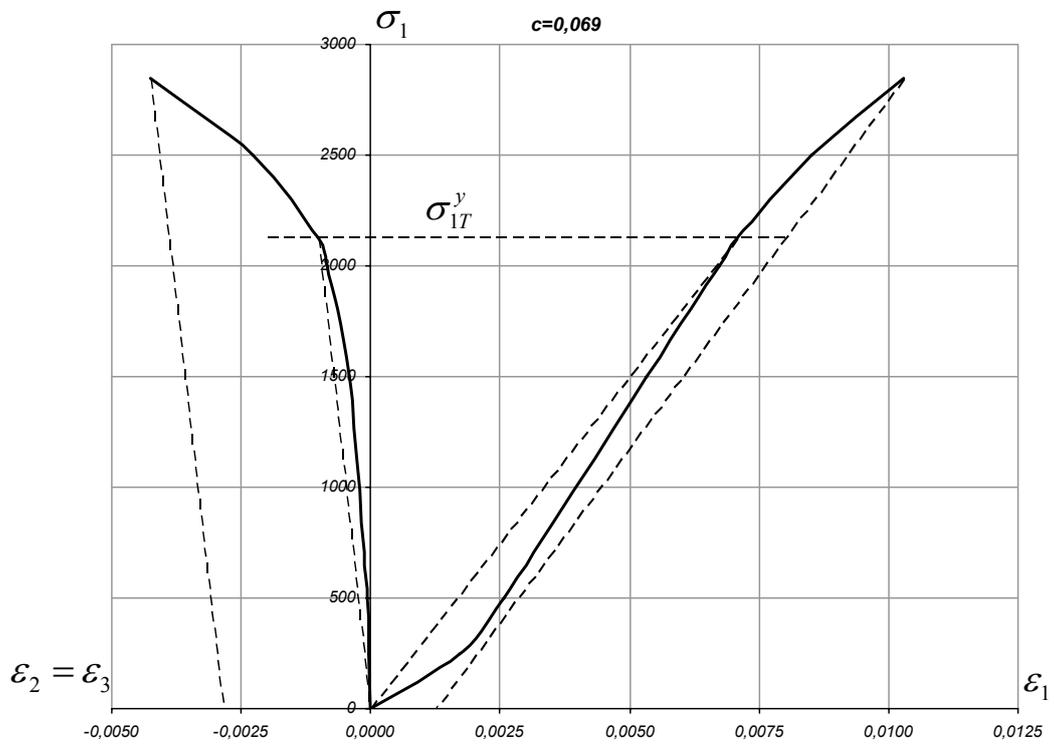
Рассмотрены подробно такие материалы как Песчаник выбросоопасный (1), Песчаник не опасный по выбросам (2) и Талькохлорит (3), данные по остальным материалам сведены в приложение.

#### **1. Песчаник выбросоопасный**

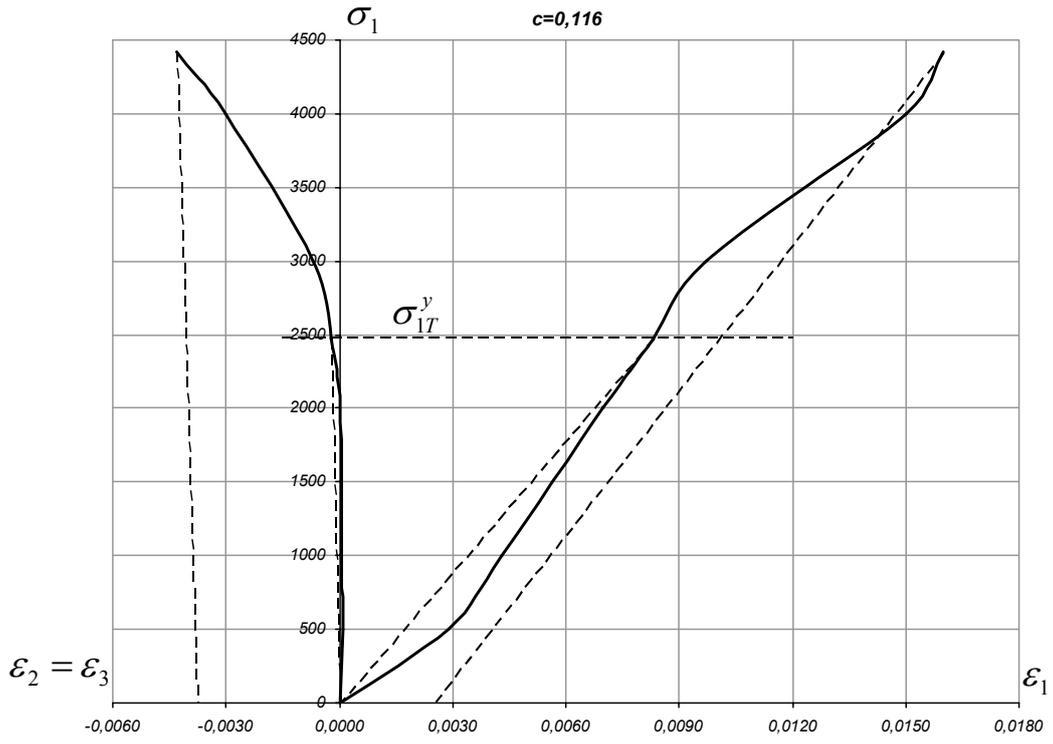
На основе экспериментальных данных, полученных А.Н. Ставрогим [33], построены экспериментальные диаграммы  $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\sigma_1)$  и  $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\sigma_1)$  (см. рис. 1.3 – 1.7) и проведена прямолинейная (идеализированная) линия разгрузки от предела прочности, руководствуясь табличными значениями  $\sigma_1^n$ ,  $\varepsilon_1^n$  и коэффициентом остаточной поперечной деформации  $\mu$ .



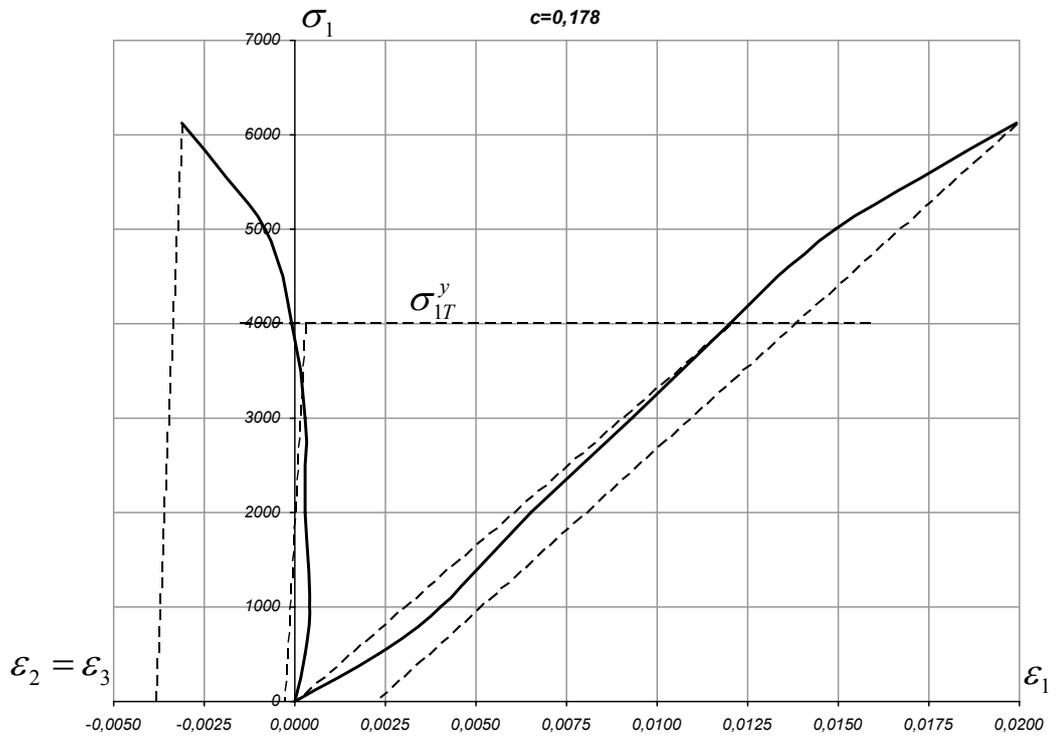
*Puc. 1.3*



*Puc. 1.4*



*Puc. 1.5*



*Puc. 1.6*

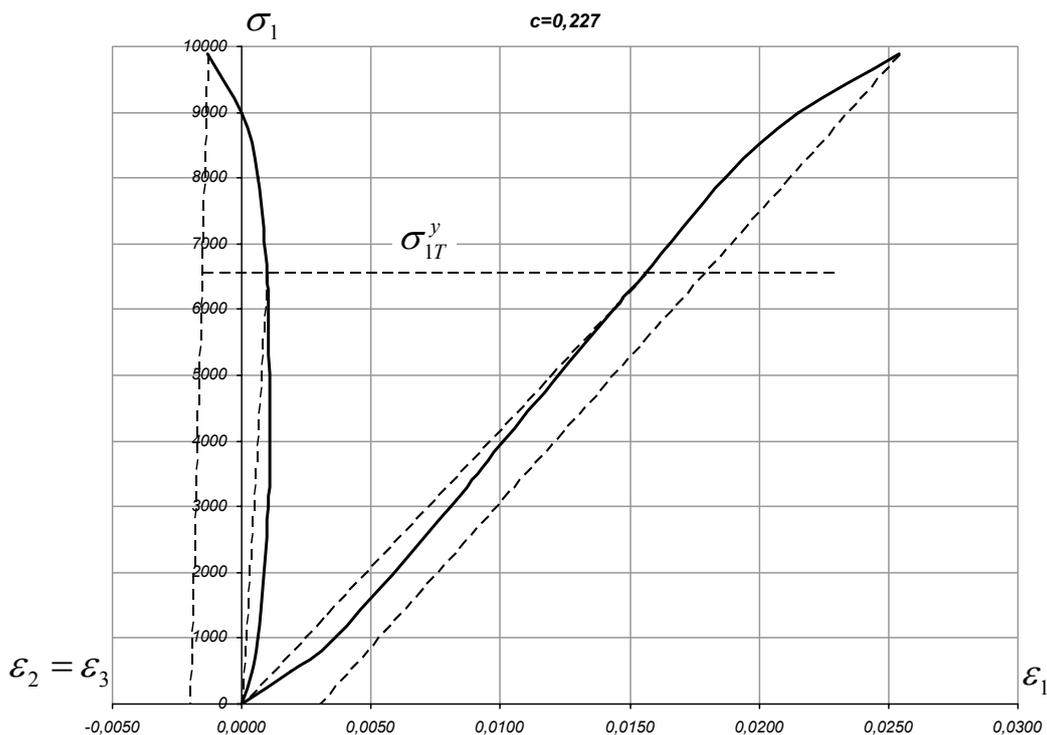


Рис. 1.7

На диаграммах горизонтальной пунктирной линией обозначен уровень напряжения, соответствующий табличному значению предела упругости  $\sigma_{1T}^y$ , а наклонными пунктирными линиями обозначены линия разгрузки от достигнутого предела прочности  $(\sigma_1^n; \varepsilon_1^n)$  и начальный прямолинейный участок, который проводится из начала координат до предела упругости. Все исходные данные взяты из приложений 1 и 2, работы [33].

Из этих построений следует, что для продольной деформации при всех напряженных состояниях, за исключением одноосного сжатия ( $c = 0$ ), линия разгрузки приблизительно параллельна выделенному указанным образом начальному упругому участку. Иначе говоря, предельная остаточная деформация  $\varepsilon_1^n$  определялась, по-видимому, таким графическим способом. Но тогда становится непонятно, как исключался из рассмотрения начальный криволинейный участок диаграммы, особенно в случае одноосного сжатия.

На диаграммах для поперечной деформации ( $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$ ) (см. рис. 1.6, 1.7) видно, что при разгрузке увеличивается поперечная деформация, как будто материал продолжает сжиматься, хотя нагрузка уменьшается, что трудно поддается объяснению.

Между тем, на представленных диаграммах (см. рис. 1.3 – 1.7) можно увидеть достаточно четко выраженный прямолинейный участок, начиная с некоторого уровня напряжения и вплоть до предела упругости  $\sigma_{1T}^y$ , который авторами опытов отождествлялся с пределом пропорциональности [33]. Воспользуемся этим обстоятельством для корректировки области упруголинейной деформации и значений предельной остаточной деформации  $\varepsilon_1^n$ . Для этого необходимо провести линию разгрузки параллельно явному прямолинейному начальному участку, с исключением начального криволинейного участка, что дает новые значения  $\varepsilon_1^n$  и  $\varepsilon_2^n$ , и соответствующий коэффициент неупругой поперечной деформации на пределе прочности  $\mu$ .

Корректировка проводилась по следующей схеме:

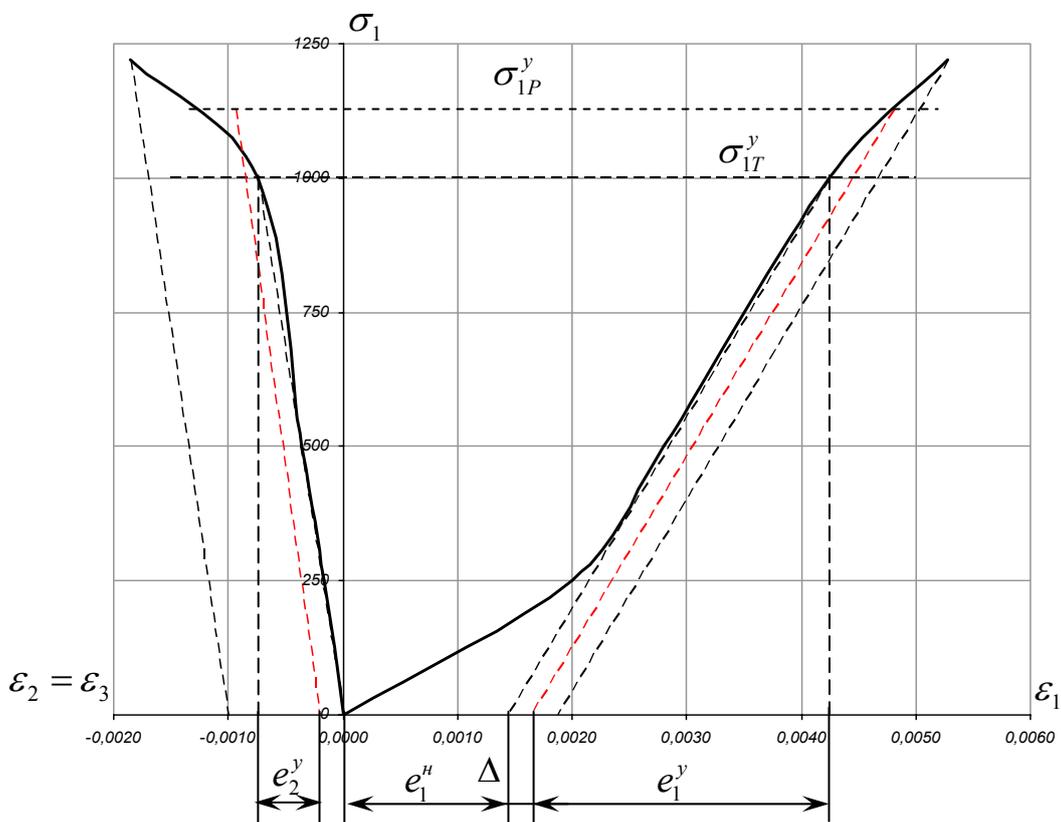


Рис. 1.8

Как видно из диаграмм (рис. 1.3 – 1.7) в отдельных случаях линейный начальный участок либо продолжается выше условного (приведенного в таблице 2 [33]) предела упругости  $\sigma_{IT}^y$ , либо заканчивается ниже. Поэтому  $\sigma_{1P}^y$  определим по некоторому допуску на остаточную деформацию (как это принято для пластичных материалов), а не как предел пропорциональности.

В связи с этим в дальнейшем принимается допуск равный  $\Delta = 0,0002\%$ , который будет отсчитываться от выделенного линейного начального участка диаграммы (см. рис. 1.9 – 1.13).

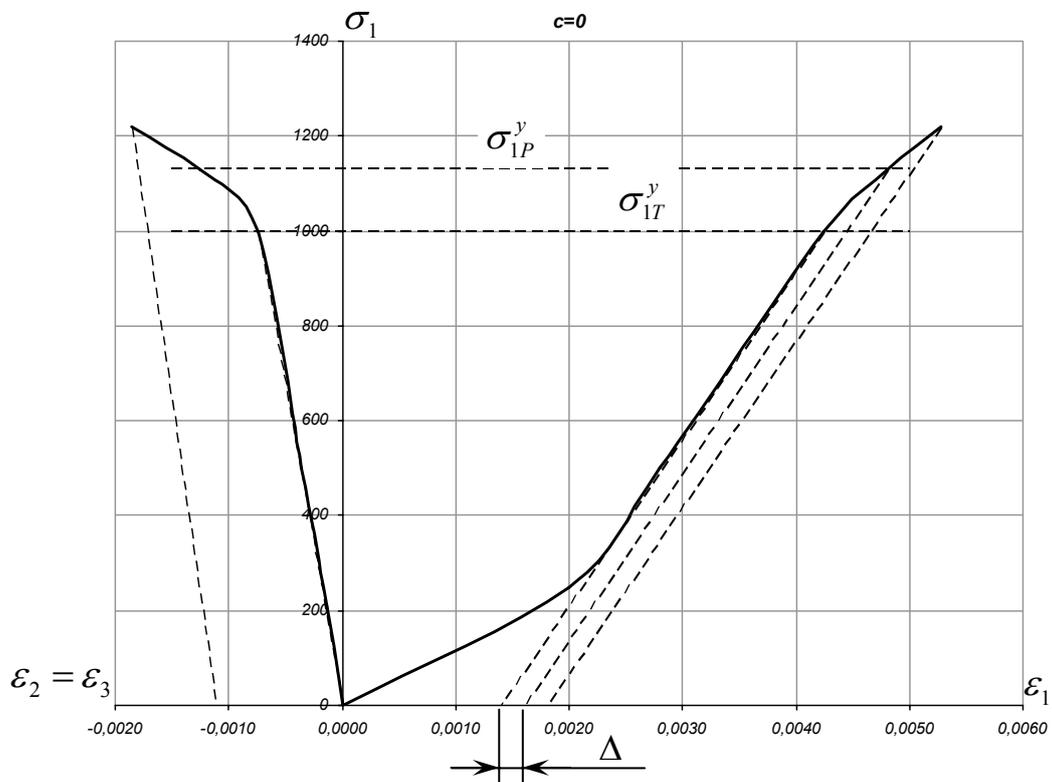
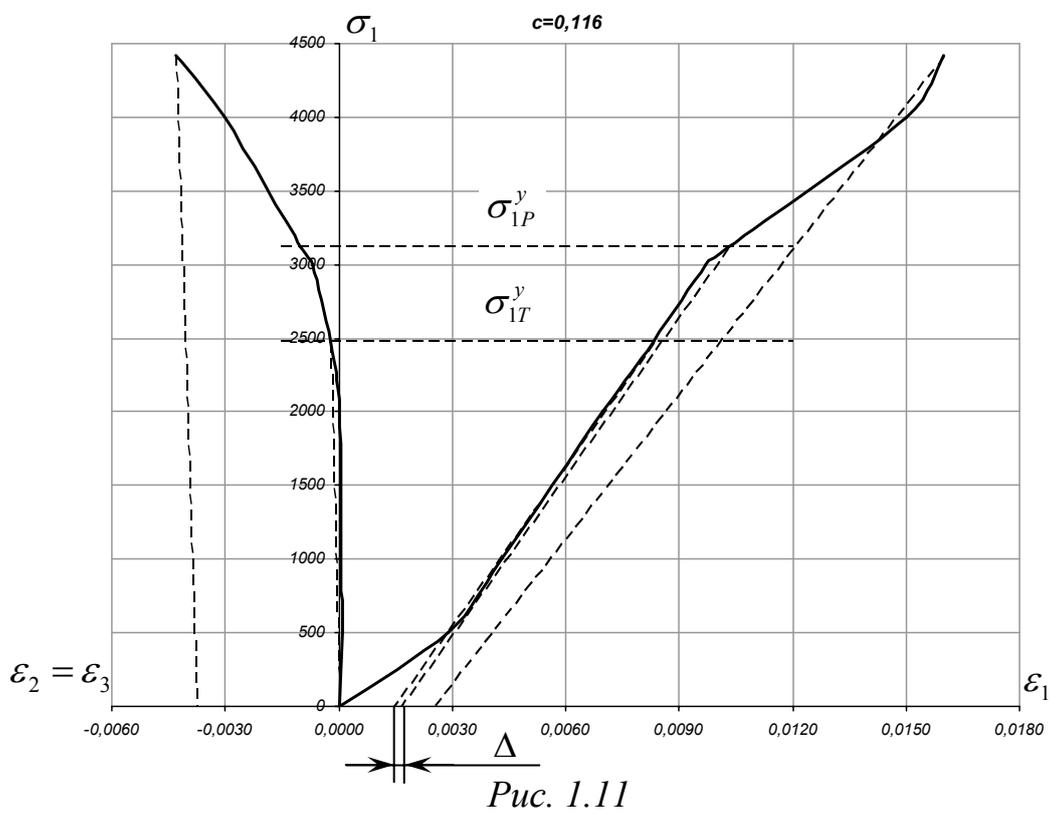
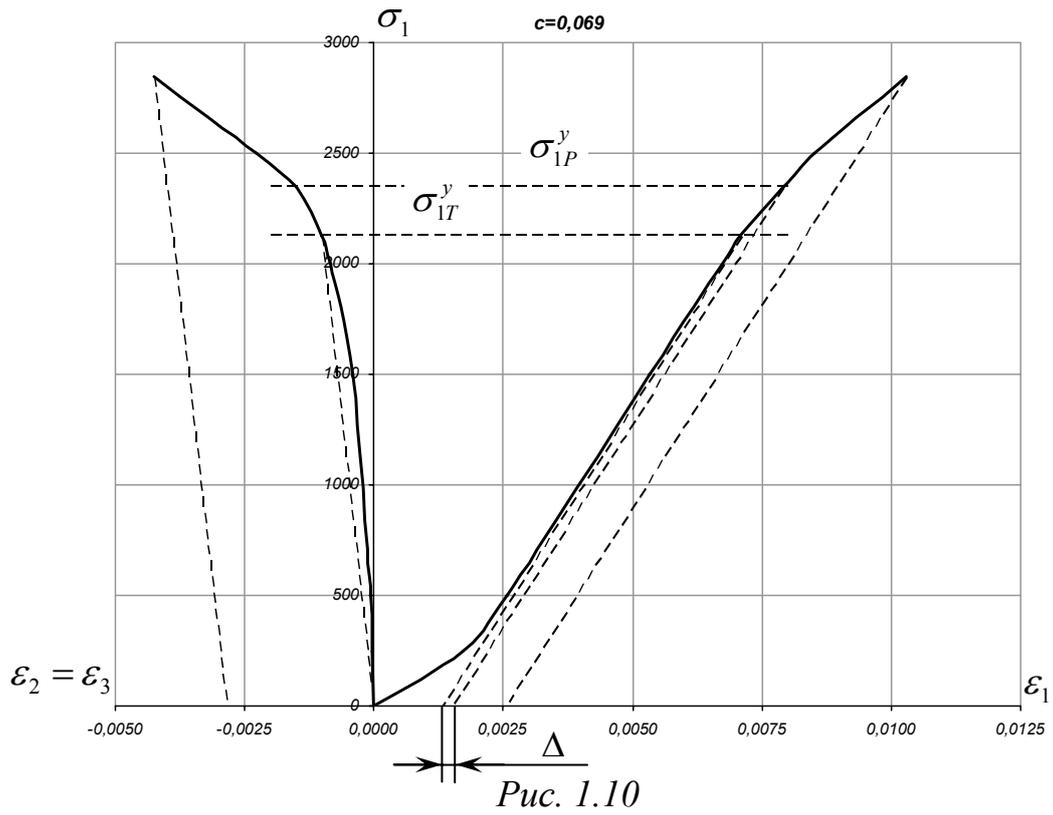
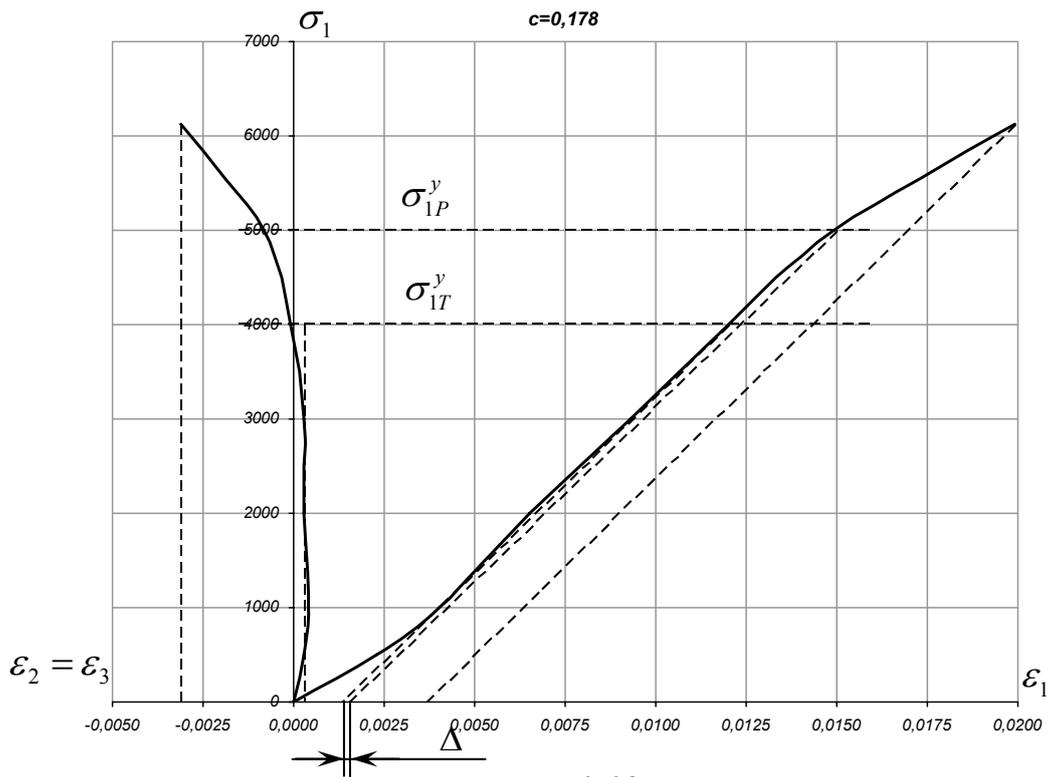
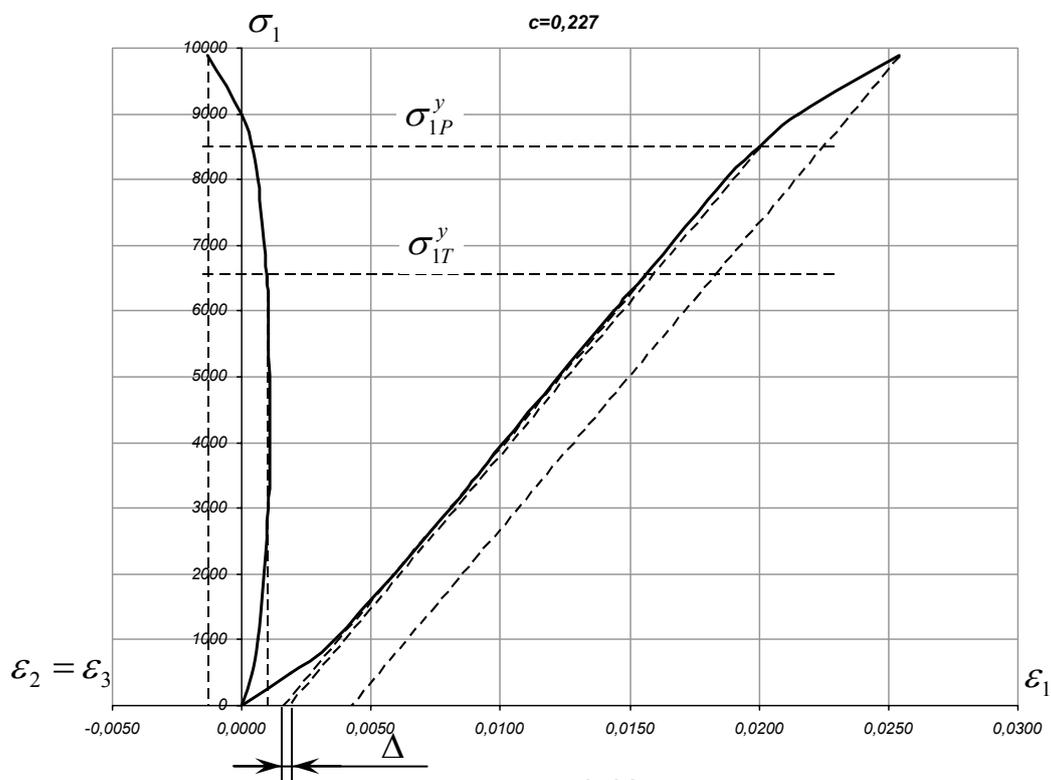


Рис. 1.9





*Puc. 1.12*



*Puc. 1.13*

Так как в результате указанных построений изменились значения продольной  $e_1^y$  и поперечной  $e_2^y$  упругой деформации, необходимо, используя формулы (1.1) и (1.2) при  $c = 0$ , уточнить значения модуля Юнга  $E$  и коэффициента Пуассона  $\nu$ .

Для Песчаника выбросоопасного получено:

$$E = 3,5 * 9,81 \text{ МПа} \text{ и } \nu = 0,34,$$

тогда как табличные значения равны:

$$E = 3,2 * 9,81 \text{ МПа} \text{ и } \nu = 0,24,$$

В связи со всем вышеизложенным, откорректированные данные сведены в таблицу 1.3.

Таблица 1.3

$\sigma_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_1^n$	$\mu$	$\varepsilon_2^n$	$\varepsilon_1^e$	$\varepsilon_2^e$	$\varepsilon_1^{anp}$	$\varepsilon_2^{anp}$
<b><math>c=0, \sigma_{1P}^y = 1130</math></b>									
0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000
250	0,0020	-0,0002						0,0021	-0,0002
500	0,0028	-0,0004						0,0028	-0,0004
1000	0,0042	-0,0007						0,0042	-0,0007
1130	0,0048	-0,0013	0,0018	0,6187	-0,0011	0,0042	-0,0007	0,0048	-0,0013
<b><math>c=0,069, \sigma_{1P}^y = 2350</math></b>									
0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000
250	0,0017	0,0000						0,0020	-0,0001
500	0,0026	-0,0001						0,0027	-0,0002
1500	0,0053	-0,0004						0,0054	-0,0007
2000	0,0067	-0,0008						0,0067	-0,0010
2130	0,0071	-0,0010						0,0071	-0,0010
2350	0,0079	-0,0015	0,0026	1,1136	-0,0028	0,0071	-0,0010	0,0079	-0,0015
<b><math>c=0,116, \sigma_{1P}^y = 3120</math></b>									
0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000
500	0,0029	0,0001						0,0029	0,0000
1000	0,0043	0,0001						0,0042	-0,0001
2000	0,0070	0,0000						0,0069	-0,0002
2480	0,0083	-0,0002						0,0083	-0,0002
3120	0,0103	-0,0010	0,0025	1,5000	-0,0038	0,0083	-0,0002	0,0103	-0,0010
<b><math>c=0,178, \sigma_{1P}^y = 5000</math></b>									
0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000
500	0,0023	0,0003						0,0023	0,0003
1000	0,0040	0,0004						0,0037	0,0003
2000	0,0065	0,0003						0,0065	0,0003
3000	0,0093	0,0003						0,0093	0,0003
4000	0,0120	-0,0001						0,0120	-0,0001
5000	0,0149	-0,0008	0,0037	0,8493	-0,0031	0,0120	-0,0001	0,0149	-0,0008

$\sigma_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_1^n$	$\mu$	$\varepsilon_2^n$	$\varepsilon_1^e$	$\varepsilon_2^e$	$\varepsilon_1^{anp}$	$\varepsilon_2^{anp}$
<b><math>c=0,227, \sigma_{1P}^y = 8500</math></b>									
0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000
500	0,0019	0,0004						0,0019	0,0004
1000	0,0036	0,0006						0,0038	0,0010
3000	0,0081	0,0010						0,0081	0,0010
4000	0,0101	0,0011						0,0101	0,0010
6000	0,0144	0,0010						0,0144	0,0010
6540	0,0156	0,0010						0,0156	0,0010
8500	0,0200	0,0004	0,0042	1,5000	-0,0013	0,0156	0,0010	0,0200	0,0004

$\varepsilon_1^{anp}$  и  $\varepsilon_2^{anp}$  - аппроксимированные значения полной главной относительной деформации.

Решая систему уравнений (1.14) найдено:

$$\alpha = \frac{2}{3} \left[ \frac{E}{\sigma_1} (e_2 - e_1) + (1 - 2c\nu) - (c - \nu(1 + c)) \right] \quad (1.15)$$

$$\beta = \alpha + \frac{E}{\sigma_1} e_1 - (1 - 2c\nu)$$

Усредняя полученные при всех значениях  $c$  эти параметры, для данной горной породы имеем  $\alpha = 0,2545$ , а  $\beta = 0,0951$ . В случае необходимости можно предложить зависимости  $\alpha = \alpha(c)$  и  $\beta = \beta(c)$ .

Окончательно характеристики начальных упругих участков диаграмм деформации приведены в таблице 1.4 и проиллюстрированы на рис. 1.14 – 1.18.

Таблица 1.4

$\sigma_1$	$e_1^H$	$e_2^H$	$e_1^y$	$e_2^y$	$e_1$	$e_2$	$e_1^{OKOH}$	$e_2^{OKOH}$
<b><math>c=0, \sigma_{1P}^y = 1130</math></b>								
0					0,0000	0,0000	0,0014	0,0000
250					0,0007	-0,0002	0,0021	-0,0002
500					0,0014	-0,0005	0,0028	-0,0005
1000					0,0029	-0,0010	0,0043	-0,0010
1130	0,0014	0,0000	0,0028	-0,0007	0,0032	-0,0011	0,0046	-0,0011
<b><math>c=0,069, \sigma_{1P}^y = 2350</math></b>								
0					0,0000	0,0000	0,0013	0,0000
250					0,0007	-0,0002	0,0020	-0,0002
500					0,0014	-0,0004	0,0027	-0,0004
1500					0,0041	-0,0013	0,0054	-0,0013
2000					0,0054	-0,0017	0,0067	-0,0017
2130					0,0058	-0,0018	0,0071	-0,0018
2350	0,0013	0,0000	0,0058	-0,0010	0,0064	-0,0020	0,0077	-0,0020

$\sigma_1$	$e_1^H$	$e_2^H$	$e_1^y$	$e_2^y$	$e_1$	$e_2$	$e_1^{OKOH}$	$e_2^{OKOH}$
<b><math>c=0,116, \sigma_{1P}^y = 3120</math></b>								
0					0,0000	0,0000	0,0014	0,0000
500					0,0013	-0,0004	0,0027	-0,0004
1000					0,0026	-0,0008	0,0041	-0,0008
2000					0,0053	-0,0015	0,0067	-0,0015
2480					0,0065	-0,0019	0,0080	-0,0019
3120	0,0014	0,0000	0,0069	-0,0002	0,0079	-0,0023	0,0093	-0,0023
<b><math>c=0,178, \sigma_{1P}^y = 5000</math></b>								
0					0,0000	0,0000	0,0013	-0,0003
500					0,0013	-0,0003	0,0026	-0,0006
1000					0,0025	-0,0006	0,0038	-0,0009
2000					0,0050	-0,0013	0,0063	-0,0016
3000					0,0075	-0,0019	0,0088	-0,0022
4000					0,0100	-0,0025	0,0113	-0,0028
5000	0,0013	0,0003	0,0107	0,0002	0,0126	-0,0032	0,0139	-0,0035
<b><math>c=0,227, \sigma_{1P}^y = 8500</math></b>								
0					0,0000	0,0000	0,0016	-0,0010
500					0,0012	-0,0003	0,0028	-0,0012
1000					0,0024	-0,0005	0,0040	-0,0015
3000					0,0072	-0,0016	0,0088	-0,0026
4000					0,0097	-0,0022	0,0112	-0,0031
6000					0,0145	-0,0033	0,0160	-0,0042
6540					0,0158	-0,0036	0,0174	-0,0045
8500	0,0016	0,0010	0,0141	0,0019	0,0193	-0,0043	0,0209	-0,0053

$e_1^{OKOH}$  и  $e_2^{OKOH}$  - окончательная упругая деформация

$$e_1^y = \varepsilon_1^{анр} - e_1^H \quad (1.16)$$

$$e_2^y = \varepsilon_2^{анр} + e_2^H$$

$$e_1^{OKOH} = e_1 + e_1^H \quad (1.17)$$

$$e_2^{OKOH} = e_2 - e_2^H$$

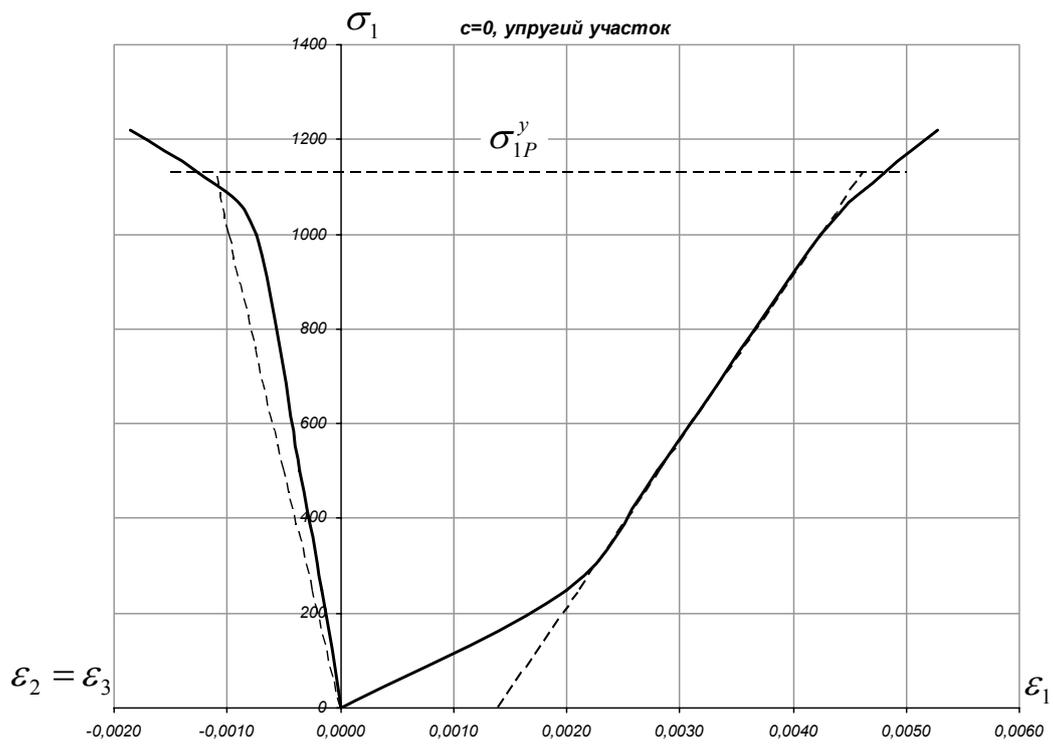


Рис. 1.14

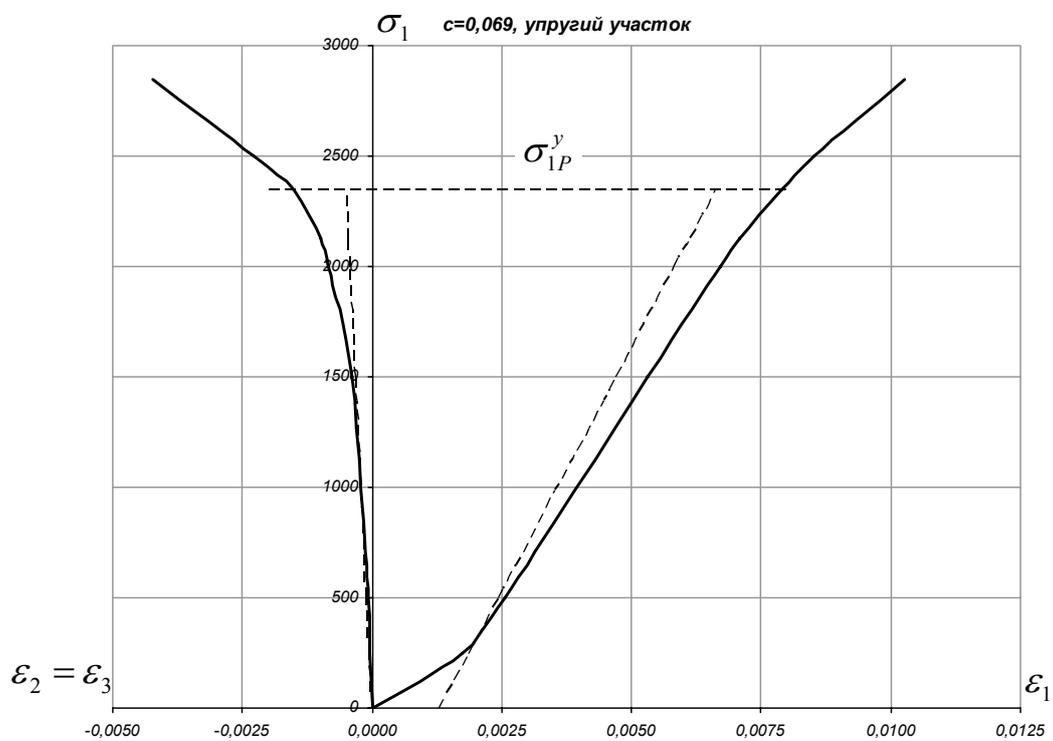
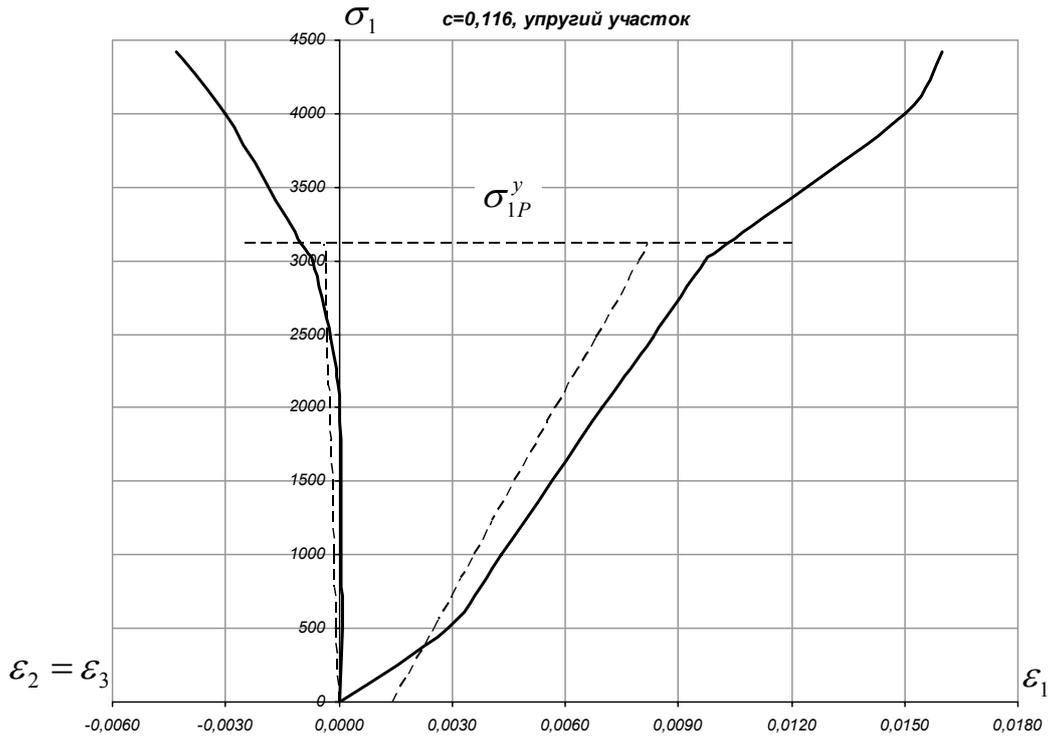
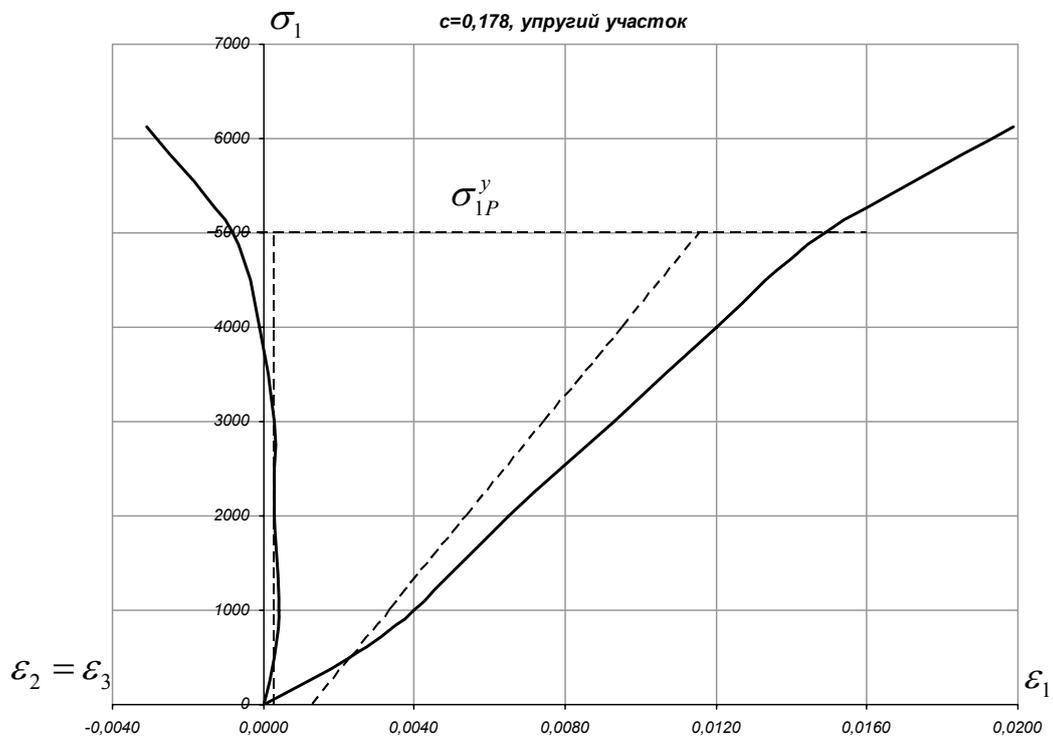


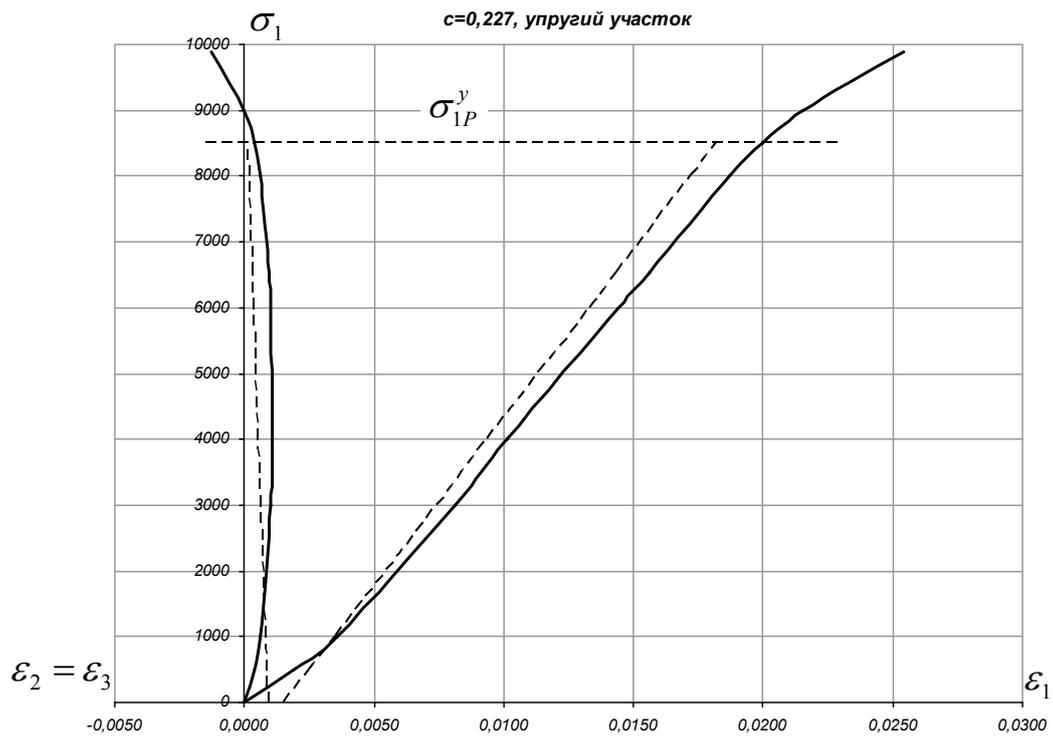
Рис. 1.15



*Рис. 1.16*



*Рис. 1.17*



*Рис. 1.18*

## 2. Песчаник не опасный по выбросам

При аппроксимации упругих участков экспериментальных диаграмм для этой горной породы основной проблемой являлась процедура спрямления криволинейного участка, а не его исключения. Все графические построения, аналогичные предыдущим, приведены на рис. 1.19 – 1.23.

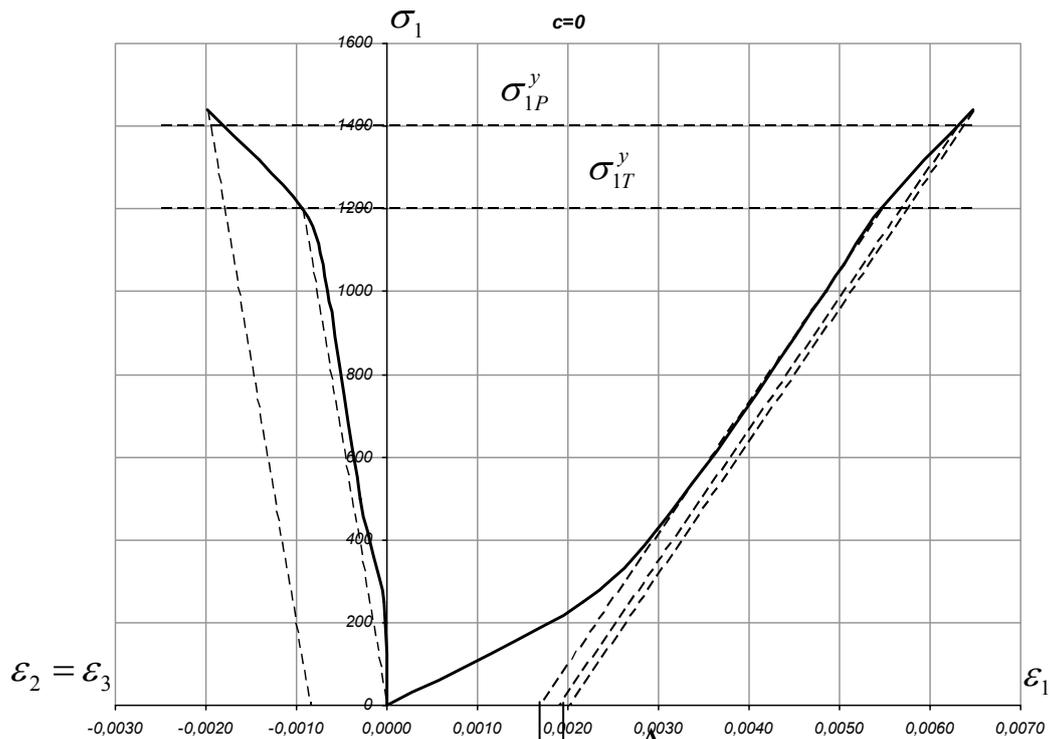
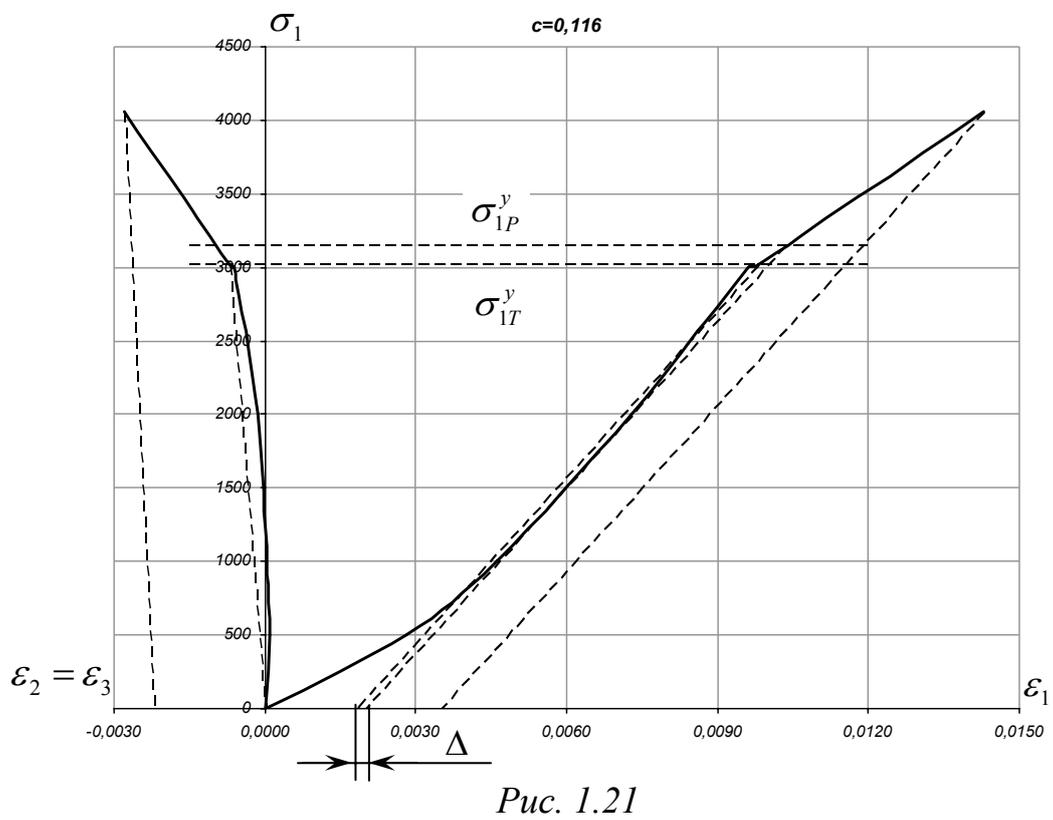
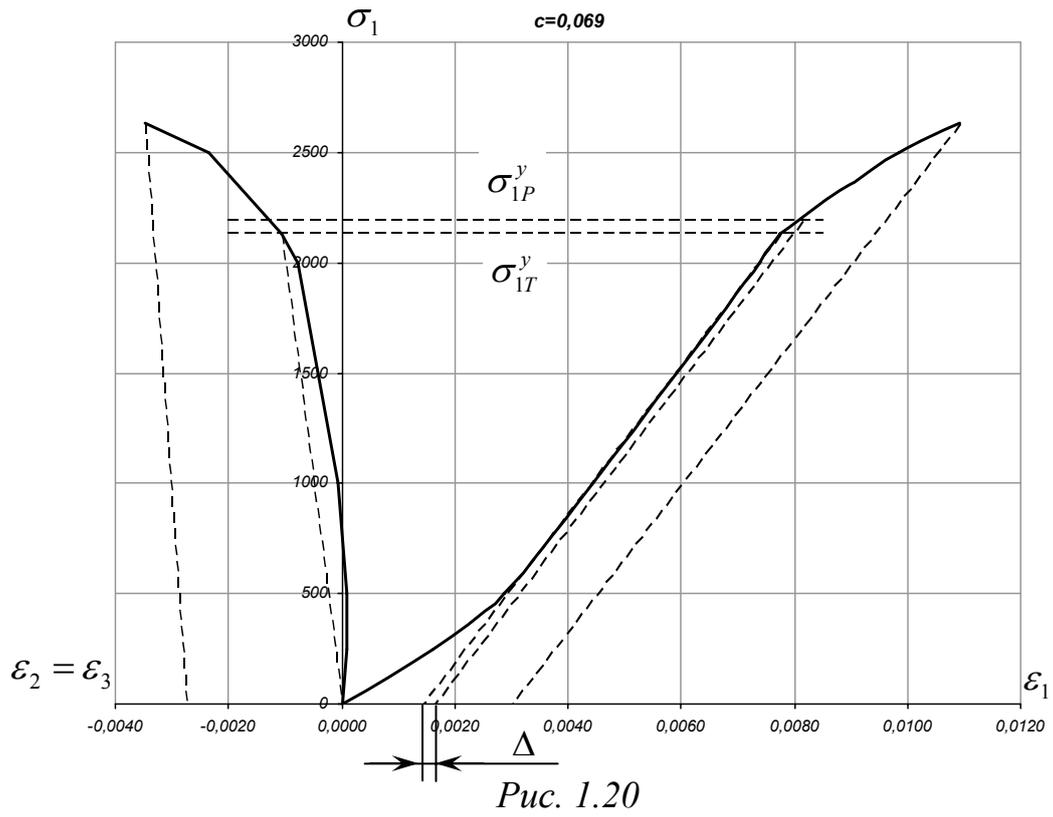
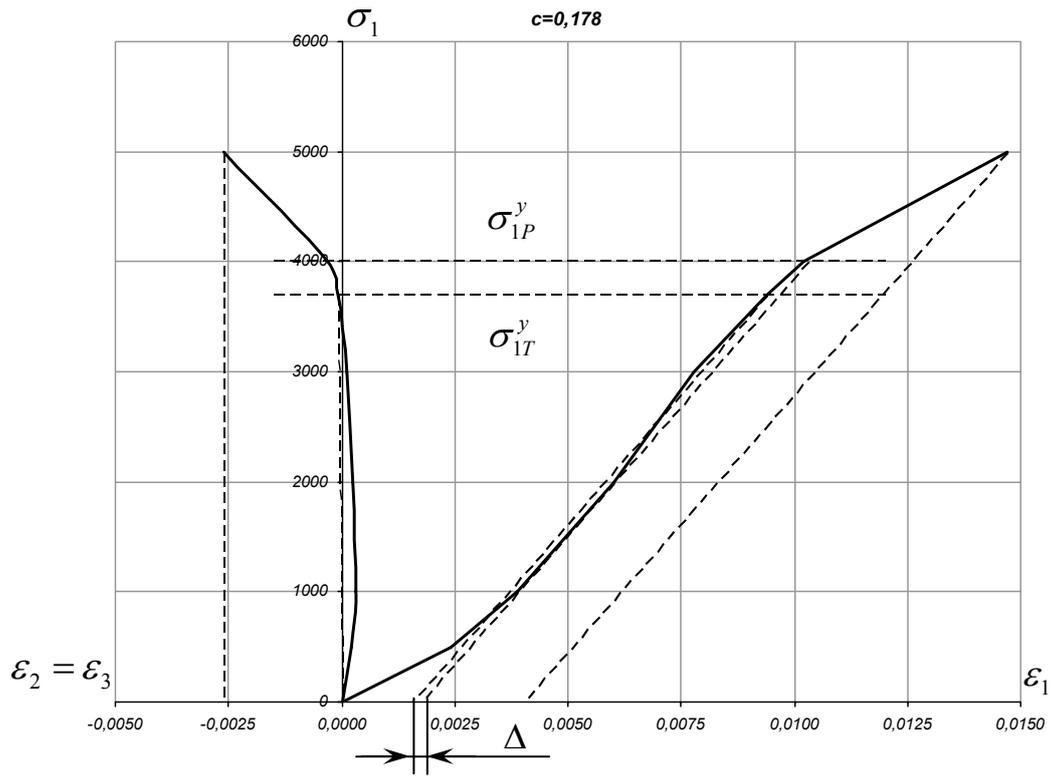
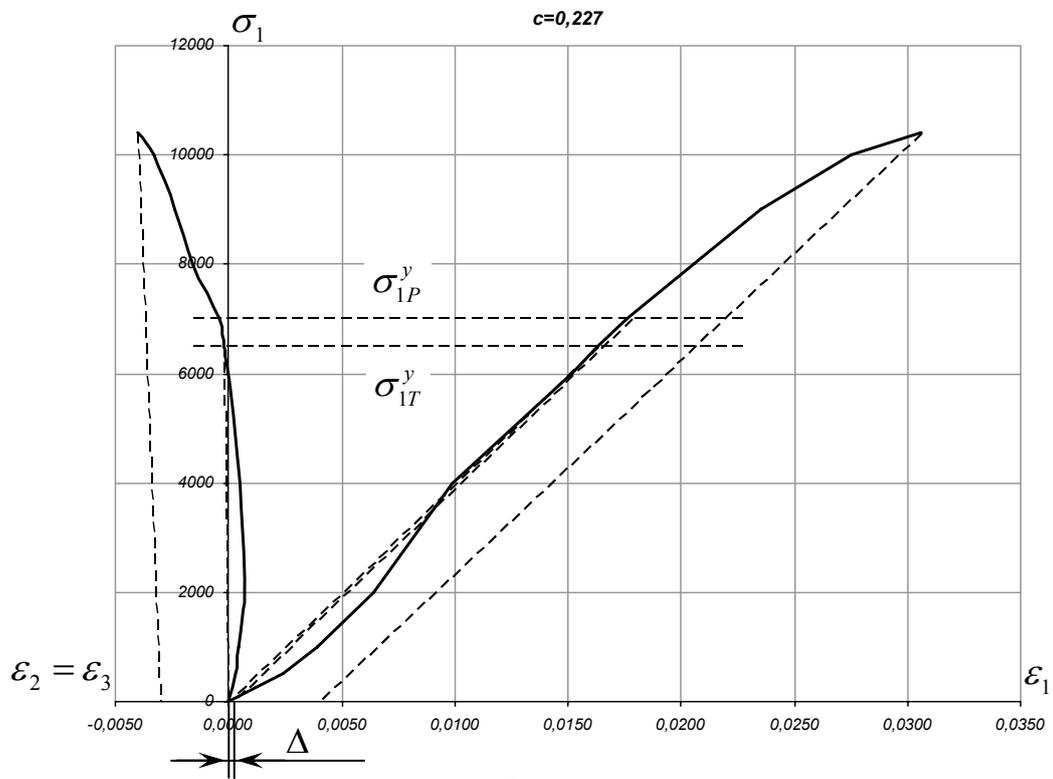


Рис. 1.19





*Puc. 1.22*



*Puc. 1.23*

Для Песчаника не опасного по выбросам получены следующие откорректированные значения модуля Юнга и коэффициента Пуассона:

$$E = 3,17 * 9,81 \text{ МПа} \text{ и } \nu = 0,25$$

табличные значения равны:

$$E = 2,7 * 9,81 \text{ МПа} \text{ и } \nu = 0,22$$

Остальные характеристики диаграмм деформирования сведены в таблицу 1.5.

Таблица 1.5

$\sigma_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_1^n$	$\mu$	$\varepsilon_2^n$	$\varepsilon_1^e$	$\varepsilon_2^e$	$\varepsilon_1^{anp}$	$\varepsilon_2^{anp}$
<b><math>c=0, \sigma_{1P}^y = 1400</math></b>									
0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000
250	0,0022	0,0000						0,0023	-0,0002
500	0,0032	-0,0003						0,0032	-0,0004
1000	0,0049	-0,0007						0,0048	-0,0008
1200	0,0055	-0,0009						0,0055	-0,0009
1400	0,0063	-0,0017	0,0020	0,4300	-0,0009	0,0055	-0,0009	0,0063	-0,0017
<b><math>c=0, 069, \sigma_{1P}^y = 2190</math></b>									
0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000
250	0,0016	0,0001						0,0016	-0,0001
500	0,0029	0,0001						0,0029	-0,0003
1000	0,0044	-0,0001						0,0044	-0,0005
2000	0,0067	-0,0008						0,0074	-0,0010
2130	0,0078	-0,0011						0,0078	-0,0011
2190	0,0082	-0,0012	0,0035	0,6254	-0,0022	0,0078	-0,0011	0,0082	-0,0012
<b><math>c=0,116, \sigma_{1P}^y = 3150</math></b>									
0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000
500	0,0028	0,0001						0,0031	-0,0001
1000	0,0046	0,0001						0,0045	-0,0002
2000	0,0073	-0,0002						0,0071	-0,0005
3000	0,0096	-0,0006						0,0097	-0,0006
3020	0,0098	-0,0007						0,0098	-0,0007
3150	0,0103	-0,0009	0,0019	1,1400	-0,0022	0,0098	-0,0007	0,0103	-0,0009
<b><math>c=0,178, \sigma_{1P}^y = 4000</math></b>									
0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000
500	0,0024	0,0002						0,0025	0,0000
1000	0,0039	0,0003						0,0037	0,0000
2000	0,0060	0,0003						0,0058	0,0000
3000	0,0078	0,0001						0,0079	-0,0001
3700	0,0094	-0,0001						0,0094	-0,0001
4000	0,0102	-0,0003	0,0040	0,6528	-0,0026	0,0094	-0,0001	0,0102	-0,0003

$\sigma_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_1^n$	$\mu$	$\varepsilon_2^n$	$\varepsilon_1^e$	$\varepsilon_2^e$	$\varepsilon_1^{anp}$	$\varepsilon_2^{anp}$
<b><math>c=0,227, \sigma_{1P}^y = 7000</math></b>									
0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000
500	0,0024	0,0003						0,0012	0,0000
1000	0,0039	0,0005						0,0025	-0,0001
2000	0,0064	0,0007						0,0051	0,0000
4000	0,0099	0,0005						0,0099	-0,0002
6000	0,0152	0,0000						0,0150	-0,0002
6500	0,0163	-0,0002						0,0163	-0,0002
7000	0,0206	-0,0004	0,0040	0,7620	-0,0030	0,0163	-0,0002	0,0206	-0,0004

Значения коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$\alpha = 0,1572, \text{ а } \beta = 0,0133$$

Окончательные расчетные параметры и предлагаемая аппроксимация упругих участков приведены в таблице 1.6 и на рис. 1.24 – 1.28.

Таблица 1.6

$\sigma_1$	$e_1^h$	$e_2^h$	$e_1^y$	$e_2^y$	$e_1$	$e_2$	$e_1^{OKOH}$	$e_2^{OKOH}$
<b><math>c=0, \sigma_{1P}^y = 1400</math></b>								
0					0,0000	0,0000	0,0017	0,0000
250					0,0008	-0,0002	0,0025	-0,0002
500					0,0016	-0,0004	0,0033	-0,0004
1000					0,0032	-0,0008	0,0048	-0,0008
1200					0,0038	-0,0009	0,0055	-0,0009
1400	0,0017	0,0000	0,0038	-0,0009	0,0044	-0,0011	0,0061	-0,0011
<b><math>c=0,069, \sigma_{1P}^y = 2190</math></b>								
0					0,0000	0,0000	0,0014	0,0000
250					0,0006	-0,0001	0,0021	-0,0001
500					0,0013	-0,0002	0,0027	-0,0002
1000					0,0026	-0,0004	0,0040	-0,0004
2000					0,0051	-0,0007	0,0065	-0,0007
2130					0,0054	-0,0008	0,0069	-0,0008
2190	0,0014	0,0000	0,0063	-0,0011	0,0056	-0,0008	0,0070	-0,0008
<b><math>c=0,116, \sigma_{1P}^y = 3150</math></b>								
0					0,0000	0,0000	0,0018	0,0000
500					0,0012	-0,0001	0,0030	-0,0001
1000					0,0025	-0,0003	0,0043	-0,0003
2000					0,0050	-0,0005	0,0068	-0,0005
3000					0,0074	-0,0008	0,0092	-0,0008
3020					0,0075	-0,0008	0,0093	-0,0008
3150	0,0018	0,0000	0,0080	-0,0007	0,0078	-0,0008	0,0096	-0,0008

$\sigma_1$	$e_1^H$	$e_2^H$	$e_1^y$	$e_2^y$	$e_1$	$e_2$	$e_1^{OKOH}$	$e_2^{OKOH}$
<b><math>c=0,178, \sigma_{1P}^y = 4000</math></b>								
0					0,0000	0,0000	0,0016	0,0000
500					0,0012	-0,0001	0,0027	-0,0001
1000					0,0024	-0,0001	0,0039	-0,0001
2000					0,0048	-0,0002	0,0063	-0,0002
3000					0,0071	-0,0003	0,0087	-0,0003
3700					0,0088	-0,0004	0,0104	-0,0004
4000	0,0016	0,0000	0,0079	-0,0001	0,0095	-0,0005	0,0111	-0,0005
<b><math>c=0,227, \sigma_{1P}^y = 7000</math></b>								
0					0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
500					0,0012	0,0000	0,0012	0,0000
1000					0,0023	0,0000	0,0023	0,0000
2000					0,0046	0,0000	0,0046	0,0000
4000					0,0092	0,0000	0,0092	0,0000
6000					0,0138	0,0000	0,0138	0,0000
6500					0,0150	0,0000	0,0150	0,0000
7000	0,0000	0,0000	0,0163	-0,0002	0,0161	0,0000	0,0161	0,0000

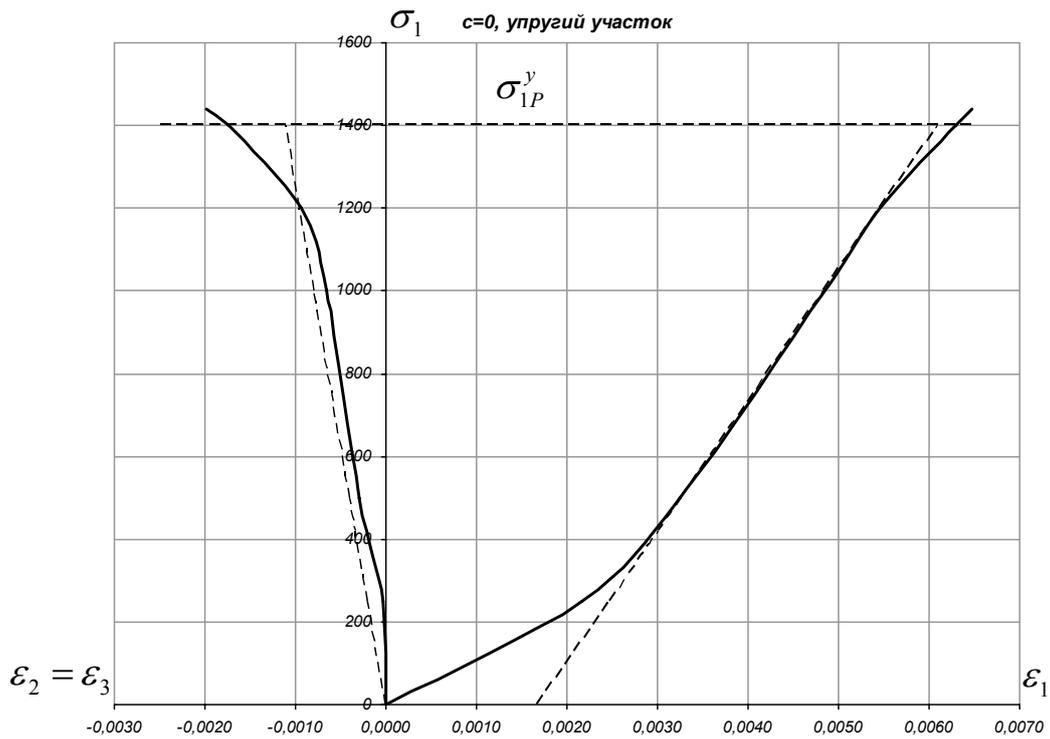
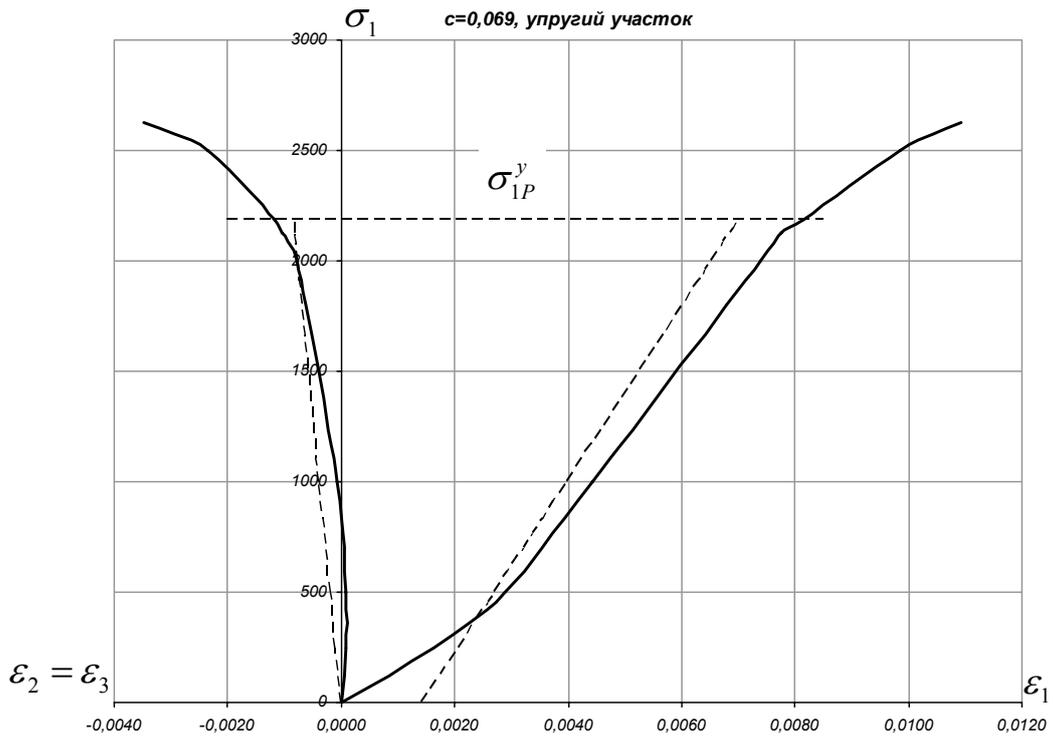
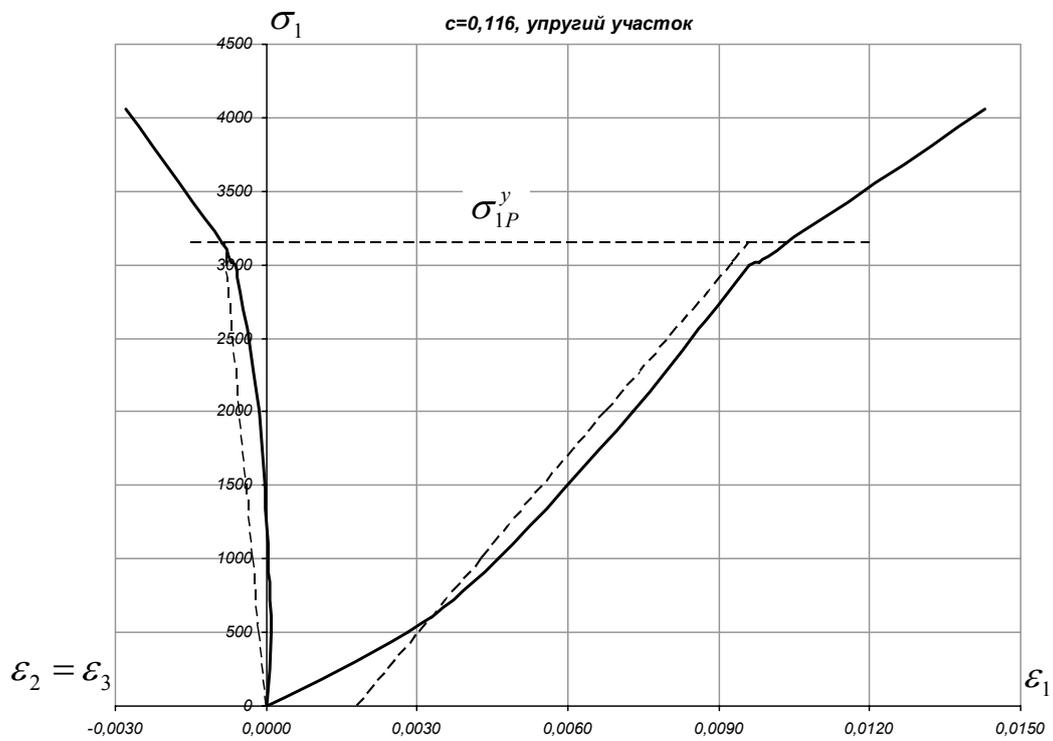


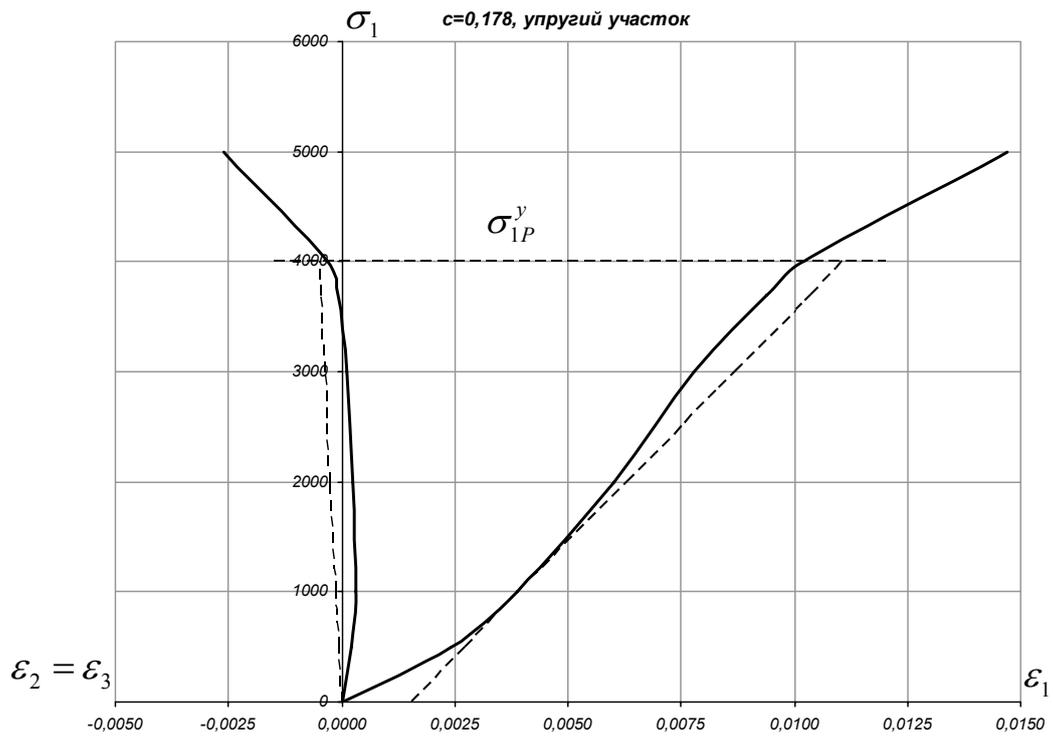
Рис. 1.24



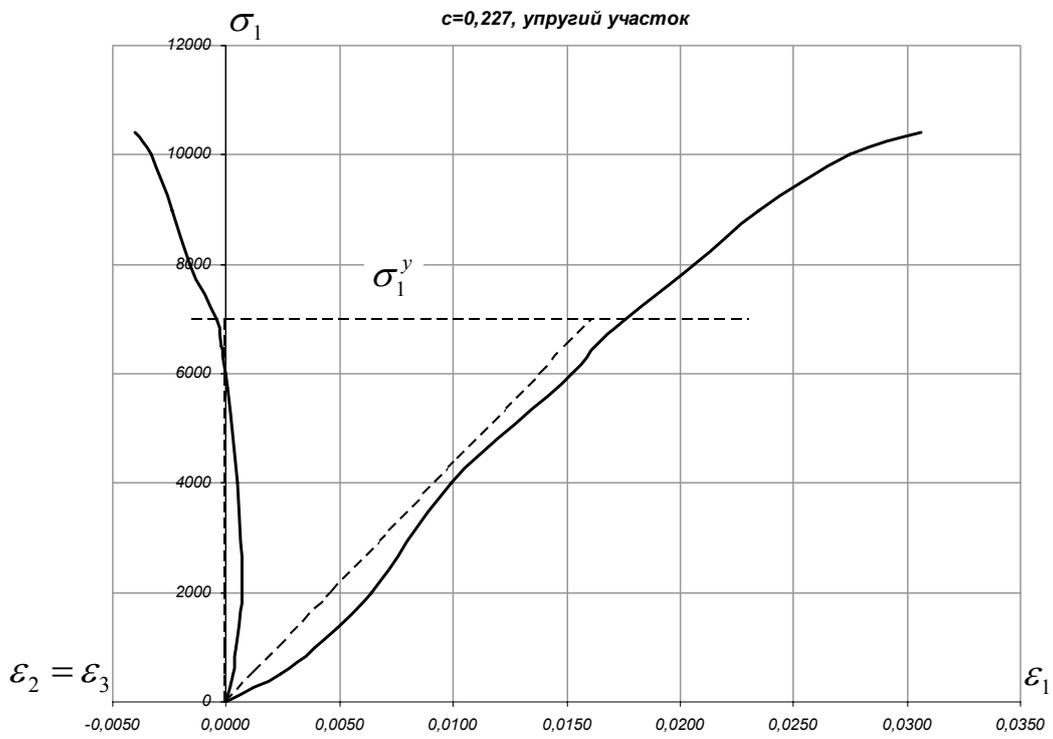
*Рис. 1.25*



*Рис. 1.26*



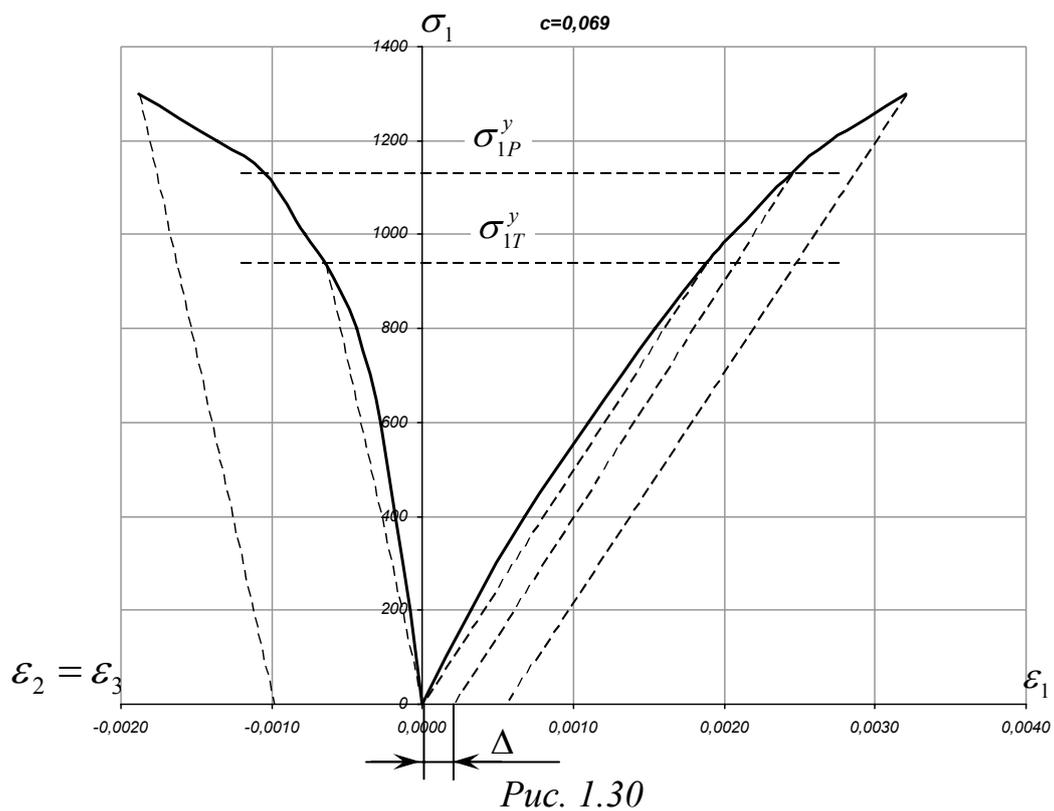
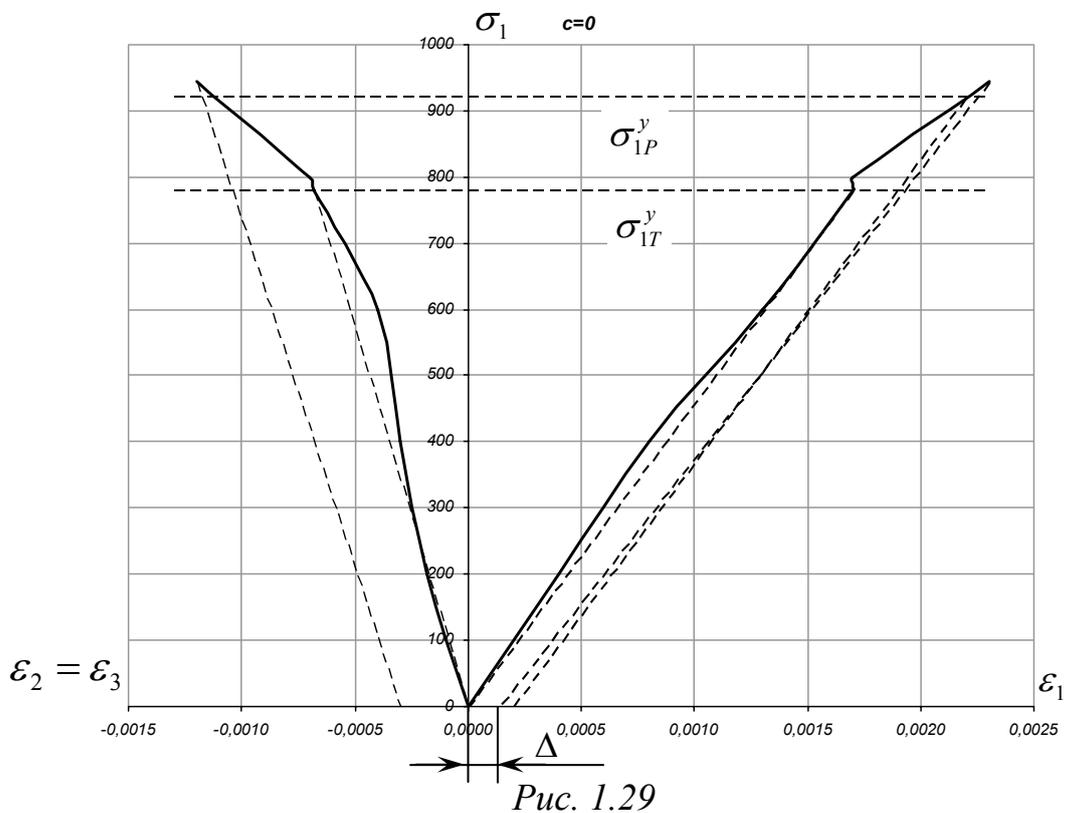
*Рис. 1.27*

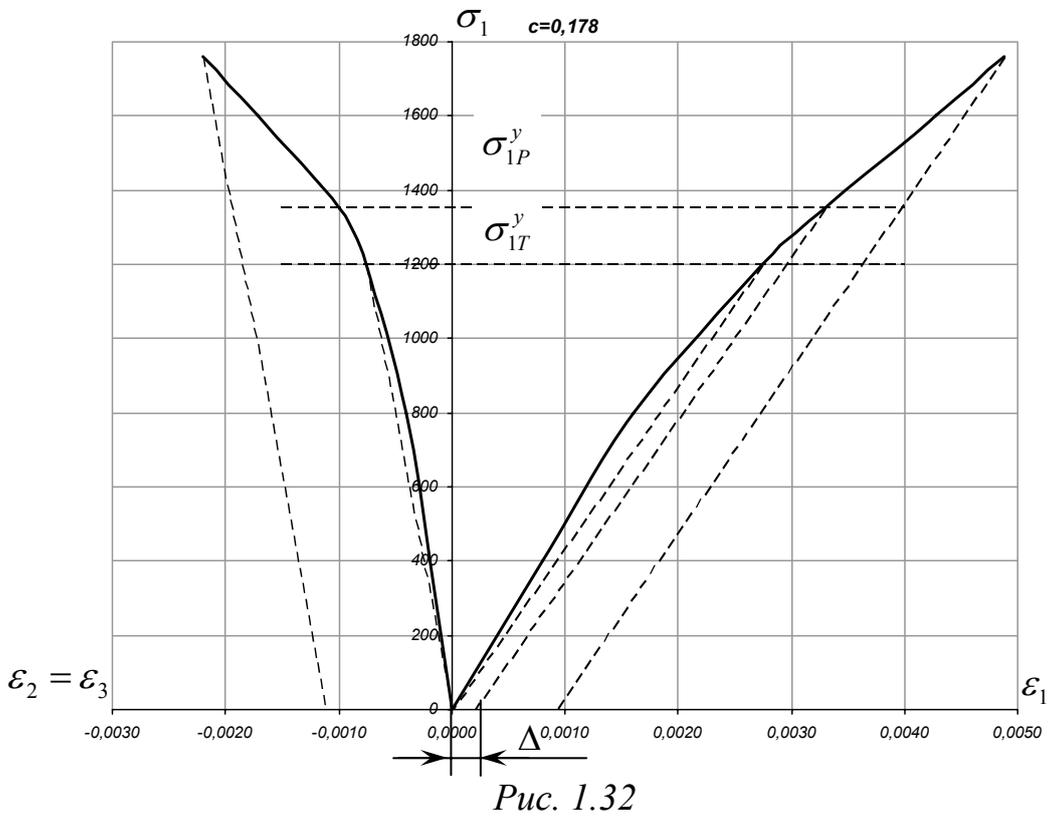
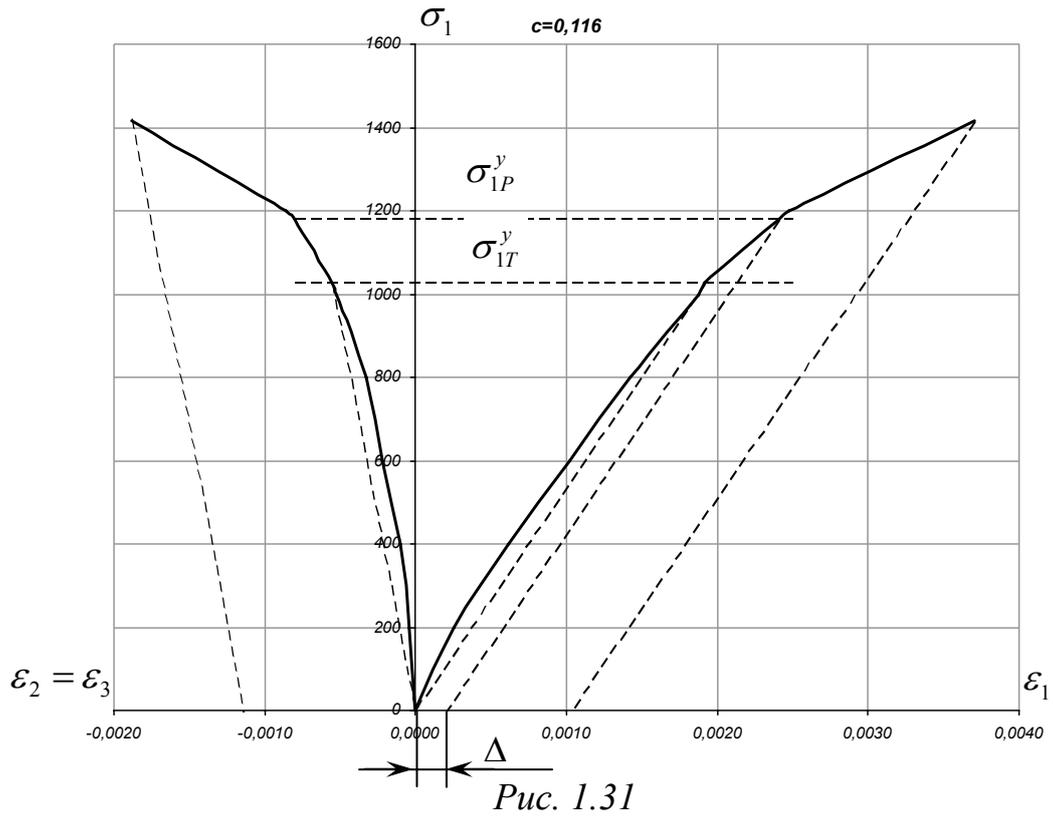


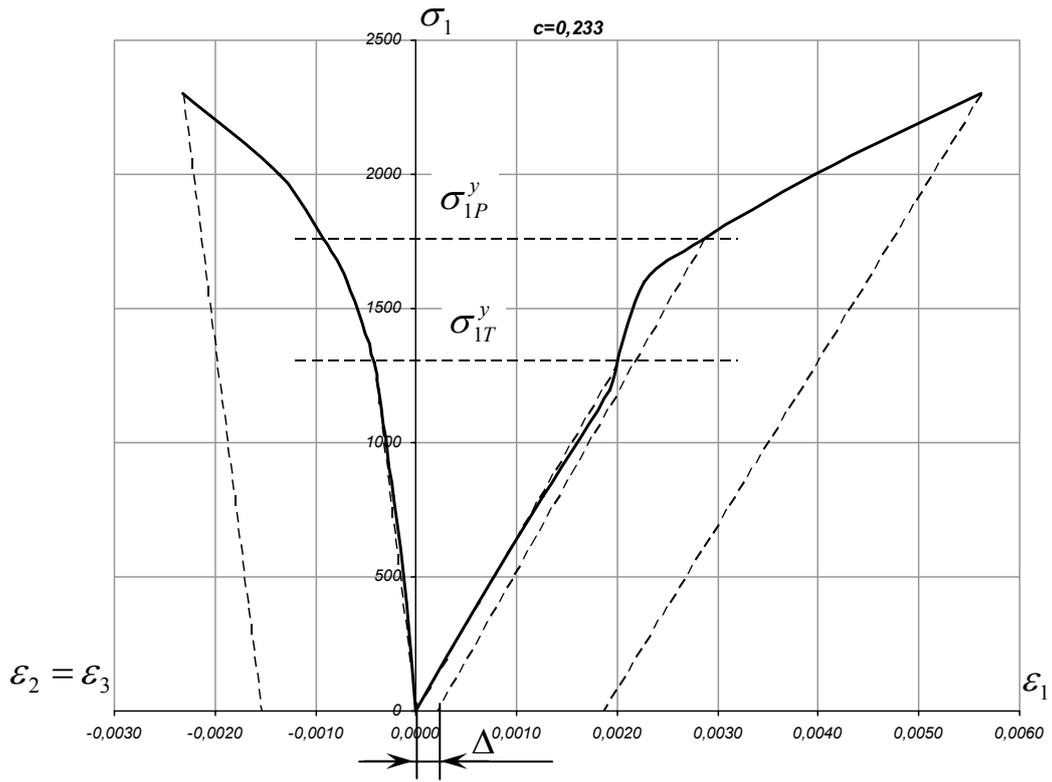
*Рис. 1.28*

### 3. Талькохлорит

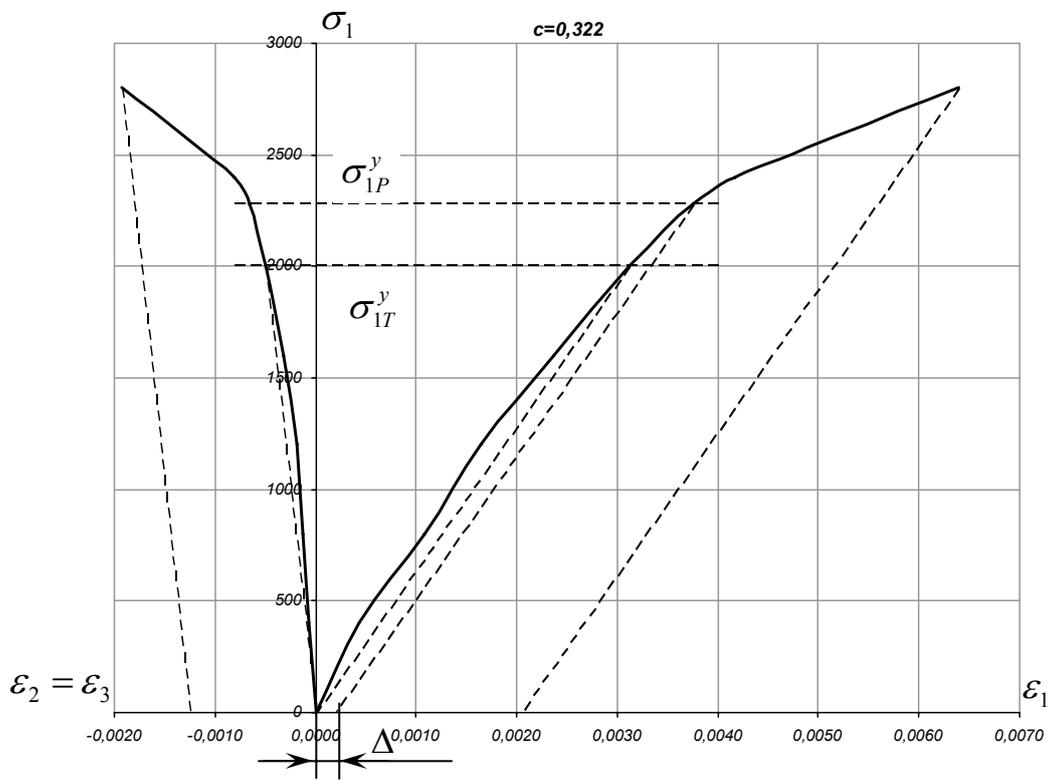
При рассмотрении экспериментальных диаграмм данной горной породы не возникло проблем с прямолинейным участком; все графические построения аналогичны предыдущим, они приведены на рис. 1.29 – 1.36.



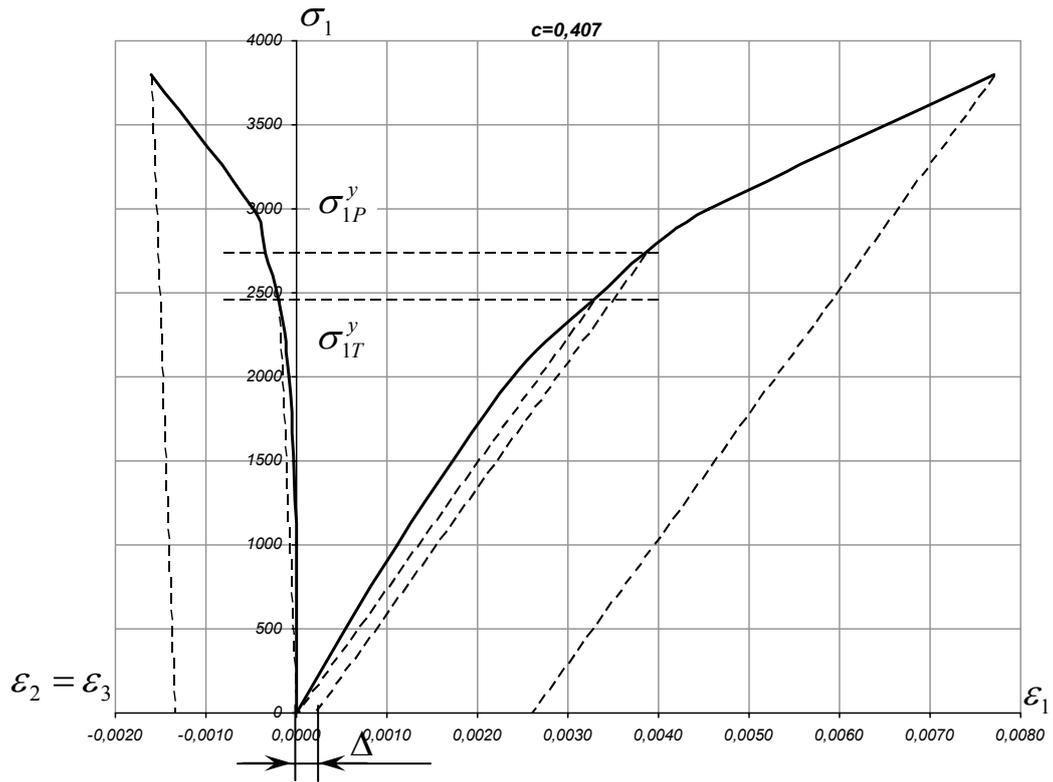




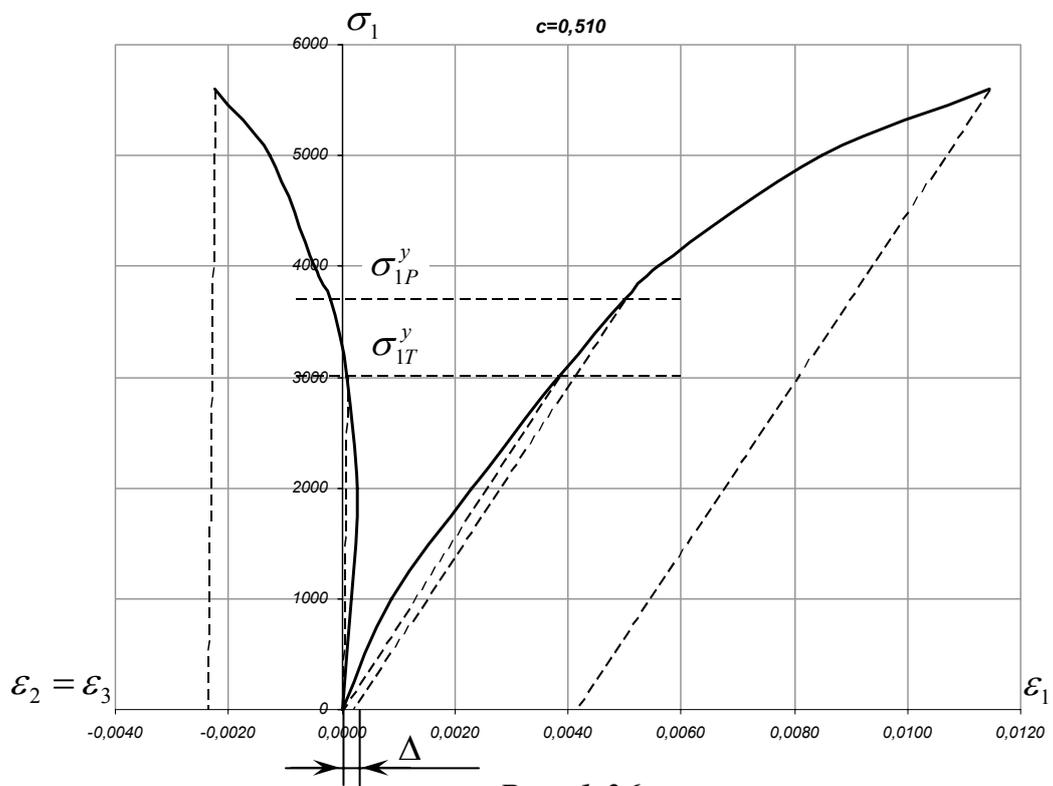
*Puc. 1.33*



*Puc. 1.34*



*Puc. 1.35*



*Puc. 1.36*

Для Талькохлорита не возникла необходимость уточнять значения модуля Юнга и коэффициента Пуассона, поэтому в расчетах используются табличные:

$$E = 4,4 * 9,81 \text{ МПа} \text{ и } \nu = 0,39$$

Остальные характеристики диаграмм деформирования сведены в таблицу 1.7.

Таблица 1.7

$\sigma_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_1^n$	$\mu$	$\varepsilon_2^n$	$\varepsilon_1^e$	$\varepsilon_2^e$	$\varepsilon_1^{anp}$	$\varepsilon_2^{anp}$
<b><math>c=0, \sigma_{1P}^y = 920</math></b>									
0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000
200	0,0004	-0,0002						0,0004	-0,0002
400	0,0008	-0,0003						0,0009	-0,0004
600	0,0013	-0,0004						0,0013	-0,0005
780	0,0017	-0,0007						0,0017	-0,0007
920	0,0022	-0,0011	0,0001	2,15	-0,0003	0,0017	-0,0007	0,0022	-0,0011
<b><math>c=0,069, \sigma_{1P}^y = 1130</math></b>									
0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000
200	0,0003	-0,0001						0,0004	-0,0001
400	0,0007	-0,0002						0,0008	-0,0003
600	0,0011	-0,0003						0,0012	-0,0004
800	0,0015	-0,0004						0,0016	-0,0005
940	0,0019	-0,0006						0,0019	-0,0006
1130	0,0025	-0,0011	0,0006	1,8	-0,0010	0,0019	-0,0006	0,0025	-0,0011
<b><math>c=0,116, \sigma_{1P}^y = 1180</math></b>									
0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000
200	0,0003	0,0000						0,0003	0,0000
400	0,0006	-0,0001						0,0006	-0,0001
600	0,0010	-0,0002						0,0010	-0,0002
800	0,0014	-0,0003						0,0014	-0,0003
1000	0,0019	-0,0005						0,0019	-0,0005
1025	0,0019	-0,0006						0,0019	-0,0006
1180	0,0024	-0,0008	0,0010	1,11	-0,0011	0,0019	-0,0006	0,0024	-0,0008
<b><math>c=0,178, \sigma_{1P}^y = 1350</math></b>									
0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000
400	0,0008	-0,0002						0,0009	-0,0003
800	0,0016	-0,0004						0,0018	-0,0005
1200	0,0027	-0,0008						0,0027	-0,0008
1350	0,0033	-0,0010	0,0009	1,205	-0,0011	0,0027	-0,0008	0,0033	-0,0010
<b><math>c=0,233, \sigma_{1P}^y = 1760</math></b>									
0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000
400	0,0006	-0,0001						0,0006	-0,0001
800	0,0013	-0,0002						0,0012	-0,0003
1200	0,0019	-0,0004						0,0018	-0,0004
1300	0,0020	-0,0004						0,0020	-0,0004
1760	0,0029	-0,0009	0,0019	0,83	-0,0015	0,0020	-0,0004	0,0029	-0,0009

$\sigma_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_1^n$	$\mu$	$\varepsilon_2^n$	$\varepsilon_1^e$	$\varepsilon_2^e$	$\varepsilon_1^{anp}$	$\varepsilon_2^{anp}$
<b><math>c=0,322, \sigma_{1P}^y = 2280</math></b>									
0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000
400	0,0004	-0,0001						0,0006	-0,0001
800	0,0011	-0,0001						0,0012	-0,0002
1200	0,0016	-0,0002						0,0019	-0,0003
1600	0,0024	-0,0003						0,0025	-0,0004
2000	0,0031	-0,0005						0,0031	-0,0005
2280	0,0038	-0,0007	0,0020	0,61	-0,0012	0,0031	-0,0005	0,0038	-0,0007
<b><math>c=0,407, \sigma_{1P}^y = 2740</math></b>									
0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000
1000	0,0011	0,0000						0,0013	-0,0001
2000	0,0024	-0,0001						0,0027	-0,0002
2460	0,0033	-0,0002						0,0033	-0,0002
2740	0,0039	-0,0004	0,0026	0,519	-0,0013	0,0033	-0,0002	0,0039	-0,0004
<b><math>c=0,51, \sigma_{1P}^y = 3700</math></b>									
0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000
1000	0,0009	0,0002						0,0013	0,0000
2000	0,0023	0,0003						0,0025	0,0000
3000	0,0038	0,0001						0,0038	0,0001
3700	0,0050	-0,0002	0,0041	0,574	-0,0024	0,0038	0,0001	0,0050	-0,0002

$\alpha$  и  $\beta$  равны:

$$\alpha = 0,0126, \text{ а } \beta = 0,014$$

Окончательные расчетные параметры и предлагаемая аппроксимация упругих участков приведены в таблице 1.8 и на рис. 1.37 – 1.44.

Таблица 1.8

$\sigma_1$	$e_1^H$	$e_2^H$	$e_1^y$	$e_2^y$	$e_1^{ОКОН}$	$e_2^{ОКОН}$
<b><math>c=0, \sigma_{1P}^y = 920</math></b>						
0					0,0000	0,0000
200					0,0005	-0,0002
400					0,0009	-0,0004
600					0,0014	-0,0005
780					0,0018	-0,0007
920	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0018	-0,0007
<b><math>c=0, 069, \sigma_{1P}^y = 1130</math></b>						
0					0,0000	0,0000
200					0,0004	-0,0001
400					0,0009	-0,0003
600					0,0013	-0,0004
800					0,0017	-0,0006
940					0,0020	-0,0007
1130	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0022	-0,0007

$\sigma_1$	$e_1^H$	$e_2^H$	$e_1^y$	$e_2^y$	$e_1^{OKOH}$	$e_2^{OKOH}$
<b><math>c=0,116, \sigma_{1P}^y = 1180</math></b>						
0					0,0000	0,0000
200					0,0004	-0,0001
400					0,0008	-0,0003
600					0,0012	-0,0004
800					0,0017	-0,0005
1000					0,0021	-0,0007
1025					0,0021	-0,0007
1180	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0024	-0,0008
<b><math>c=0,178, \sigma_{1P}^y = 1350</math></b>						
0					0,0000	0,0000
400					0,0008	-0,0002
800					0,0016	-0,0005
1200					0,0024	-0,0007
1350	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0026	-0,0008
<b><math>c=0,233, \sigma_{1P}^y = 1760</math></b>						
0					0,0000	0,0000
400					0,0007	-0,0002
800					0,0015	-0,0004
1200					0,0022	-0,0006
1300					0,0024	-0,0007
1760	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0030	-0,0008
<b><math>c=0,322, \sigma_{1P}^y = 2280</math></b>						
0					0,0000	0,0000
400					0,0007	-0,0002
800					0,0014	-0,0003
1200					0,0020	-0,0005
1600					0,0027	-0,0006
2000					0,0034	-0,0008
2280	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0039	-0,0009
<b><math>c=0,407, \sigma_{1P}^y = 2740</math></b>						
0					0,0000	0,0000
1000					0,0016	-0,0003
2000					0,0031	-0,0006
2460					0,0038	-0,0007
2740	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0043	-0,0008
<b><math>c=0,51, \sigma_{1P}^y = 3700</math></b>						
0					0,0000	0,0000
1000					0,0014	-0,0001
2000					0,0027	-0,0003
3000					0,0041	-0,0004
3700	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0051	-0,0005

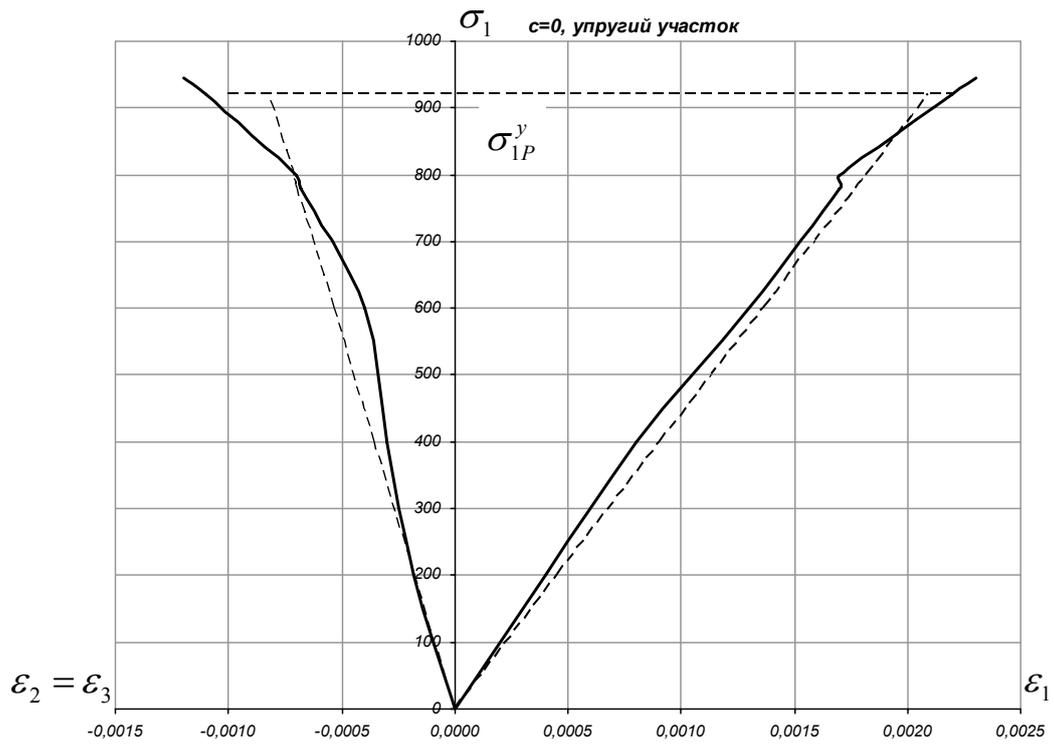


Рис. 1.37

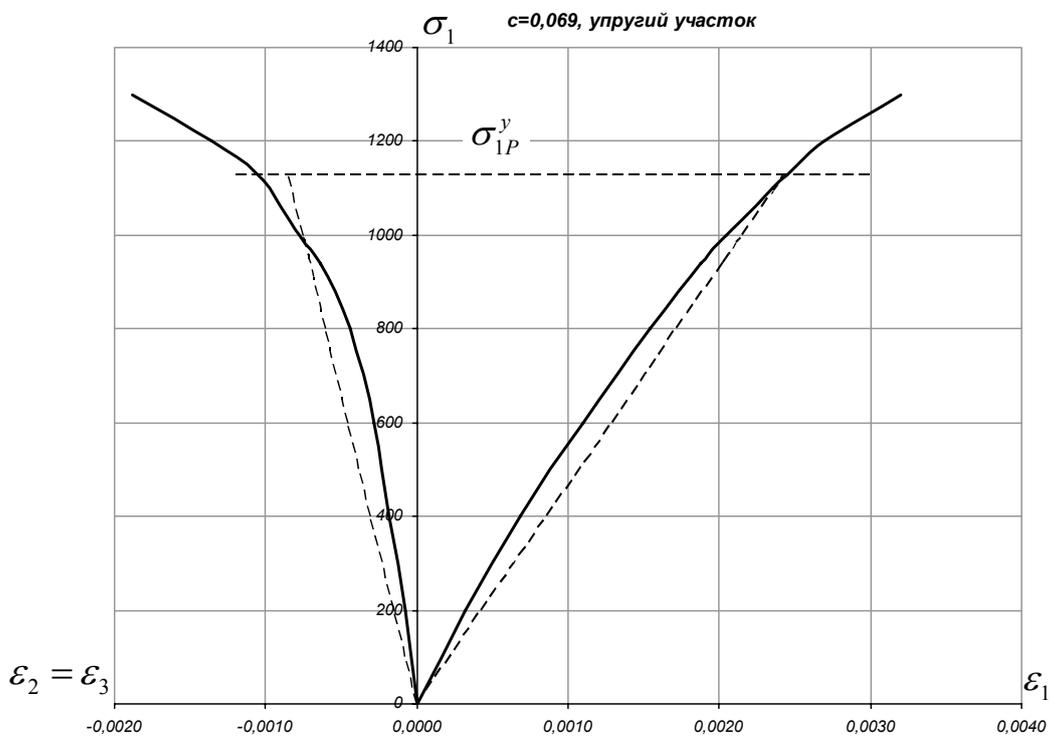


Рис. 1.38

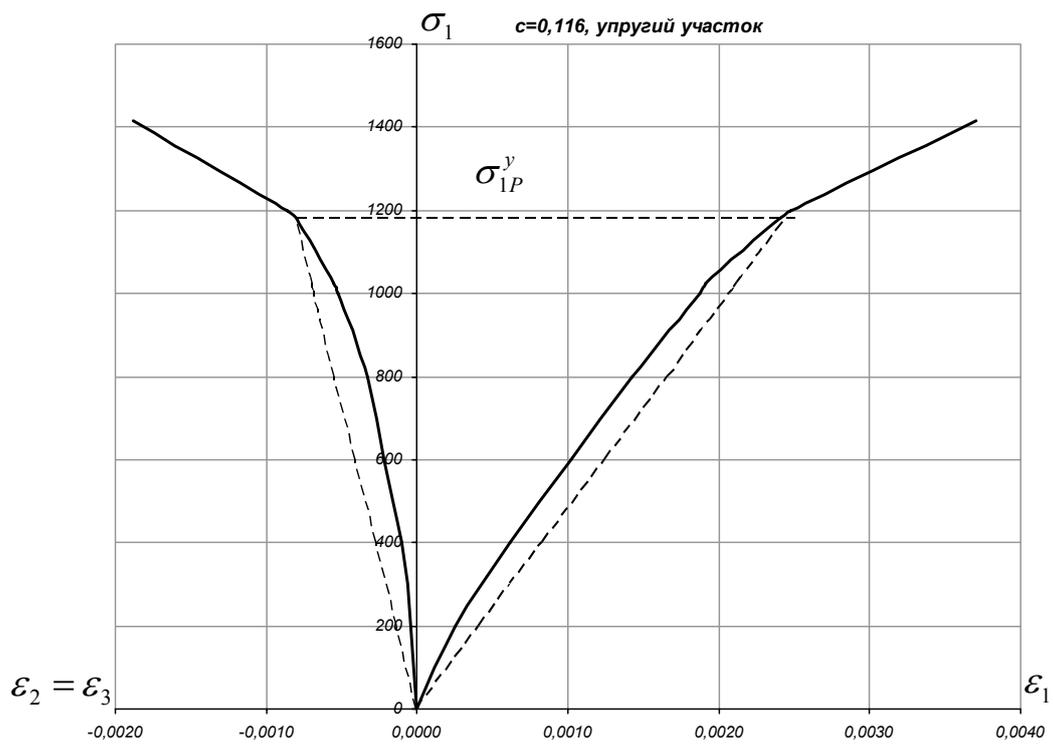


Рис. 1.39

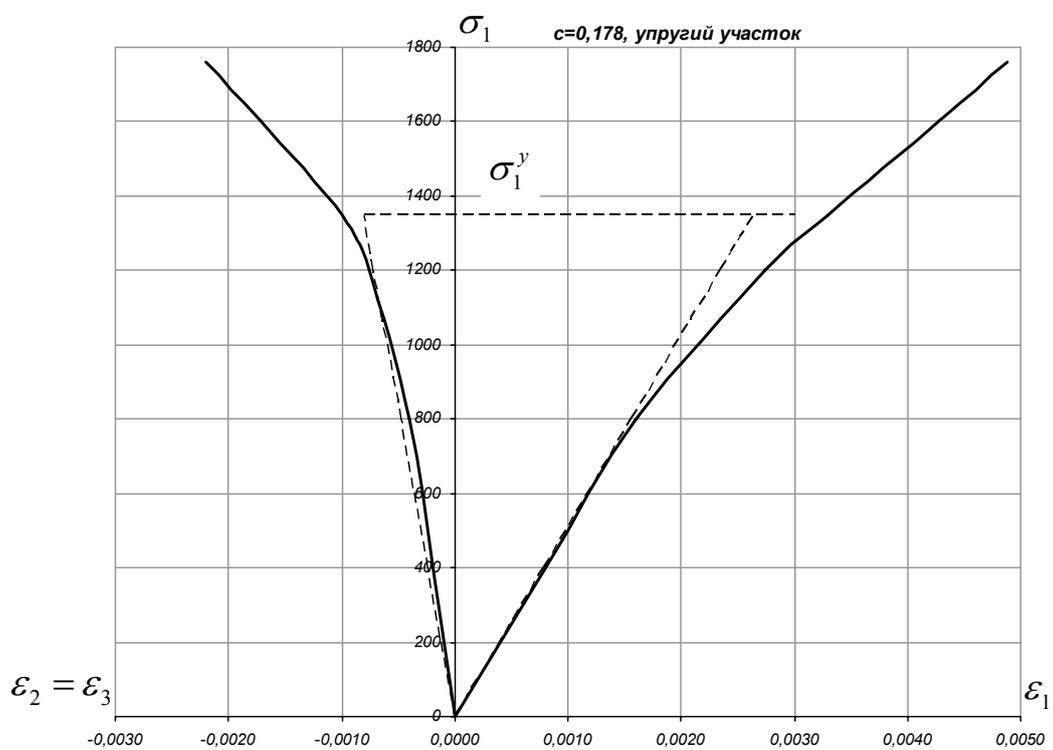


Рис. 1.40

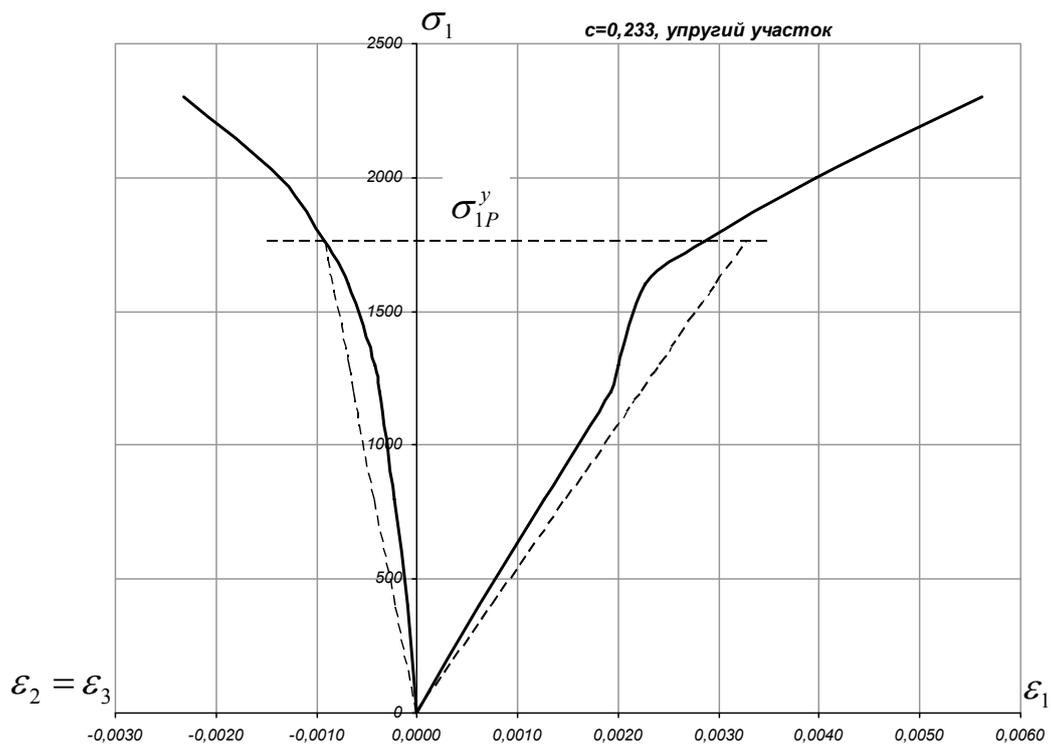


Рис. 1.41

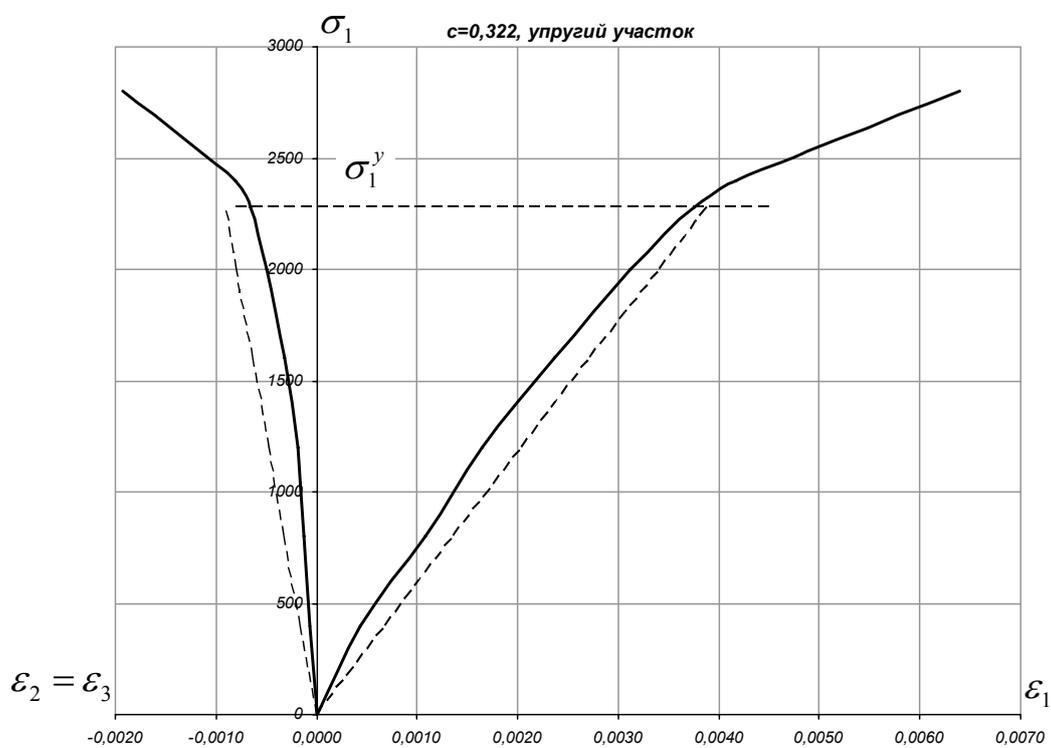


Рис. 1.42

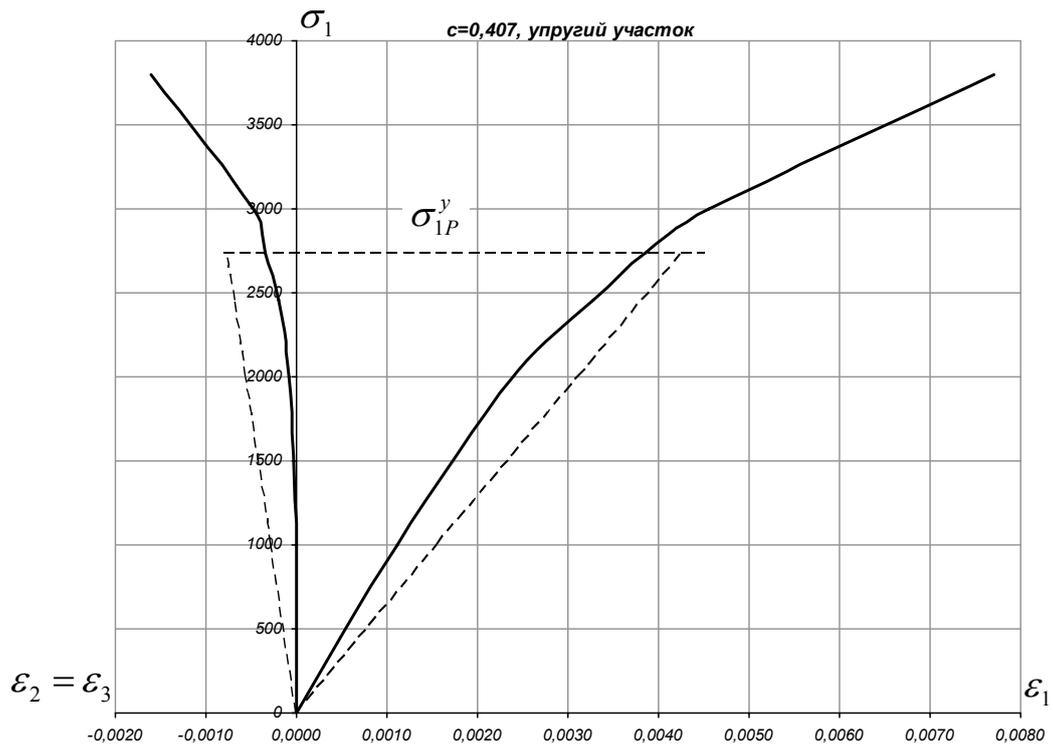


Рис. 1.43

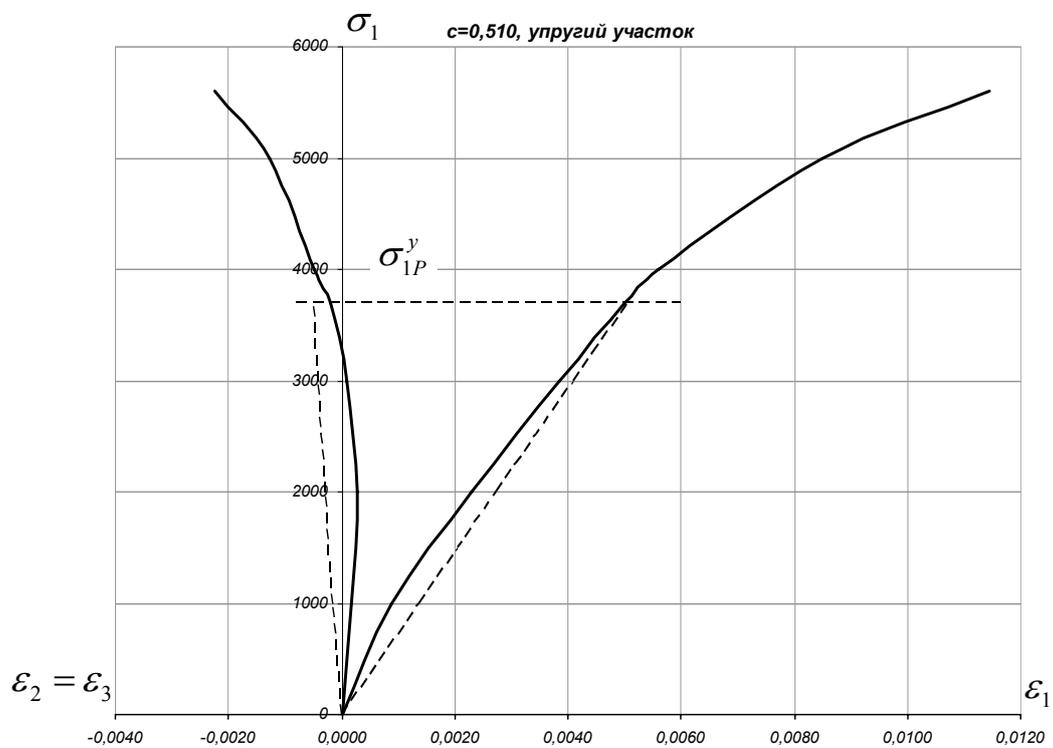


Рис. 1.44

## 1.4 Выводы

Обработка и анализ экспериментальных данных [33] показали, что изменения, введенные в закон Гука в предположении неизменности модуля Юнга и коэффициента Пуассона, более точно описывают упругий участок диаграмм деформирования при всех видах напряженного состояния, что существенно влияет, в свою очередь, на определение остаточной деформации за пределами упругости.

Некоторое расхождение расчетных и экспериментальных данных можно отнести за счет усреднения параметров  $\alpha$  и  $\beta$ . Однако их введение позволило устранить парадокс увеличения по модулю остаточной поперечной деформации по сравнению с ее значением на пределе прочности, как это вытекает из табличных данных в монографии [33].

Кроме того, устранена неопределенность определения предела упругости, которая существовала, если его трактовать как предел пропорциональности. Последний существенным образом зависит от того, как аппроксимируется начальный упругий участок диаграммы деформирования; поэтому предложено определить предел упругости по некоторому допуску на остаточную деформацию, как это обычно делается для конструктивных материалов.

## ГЛАВА 2

### ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ СВЯЗИ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ ЗА ПРЕДЕЛОМ УПРУГОСТИ

Для описания процесса деформирования горных пород за пределом упругости за основу может быть принята единая кривая деформации в каких-либо обобщенных координатах. Однако ее поиск до сих пор продолжается.

Гипотеза единой кривой устанавливает в теории пластичности связь между инвариантными характеристиками напряженно-деформированного состояния. Эта связь не зависит от вида деформации (растяжение, кручение, сжатие) и напряженного состояния, поэтому может быть найдена в простейших опытах. Однако для горных пород ситуация осложняется ввиду следующих особенностей их поведения под нагрузкой.

**Механика деформации горных пород.** Как известно, опыты Т. Кармана и Р. Бекера впервые выявили, что материалы, являющиеся хрупкими (Мрамор, Песчаник) при обычных испытаниях на растяжение и сжатие, становятся пластичными при сжатии с наложенным высоким гидростатическим давлением [18]. В экспериментах П. Бриджмена [2] установлено, что в условиях одноосного сжатия цилиндрических образцов Мрамора и Талькохлорита возникает остаточное увеличение их объема. Такое разрыхление материала, как показали опыты А.Н. Ставрогина [33, 8] при наложении на состояние сжатия всестороннего давления с ростом последнего, вначале усиливается, затем уменьшается и совсем исчезает при некотором соотношении между минимальным и максимальным главными напряжениями. Эффект разрыхления невозможно отождествлять с ростом уже имеющихся трещин [36]. Естественно считать, что в зонах локальных скольжений (перемещений дислокаций и других дефектов кристаллической структуры) происходит [15] развитие микротрещин в силу наличия

различного рода препятствий на пути движения указанных дефектов. Учет подобного механизма неупругой деформации приводит к известным затруднениям при разработке теории течения. Это связано, в частности, с неопределенностью реального смысла поверхности нагружения и с тем, что при сложном напряженном состоянии для горных пород единая кривая деформационного упрочнения в каких-либо общепринятых обобщенных координатах отсутствует [6].

Ниже используется синтез [24] концепции скольжения [14] и разрыхления [15], что позволяет обойти все основные спорные вопросы, связанные с выбором параметра упрочнения и с поиском инвариантной формы поверхности нагружения (текучести).

Деформация дилатантных материалов может быть представлена [24] в виде суммы трех слагаемых: упругой, чисто пластической (происходящей без изменения объема) и деформации разрыхления, причем последние две составляющие должны быть связаны с общей природой явления неупругости.

**Условие текучести.** Согласно упрощенной концепции скольжения [14] вначале рассматриваются локальные сдвиги как плоскопараллельные смещения прослоек материала в условиях плоскопластической деформации. Следуя Мору, будем считать, что первые локальные скольжения возникают, если на некоторой площадке касательное  $\tau_\eta$  и нормальное  $\sigma_\eta$  напряжения удовлетворяют условию:

$$\tau_\eta = S_0 - \mu\sigma_\eta \quad (2.1)$$

При пропорциональном нагружении этим же условием характеризуется напряженное состояние в момент разрушения при соответствующем увеличении величин напряжений.

Здесь  $\mu$  и  $S_0$  - параметры материала, определяемые из эксперимента ( $\eta$  - нормаль к рассматриваемой площадке). Правая часть формулы (2.1)

называется начальным сопротивлением скольжению (или сдвигу), обозначается  $S_\eta$ .

Рассмотрим случай плоского напряженного состояния, когда отличны от нуля компоненты напряжений  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  и  $\tau_{xy}$ , при которых происходит плоскопластическая деформация ( $\Gamma_z = 0$ ). Максимальное касательное напряжение определяется формулой:

$$T = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (2.2)$$

Нормальное напряжение на площадках действия максимального касательного напряжения равно

$$\sigma_0 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \quad (2.3)$$

В плоскости, повернутой относительно площадки действия максимального касательного напряжения на угол  $\beta$ , нормальное и касательное напряжения определяются формулами:

$$\begin{aligned} \sigma_\beta &= \sigma_0 + T \sin 2\beta \\ \tau_\beta &= T \cos 2\beta \end{aligned} \quad (2.4)$$

Учитывая формулу (2.4), условие текучести (2.1) представим в виде

$$S_0 - \mu(\sigma_0 + T \sin 2\beta) = T \cos 2\beta_0 \quad (2.5)$$

где  $\beta_0$  - неизвестный угол, определяющий направление первого сдвига, отсчитываемый от направления действия максимального касательного напряжения  $T$ .

При первом скольжении касательные к кривым  $S_\eta = S_\eta(\beta)$  и  $\tau_\eta = \tau_\eta(\beta)$  совпадут, т.е.

$$\frac{dS_\eta}{d\beta} = \frac{d\tau_\eta}{d\beta} \quad \text{при } \beta = \beta_0 \quad (2.6)$$

где

$$S_\eta = S_0 - \mu(\sigma_0 + T \sin 2\beta) \quad (2.7)$$

Отсюда вытекает

$$\operatorname{tg} 2\beta_0 = \mu \quad (2.8)$$

Таким образом, величина угла  $\beta_0$ , характеризующего направление первого скольжения (сдвига), определяется параметром  $\mu$ , величину которого будем считать зависящей от вида напряженного состояния.

Из выражений (2.5) и (2.8) (учитывая, что сжимающие напряжения положительны) следует

$$T = \frac{S_0 - \mu\sigma_0}{\sqrt{1 + \mu^2}} \quad (2.9)$$

где  $T$  - и  $\sigma_0$  даются формулами (2.2) и (2.3).

Нормальное напряжение  $\sigma_0$  не должно влиять на условие текучести, когда исследуемые материалы становятся пластичными. Иначе говоря, существует такое критическое состояние ( $c = c_k$ ), при котором  $\mu(c)|_{c=c_k} = 0$ .

Значения параметра  $\mu(c)$  отражают (в указанных пределах изменения вида напряженного состояния) влияние наложения гидростатического давления на изменение предела упругости при сжатии. Вместе с тем этот параметр определяет, как указывалось выше (2.8), площадку первого локального сдвига при достижении предела упругости. При последующем пропорциональном нагружении интенсивность скольжений по этой площадке наибольшая. Естественно полагать, что она является и плоскостью среза при разрушении нагружаемого таким образом образца. Следовательно, можно считать, что угол  $\beta_0$  определяет и угол ориентации плоскости среза относительно главных осей тензора напряжений.

Повторим описание (изложенное во введении) экспериментально установленного [34] факта, который используется [26] при определении угла  $\beta_0$ .

Когда в процессе увеличения бокового давления максимальное касательное напряжение становится равным среднему главному напряжению, горная порода приобретает пластические свойства, подобно наблюдаемым у металлов. Это относится и к пределу текучести, и к пределу

прочности, причем эффект дилатансии в этом случае исчезает, а плоскость среза совпадает с площадкой максимального касательного напряжения.

Следовательно, в данном случае  $\beta_0 = 0$  и, как нетрудно показать,  $c = \frac{1}{3}$ ;

причем, согласно (2.4)

$$\sigma_{\beta_0} = 2\tau_{\beta_0} \quad (\beta_0 = 0, \quad c = \frac{1}{3}) \quad (2.10)$$

Условие (2.10) означает, что при указанном напряженном состоянии в образце на выделенной таким образом площадке осуществляется состояние чистого сдвига с наложенным гидростатическим давлением.

Действительно, из формул (2.4) следует:

$$\begin{aligned} \sigma_{\beta} |_{c=1/3} = \sigma_0 |_{c=1/3} &= \frac{1}{2}\sigma_1 \left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}\sigma_1 \\ \tau_{\beta} |_{c=1/3} = \tau_{\max} &= \frac{1}{2}\sigma_1 \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}\sigma_1 \end{aligned} \quad (2.11)$$

Если теперь полученные значения  $\sigma_0$  вычесть из величин главных напряжений, то получим следующее:

$$\begin{aligned} (\sigma_1 - \sigma_0) |_{c=1/3} &= \frac{1}{3}\sigma_1 \\ (\sigma_3 - \sigma_0) |_{c=1/3} &= (\sigma_2 - \sigma_0) |_{c=1/3} = -\frac{1}{3}\sigma_1 \end{aligned} \quad ; \quad (2.12)$$

Иначе говоря, два отличные от нуля главные касательные напряжения (определяемые равенством  $\tau_{13} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$  и  $\tau_{12} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)$ ) в рассматриваемом случае оказываются равными друг другу. По терминологии Христиановича – Шемякина это характеризует состояние полной пластичности, причем в каждой из площадок действия главных касательных напряжений минимальное нормальное напряжение равно по модулю максимальному нормальному напряжению и обратно по знаку.

Это согласуется с представлениями теории скольжения: именно при таком напряженном состоянии сопротивление сдвигу поликристаллических материалов наименьшее. Принимая за основу такой механизм сколь-

жения, считается, что такое же, как в (2.10), равенство указанных напряжений имеет место в момент возникновения текучести (а затем и при достижении предела прочности) и при других напряженных состояниях, когда  $c \neq \frac{1}{3}$ . Тогда из этого равенства, учитывая (2.4), получим следующее уравнение для определения угла  $\beta_0$ :

$$5(1-c)^2 \sin^2 2\beta_0 + 2(1-c^2) \sin 2\beta_0 + (1+c)^2 - 4(1-c)^2 = 0 \quad (2.13)$$

Решением уравнения (2.13), удовлетворяющим рассматриваемой задаче, является:

$$\sin 2\beta_0 = \{- (1+c) + 2\sqrt{5(1-c)^2 - (1+c)^2}\} [5(1-c)]^{-1} \quad (2.14)$$

Данный корень уравнения (2.14) существует, пока дискриминант не обратится в ноль, что произойдет при  $c = 0.382$ . Соответствующее критическое значение угла  $\beta_0$  оказывается равным

$$\beta_0^* = -13.28^\circ \quad (c = 0.382) \quad (2.15)$$

при этом  $\mu = -\frac{1}{2}$ . Но тогда, как следует из (2.1), при  $c \rightarrow 0.382$  имеем  $S_0 \rightarrow 0$ . А это указывает на возможность существования таких напряженных состояний, при которых касательное напряжение в площадке первых скольжений пропорционально нормальному напряжению на этой площадке.

Указанные напряженные состояния (при  $c \geq 0.382$ ) требуют особого рассмотрения, которое не входит в круг рассматриваемых здесь вопросов.

Прочностные свойства материала при неупругой деформации, согласно развиваемой модели, характеризуются сопротивлением сдвигу. Для осесимметричного напряженно-деформированного состояния его можно задать с помощью обычных инвариантов тензора напряжений, не используя какие-либо эквивалентные напряжения, учитывающие начальную анизотропию. Учет анизотропии необходим, когда рассматриваются более

сложные напряженные состояния, например, ортотропного материала, охватывающие значительную часть всей поверхности текучести в пространстве напряжений.

Следуя разработанной методике [14, 25], сопротивление сдвигу  $S_\beta$  представлено в виде

$$S_\beta = \tau_T \left[ 1 + \psi \Gamma_{nl}^0 \right] \quad (2.16)$$

где  $\Gamma_{nl}^0$  - компонента плоскопластической деформации от скольжений по площадке максимального касательного напряжения, которые названы основными, то есть

$$\Gamma_n^0 = -\Gamma_l^0 = \frac{1}{2} \Gamma_{nl}^0 \quad (2.17)$$

Из условия равенства данного сопротивления сдвигу максимальному касательному напряжению следует:

$$\Gamma_1^0 = \frac{1}{2\psi} \left[ \frac{\tau_{\max}}{\tau_T} - 1 \right] \quad (2.18)$$

здесь  $\psi$  - определяющая функция, которая находится при аппроксимации расчетными зависимостями экспериментальных диаграмм упрочнения.

Чтобы учесть вклад в пластическую деформацию всех других («дополнительных» к основным) скольжений постулируется [14] некоторая связь между приращениями главных пластических деформаций от основных и дополнительных скольжений, которая зависит от отношения главных касательных напряжений. Поскольку это отношение не меняется, из указанного в [24] вытекает, что в данном случае суммарные компоненты пластической деформации будут такими:

$$\Gamma_1^+ = 2\Gamma_1^0; \quad \Gamma_2^+ = \Gamma_3^+ = -\frac{\Gamma_1^+}{2} \quad (2.19)$$

Показано также [24], что деформация разрыхления  $\Gamma_i^*$  пропорциональна деформации от основных скольжений:

$$\Gamma_1^* = \Gamma_2^* = \Gamma_3^* = -\lambda \Gamma_1^+ \quad (2.20)$$

где  $\lambda$  - коэффициент разрыхления, подлежащий определению.

Таким образом, компоненты неупругой деформации представляются в виде:

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= 2(1 - \lambda)\Gamma_1^0 \\ \Gamma_2 &= \Gamma_3 = -(1 + 2\lambda)\Gamma_1^0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

где  $\Gamma_1^0$  дается формулой (2.18).

Прежде чем перейти к определению функции  $\psi$  и коэффициента  $\lambda$ , рассмотрим, как формулируются определяющие соотношения авторами опытов [33].

### 2.1 Уравнение состояния, основанное на обобщенной кривой деформации. Подход Ставрогина А.Н.

Основываясь на результатах экспериментальных исследований, сформулированы зависимости между напряжениями и деформациями за пределом упругости при пропорциональном нагружении для случая  $\sigma_1 \geq \sigma_2 = \sigma_3$ . Сохранена при этом гипотеза об изотропности тела для предлагаемых зависимостей и их последующих обобщений [33].

За исходные приняты следующие два положения, установленные с некоторым приближением экспериментально:

1. Необратимая главная деформация  $\varepsilon_1^p$  связана с  $\Delta\tau = \tau_n - \tau_y$  единой кривой остаточной деформации

$$\varepsilon_1 = f(\tau_n - \tau_y) \quad (2.22)$$

где  $f(\Delta\tau)$  - известная функция, найденная экспериментальным путем; поскольку  $\tau_n = \tau_n(c)$ , то в формуле (2.22) надо полагать, что  $\tau_n$  - это текущее для данного вида напряженного состояния максимальное касательное напряжение, превышающее предел упругости  $\tau_y$ .

2. Коэффициент поперечной остаточной деформации зависит от показателя  $c$  и имеет вид

$$\mu = -\frac{\varepsilon_2^p}{\varepsilon_1^p} = \mu_0 e^{-\Gamma c} \quad (2.23)$$

где  $\Gamma$ ,  $\mu_0$  - константы материала.

Тогда на основании уравнений (2.22) и (2.23) можно записать связи между напряжениями и деформациями:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^p &= f(\tau_n - \tau_y) \\ \varepsilon_2^p &= \varepsilon_3^p - \mu_0 e^{-\Gamma c} f(\tau_n - \tau_y) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Относительное изменение объема пород при деформировании:

$$\theta^n = f(\tau_n - \tau_y) (1 - 2\mu_0 e^{-\Gamma c}) \quad (2.25)$$

характеризуется наличием экстремума при  $c = c_m$  и стремится к нулю при  $\mu \rightarrow 0,5$ .

Обобщенная кривая остаточной деформации для практических расчетов может быть аппроксимирована параболой

$$\varepsilon_1^p = \kappa_2 (\tau_n - \tau_y)^2 \quad (\kappa_2 - const) \quad (2.26)$$

В этом случае зависимости (2.24) и (2.25) могут быть записаны так:

$$\varepsilon_1^p = \kappa_2 (\tau_n - \tau_y)^2; \quad (2.27)$$

$$\varepsilon_2^p = \varepsilon_3^p = -\kappa_2 \mu_0 e^{-\Gamma c} (\tau_n - \tau_y)^2,$$

$$\theta^n = \kappa_2 (\tau_n - \tau_y)^2 (1 - 2\mu_0 e^{-\Gamma c}) \quad (2.28)$$

Замечено, что записать построенные зависимости (2.27) в произвольной ортогональной системе координат не представляется возможным; в этом случае делаются дополнительные предположения. Все введенные таким образом параметры материала протабулированы.

Переход от зависимостей (2.27) к исходным координатам ( $\sigma_1 \sim \varepsilon_1, \sigma_1 \sim \varepsilon_2 = \varepsilon_3$ ) продемонстрирован ниже, при сравнении с предлагаемыми в данной работе зависимостями.

## 2.2 Единая зависимость между максимальными касательными напряжениями и чисто пластической составляющей главной неупругой деформации

Для подробного анализа предлагаемого нами метода были выбраны такие горные породы как Песчаник выбросоопасный (1), Песчаник не опасный по выбросам (2) и Талькохлорит (3), полученные данные по остальным материалам сведены в приложение.

### 1. Песчаник выбросоопасный

Главные неупругие деформации  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  определяются как разность между полными (табличными) деформациями и упругими деформациями, вычисляемыми по формулам (1.14), то есть

$$\begin{aligned}\Gamma_1 &= \varepsilon_1 - e_1 \\ \Gamma_2 &= \varepsilon_2 - e_2\end{aligned}\tag{2.29}$$

Эти экспериментальные значения деформаций приравниваются к расчетным, согласно (2.22).

Зная последние, можно найти коэффициент разрыхления  $\lambda$ , используя зависимость:

$$\lambda = \frac{(\Gamma_2 + 0,5\Gamma_1)}{(\Gamma_2 - \Gamma_1)}\tag{2.30}$$

Построен график зависимости  $\lambda$  от вида напряженного состояния  $c$  (рис. 2.1)

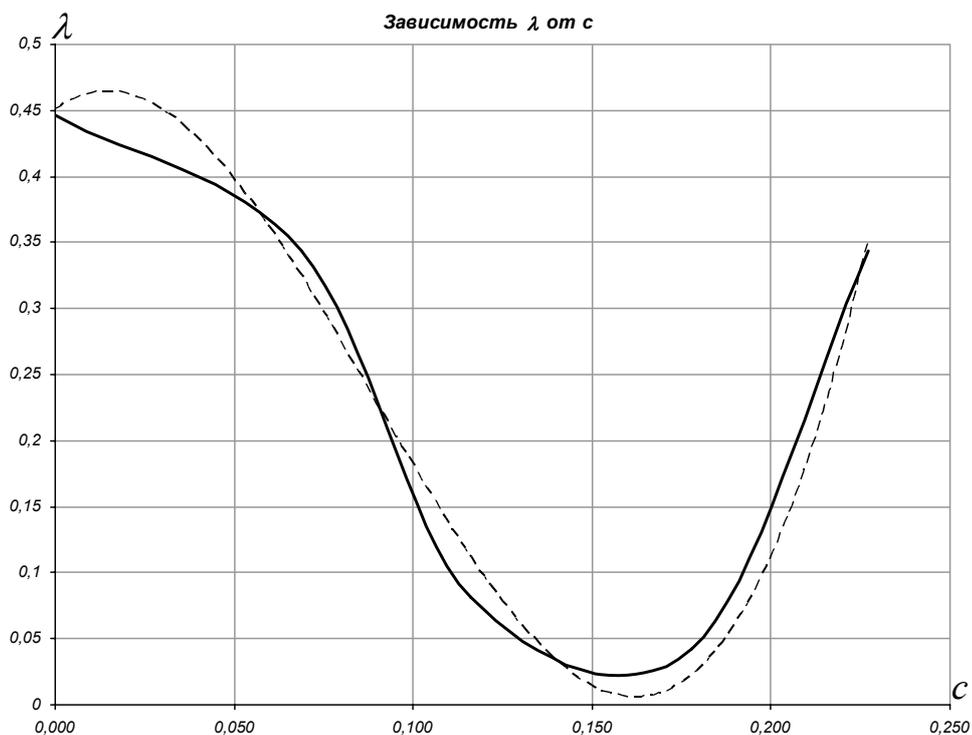


Рис. 2.1

Полученная кривая аппроксимируется зависимостью вида  $\lambda = 285,41c^3 - 75,587c^2 + 2,0085c + 0,4503$ .

Как видно из рис. 2.1, значения функции  $\lambda(c)$  при разных видах напряженного состояния отклоняются в сторону уменьшения или увеличения относительно среднего значения  $\lambda \approx 0,2515$  и не стремятся к нулю при высоких гидростатических давлениях. Это означает, что рассматриваемый материал сохраняет способность разрыхляться при всех видах напряженного состояния. Именно этим, на наш взгляд, объясняется его название.

Окончательные расчетные параметры приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1

$\sigma_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$e_1$	$e_2$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\lambda$	$\lambda^{анп}$	$\Gamma_1^0$	$\frac{\sigma_1}{\sigma_{1P}^y} - 1$
<b><math>c=0</math></b>										
1220	0,0053	-0,0019	0,003	-0,0012	0,0004	-0,0007	0,4468	0,4503	0,0007	0,0796
<b><math>c=0,069</math></b>										
2500	0,0085	-0,0023	0,0081	-0,0005	0,0016	-0,0018	0,2984		0,0023	0,0638
2850	0,0103	-0,0042	0,0091	-0,0006	0,0025	-0,0037	0,3880	0,3228	0,0037	0,2128
<b><math>c=0,116</math></b>										
4000	0,0150	-0,0030	0,0120	-0,0005	0,0049	-0,0025	0,0132		0,0055	0,2821
4420	0,0160	-0,0043	0,0131	-0,0005	0,0050	-0,0038	0,1495	0,1117	0,0056	0,4167

$\sigma_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$e_1$	$e_2$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\lambda$	$\lambda^{анп}$	$\Gamma_1^0$	$\frac{\sigma_1}{\sigma_{1P}^y} - 1$
<b><math>c=0,178</math></b>										
6120	0,0199	-0,0031	0,0167	0,0003	0,0060	-0,0034	0,0419	0,0226	0,0062	0,2240
<b><math>c=0,227</math></b>										
9880	0,0254	-0,0013	0,0255	0,0000	0,0020	-0,0013	0,1026	0,3498	0,0031	0,1624

где  $\lambda^{анп}$  - значения коэффициента разрыхления, полученные путем аппроксимации диаграммы (см. рис. 2.1).

Построен график зависимости  $\Gamma_1^0$  от  $\frac{\sigma_1}{\sigma_{1P}^y} - 1$ , при различных видах напряженного состояния (рис 2.2), зависимость аппроксимирована единой линией вида  $\frac{\sigma_1}{\sigma_{1P}^y} - 1 = 56\Gamma_1^0$ , то есть в формуле (2.18) надо положить  $\psi = 56$ . Для сравнения представлена единая кривая деформации, построенная авторами эксперимента (см. рис. 2.3)

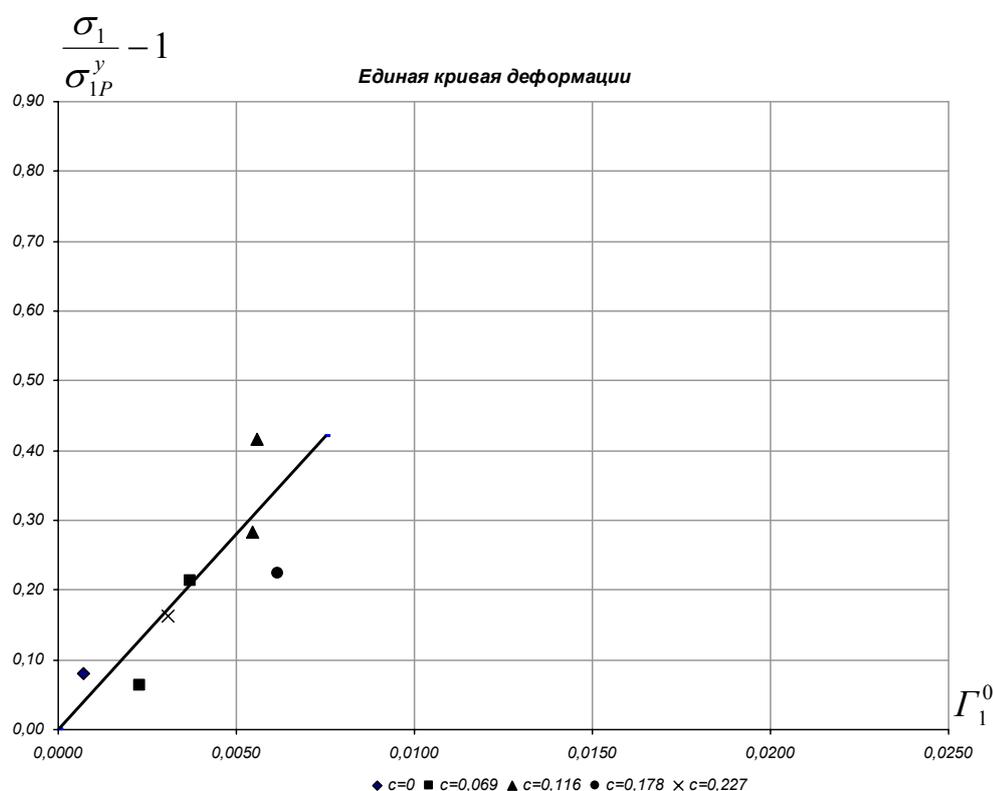
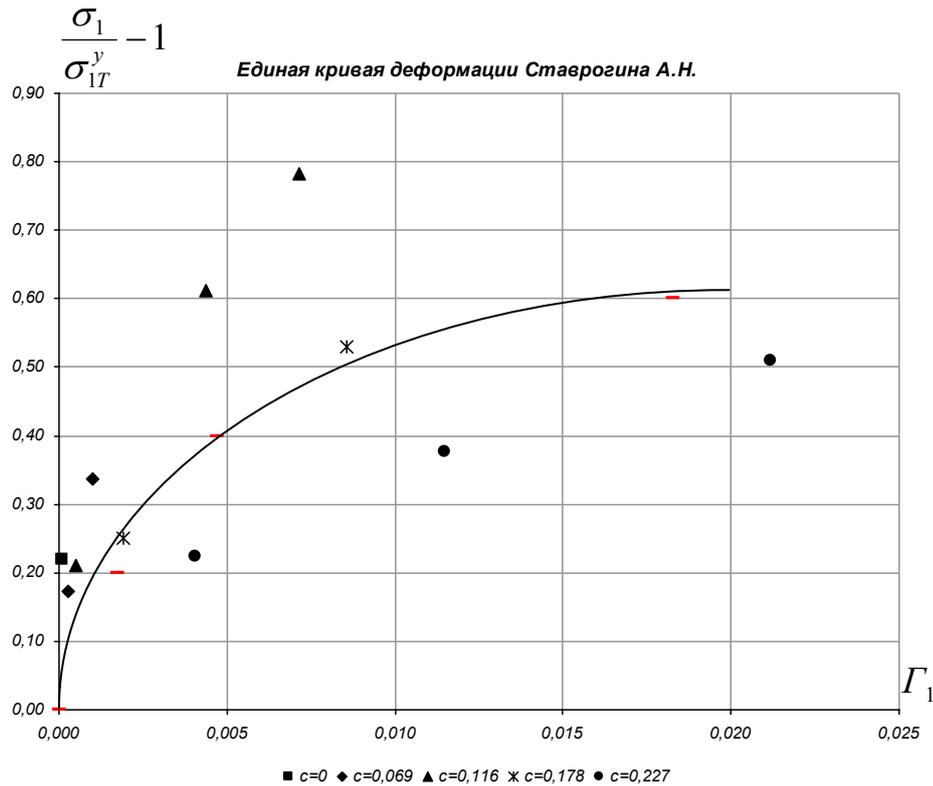


Рис. 2.2



*Рис. 2.3*

При построении диаграммы (см. рис. 2.2) использовался расчетный предел упругости  $\sigma_{1P}^y$  (см. табл. 2.2), найденный по допуску на остаточную деформацию.

*Таблица 2.2*

$c$	$\theta$	<i>0,069</i>	<i>0,116</i>	<i>0,178</i>	<i>0,227</i>
$\sigma_{1T}^y$	1000	2130	2480	4000	6540
$\sigma_{1P}^y$	1130	2350	3120	5000	8500

Из таблицы видно, что для всех видов напряженного состояния  $c$  «экспериментальный» предел упругости  $\sigma_{1T}^y$  (определяемый авторами опытов как предел пропорциональности) находится ниже условного предела упругости.

Величина остаточного изменения объема находится так:

$$\theta^n = |2\Gamma_2| - |\Gamma_1| \quad (2.31)$$

Все расчеты сведены в таблицу 2.3, а также продемонстрированы на сравнительных диаграммах (см. рис. 2.4 – 2.9).

Таблица 2.3

$\sigma_1$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\theta^n$
<b><math>c=0</math></b>			
1220	0,0008	-0,0014	0,0010
<b><math>c=0,069</math></b>			
2500	0,0008	-0,0009	0,0020
2850	0,0026	-0,0031	0,0048
<b><math>c=0,116</math></b>			
4000	0,0045	-0,0031	0,0002
4420	0,0066	-0,0046	0,0026
<b><math>c=0,178</math></b>			
6120	0,0039	-0,0021	0,0008
<b><math>c=0,227</math></b>			
9880	0,0019	-0,0025	0,0007

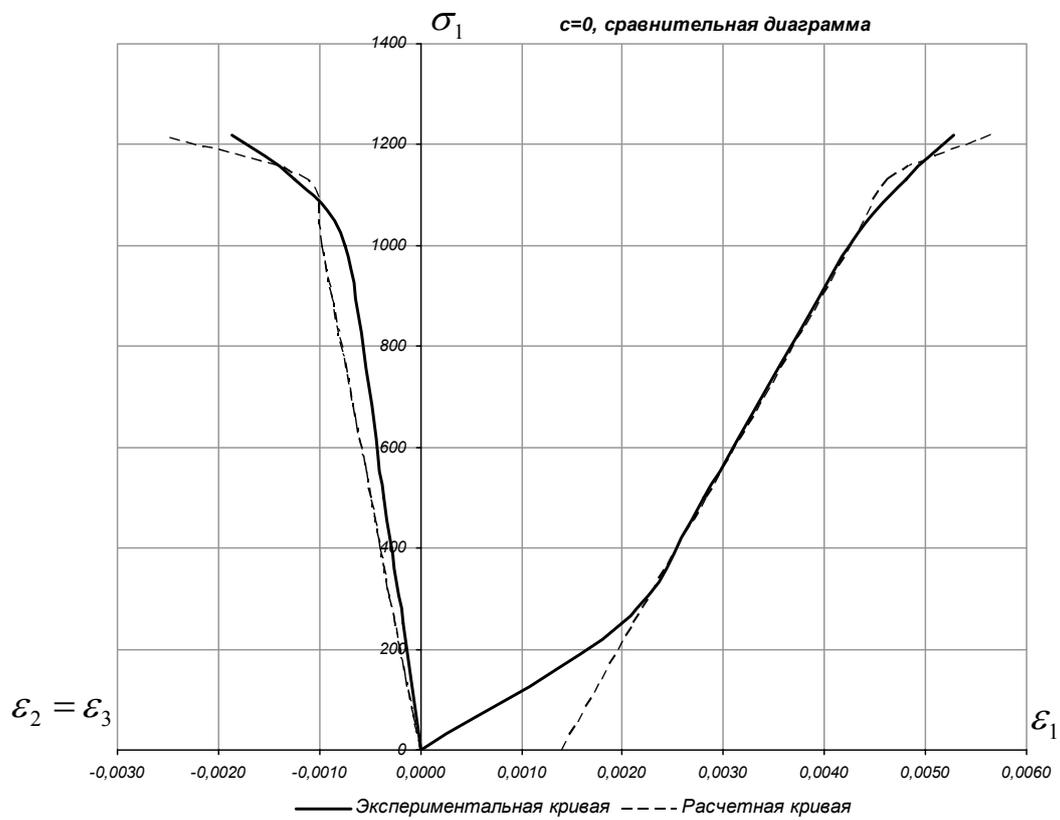


Рис. 2.4

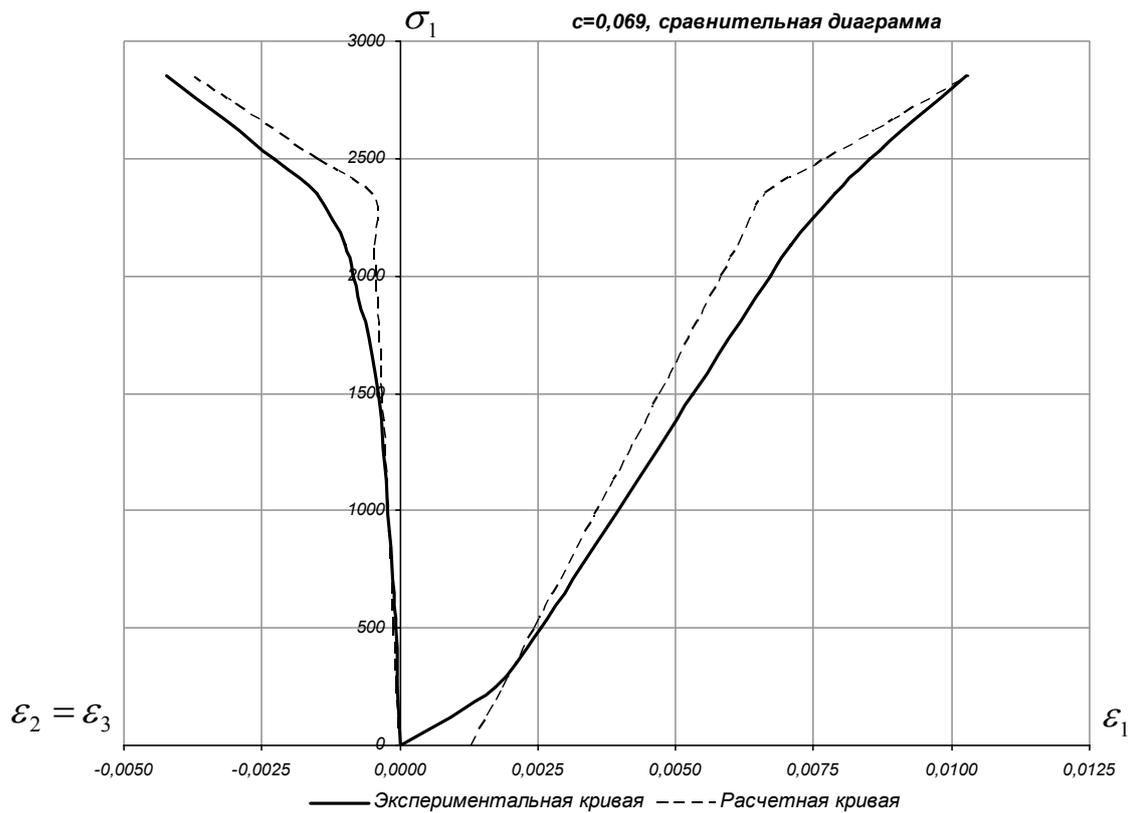


Рис. 2.5

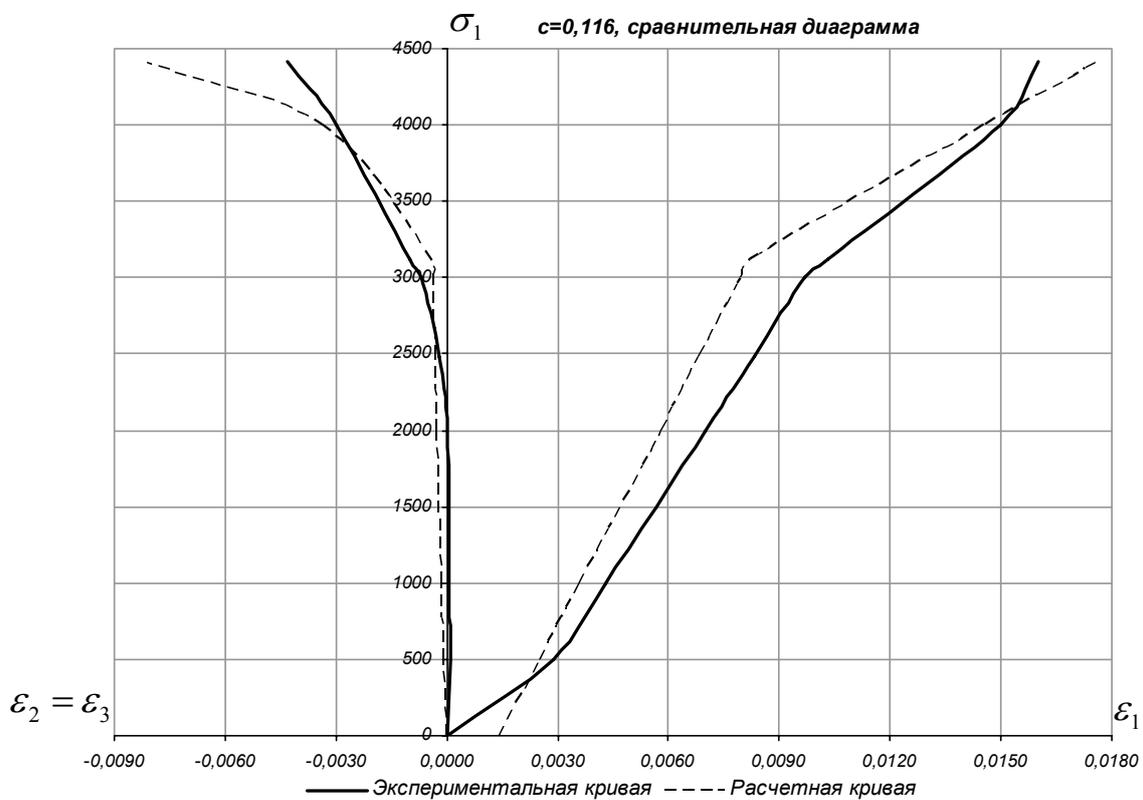


Рис. 2.6

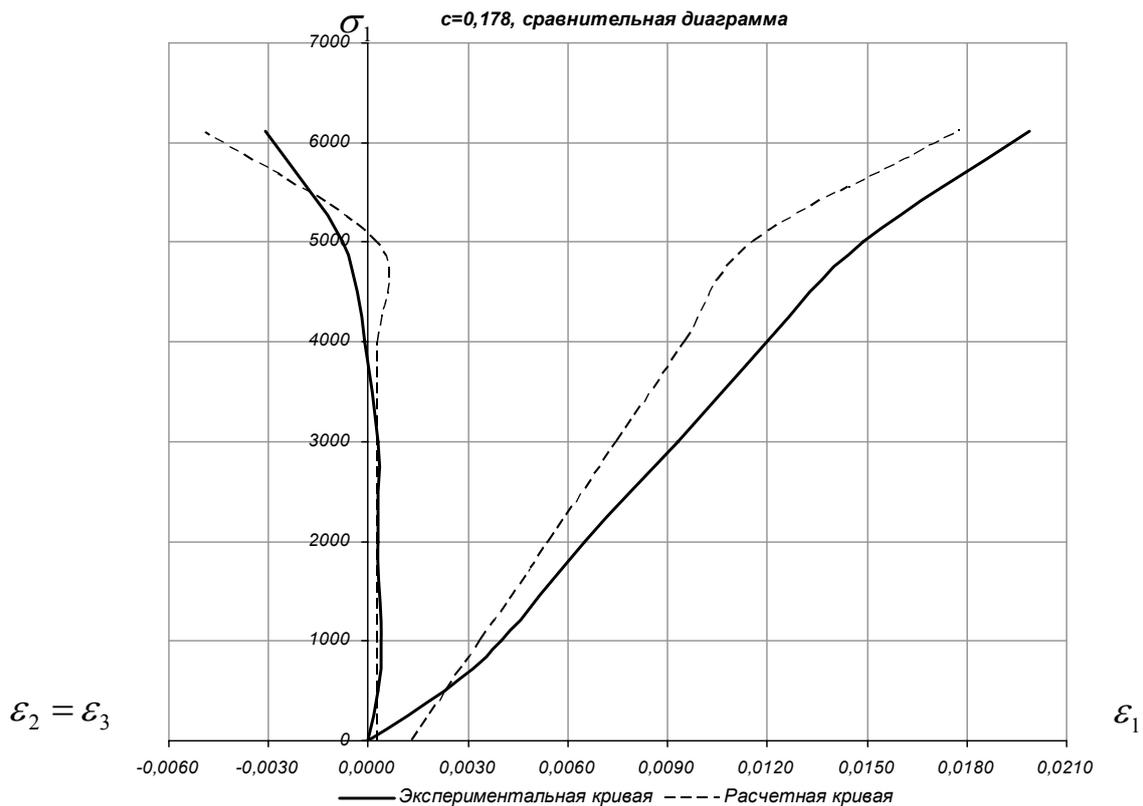


Рис. 2.7

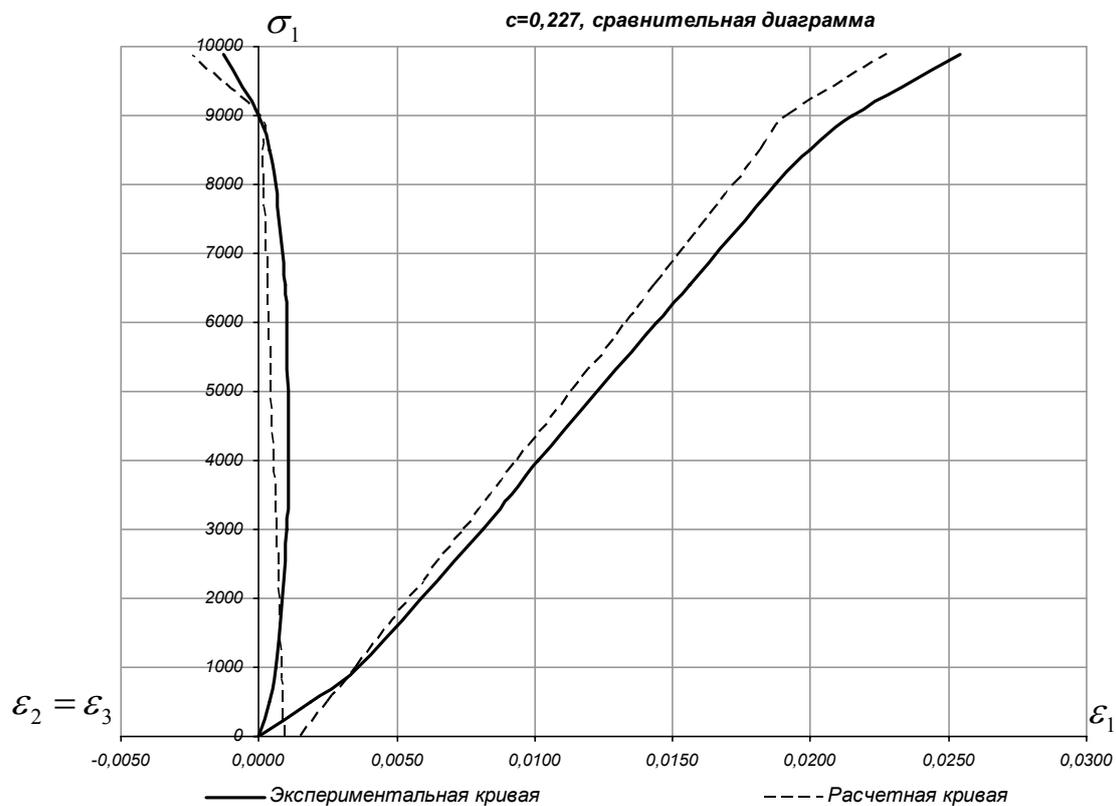


Рис. 2.8

## 2. Песчаник не опасный по выбросам

По аналогии с Песчаником выбросоопасным построен график зависимости  $\lambda$  от вида напряженного состояния  $c$  (рис. 2.9)

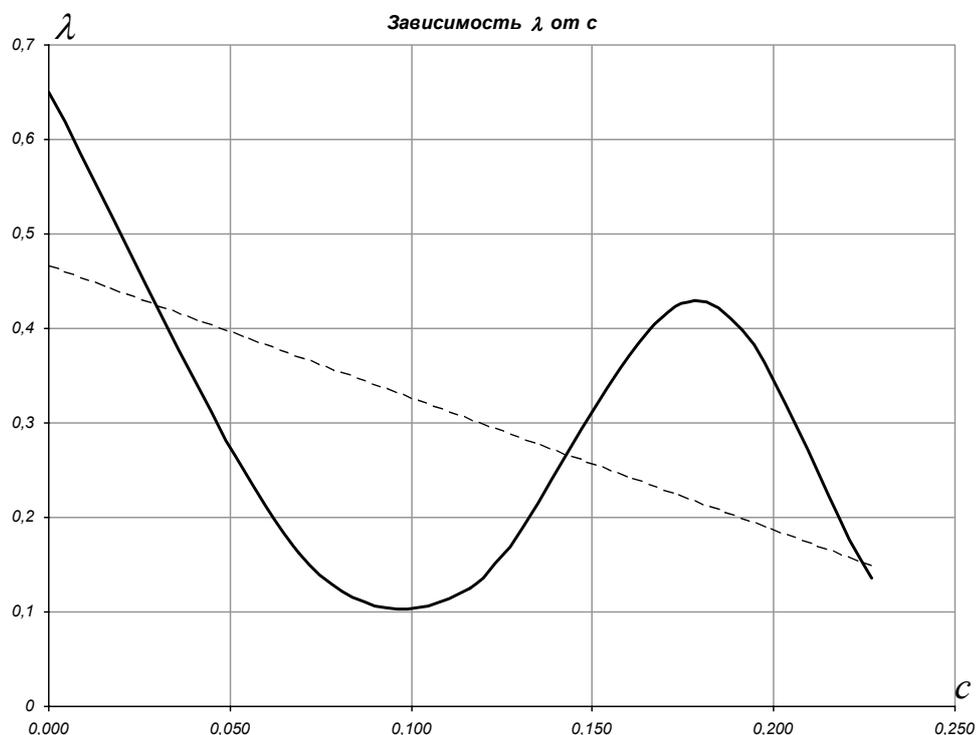


Рис. 2.9

В данном случае, кривая аппроксимируется прямой вида  $\lambda = -1,3912c + 0,4649$ .

В отличие от Песчаника выбросоопасного, коэффициент разрыхления Песчаника не опасного по выбросам стремится к 0 при больших  $c$  ( $c > 1/3$ ), следовательно, при больших сжимающих напряжениях он уже находится в полуразрушенном состоянии, чем и объясняется на наш взгляд его название.

Все остальные расчеты проведены по аналогии с Песчаником выбросоопасным.

Окончательные расчетные параметры приведены в таблице 2.4.

Таблица 2.4

$\sigma_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$e_1$	$e_2$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\lambda$	$\lambda^{amp}$	$\Gamma_1^0$	$\frac{\sigma_1}{\sigma_1^y} - 1$
<b><math>c=0</math></b>										
1440	0,0065	-0,0020	0,0062	-0,0011	0,0003	-0,0008	0,6495	0,4649	0,0005	0,0286
<b><math>c=0,069</math></b>										
2500	0,0098	-0,0023	0,0078	-0,0009	0,0020	-0,0014	0,1149		0,0032	0,1416
2630	0,0109	-0,0035	0,0081	-0,0010	0,0028	-0,0025	0,2110	0,3689	0,0044	0,2009
<b><math>c=0,116</math></b>										
4060	0,0143	-0,0028	0,0119	-0,0011	0,0024	-0,0017	0,1248	0,3035	0,0035	0,2889
<b><math>c=0,178</math></b>										
5000	0,0147	-0,0026	0,0135	-0,0006	0,0012	-0,0020	0,4302	0,2173	0,0016	0,2500
<b><math>c=0,227</math></b>										
8000	0,0206	-0,0016	0,0184	0,0000	0,0022	-0,0016	0,1391		0,0025	0,1429
9000	0,0235	-0,0024	0,0207	0,0000	0,0028	-0,0024	0,1990		0,0032	0,2857
10000	0,0275	-0,0033	0,0230	0,0000	0,0045	-0,0033	0,1392		0,0052	0,4286
10410	0,0306	-0,0040	0,0240	0,0000	0,0066	-0,0040	0,0662	0,1491	0,0078	0,4871

Кривая единой деформации (см. рис. 2.10) описывается прямой вида  $\frac{\sigma_1}{\sigma_1^y} - 1 = 62,45\Gamma_1^0$ , то есть  $\psi = 62,45$ . Также для сравнения представлена единая кривая деформации, построенная авторами эксперимента (см. рис. 2.11)

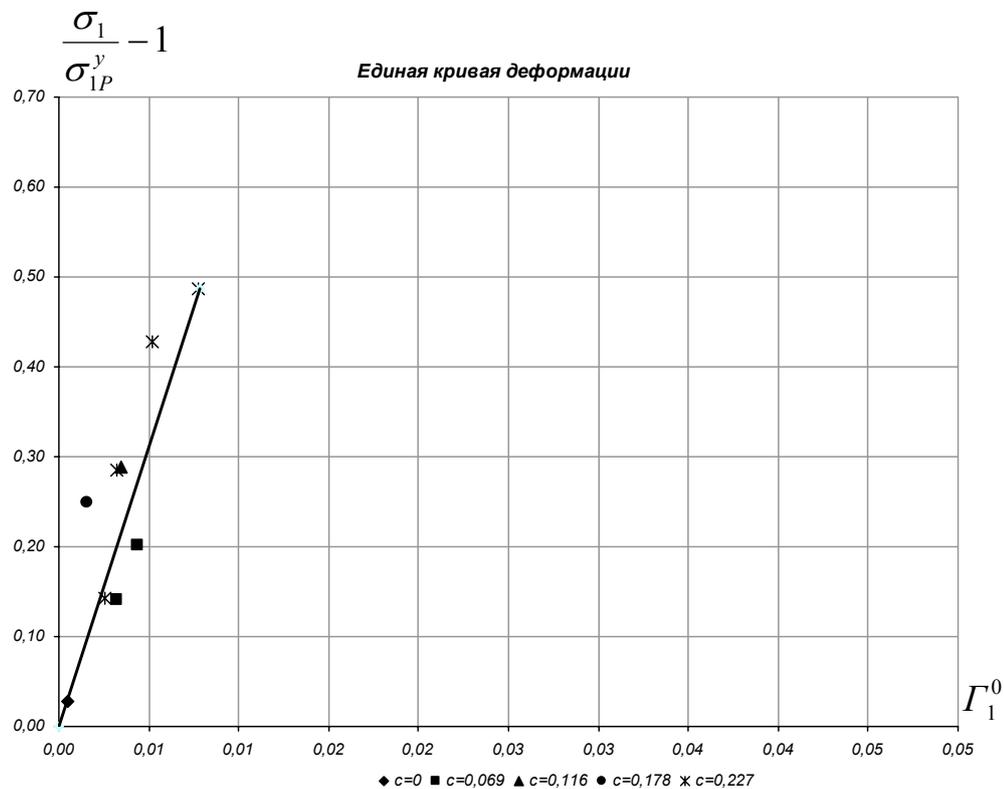


Рис. 2.10

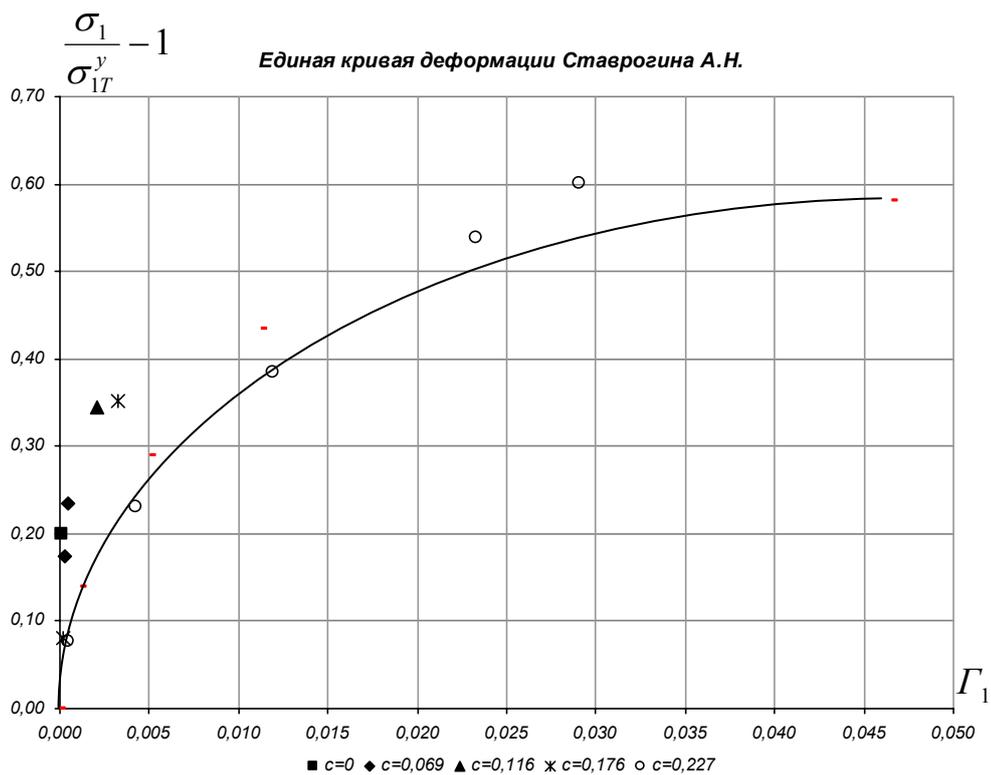


Рис. 2.11

Для данной горной породы расчетный предел упругости  $\sigma_{1P}^y$  (см. табл. 2.5), отличается от предела пропорциональности.

Таблица 2.5

$c$	$\theta$	0,069	0,116	0,178	0,227
$\sigma_{1T}^y$	1200	2130	3020	3700	6500
$\sigma_{1P}^y$	1400	2190	3150	4000	7000

Расчетные данные для удобства сведены в таблицу 2.6, приведены сравнительные диаграммы (см. рис. 2.12 – 2.16).

Таблица 2.6

$\sigma_1$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\theta^n$
<b><math>c=0</math></b>			
1440	0,0002	-0,0004	0,0014
<b><math>c=0,069</math></b>			
2500	0,0014	-0,0020	0,0008
2630	0,0020	-0,0028	0,0022
<b><math>c=0,116</math></b>			
4060	0,0032	-0,0037	0,0010
<b><math>c=0,178</math></b>			
5000	0,0031	-0,0029	0,0028

$\sigma_1$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\theta^n$
$c=0,227$			
8000	0,0019	-0,0015	0,0010
9000	0,0039	-0,0030	0,0021
10000	0,0058	-0,0045	0,0022
10410	0,0066	-0,0051	0,0014

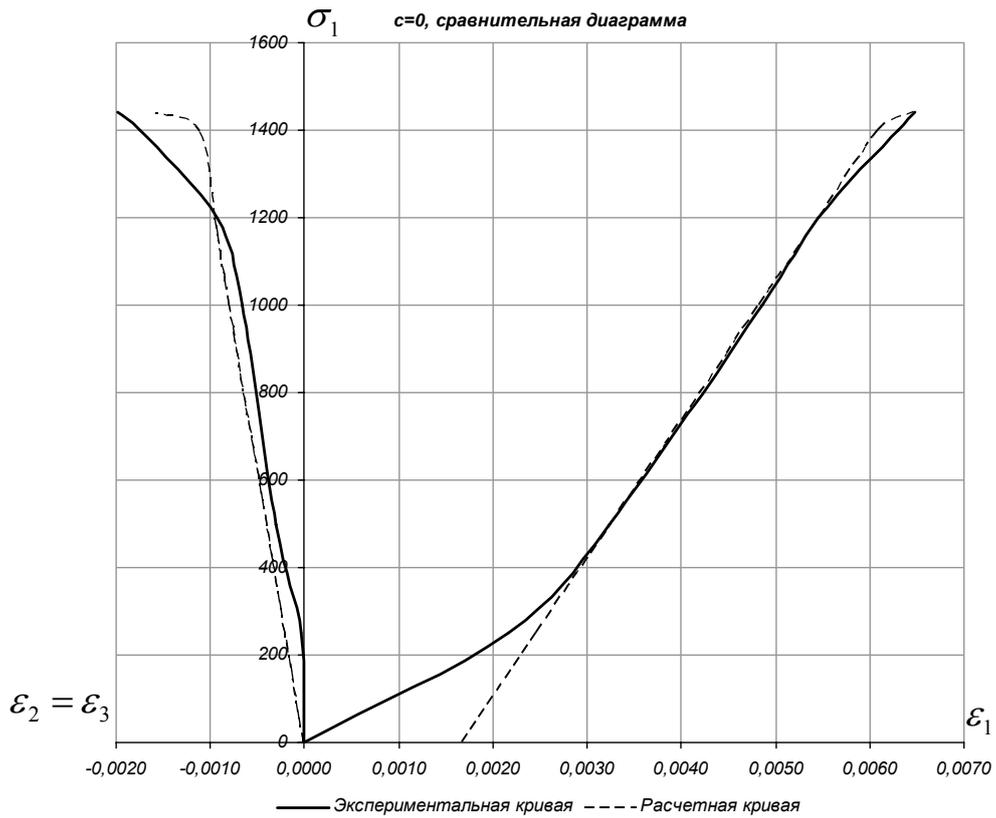


Рис. 2.12

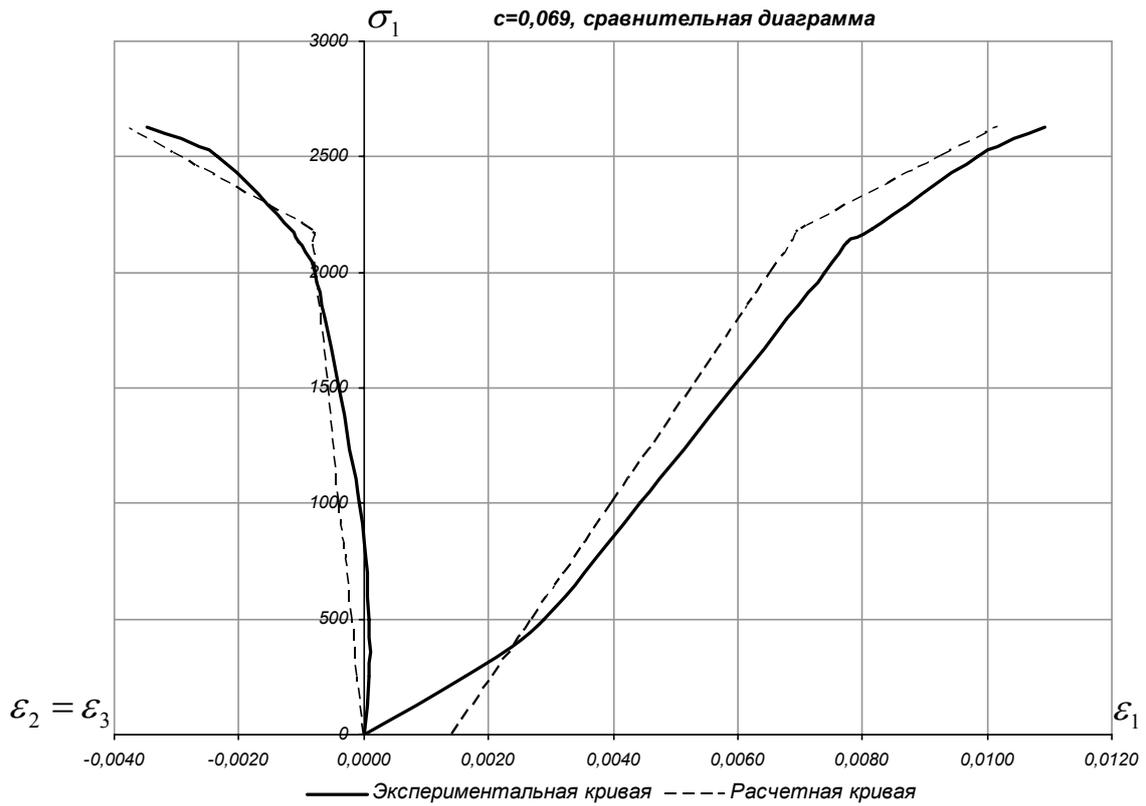


Рис. 2.13

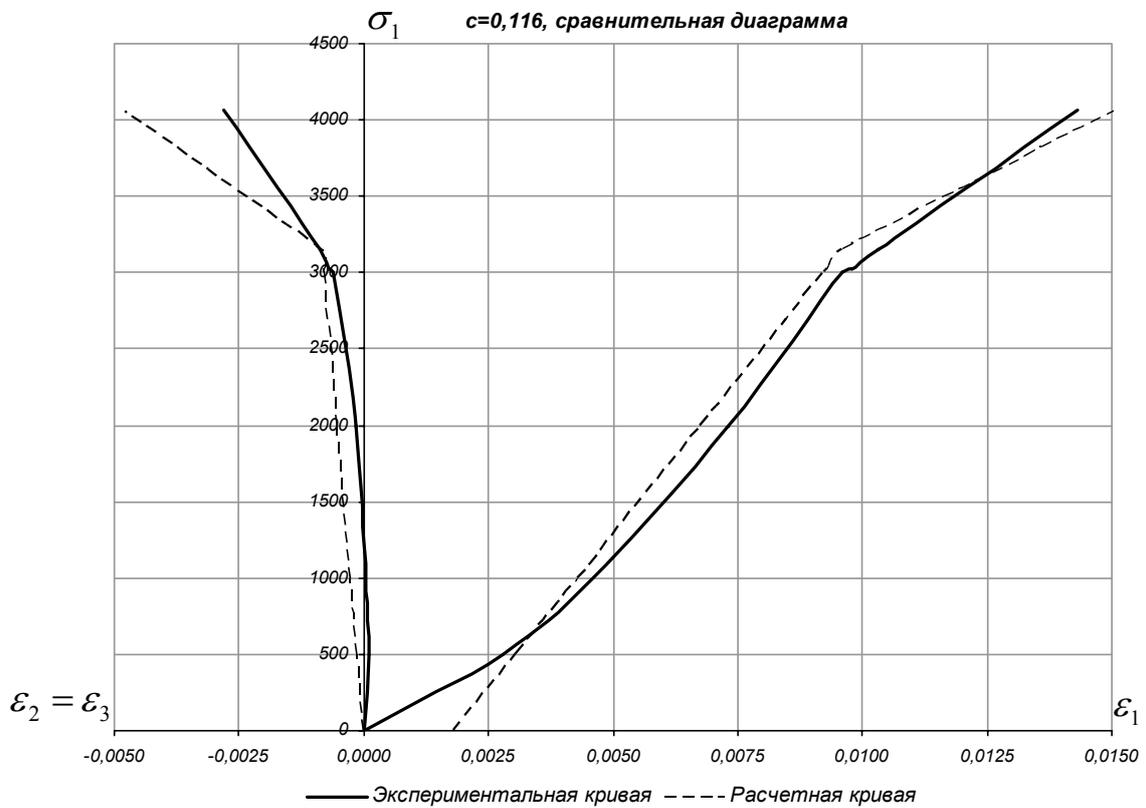


Рис. 2.14

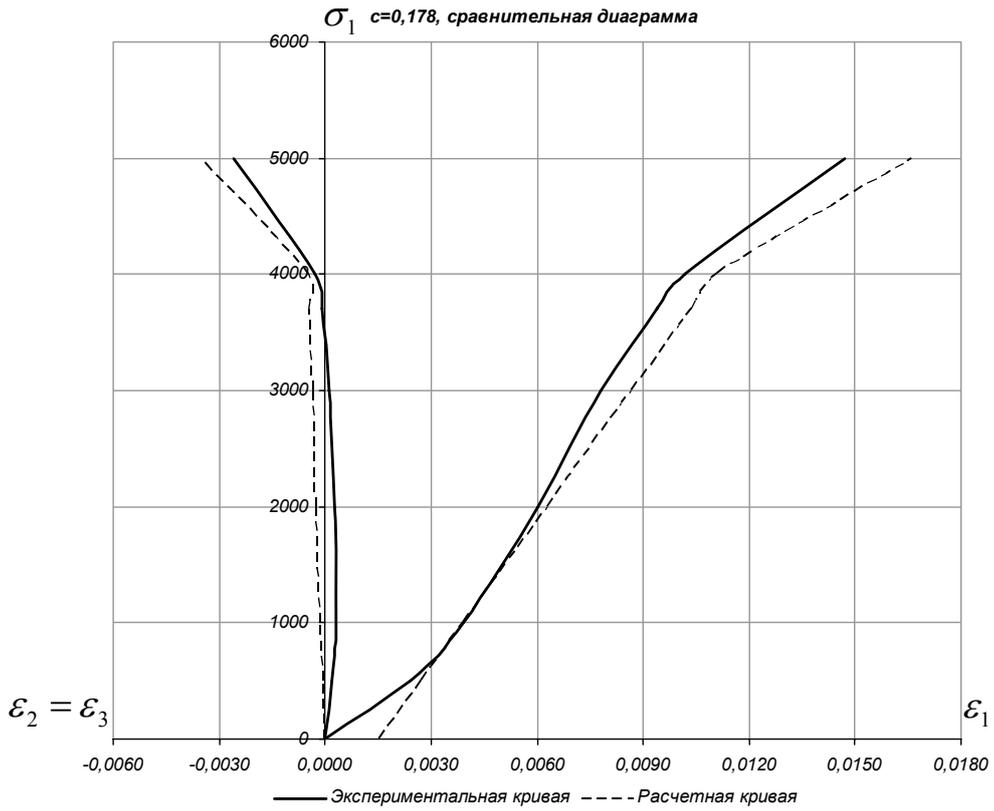


Рис. 2.15

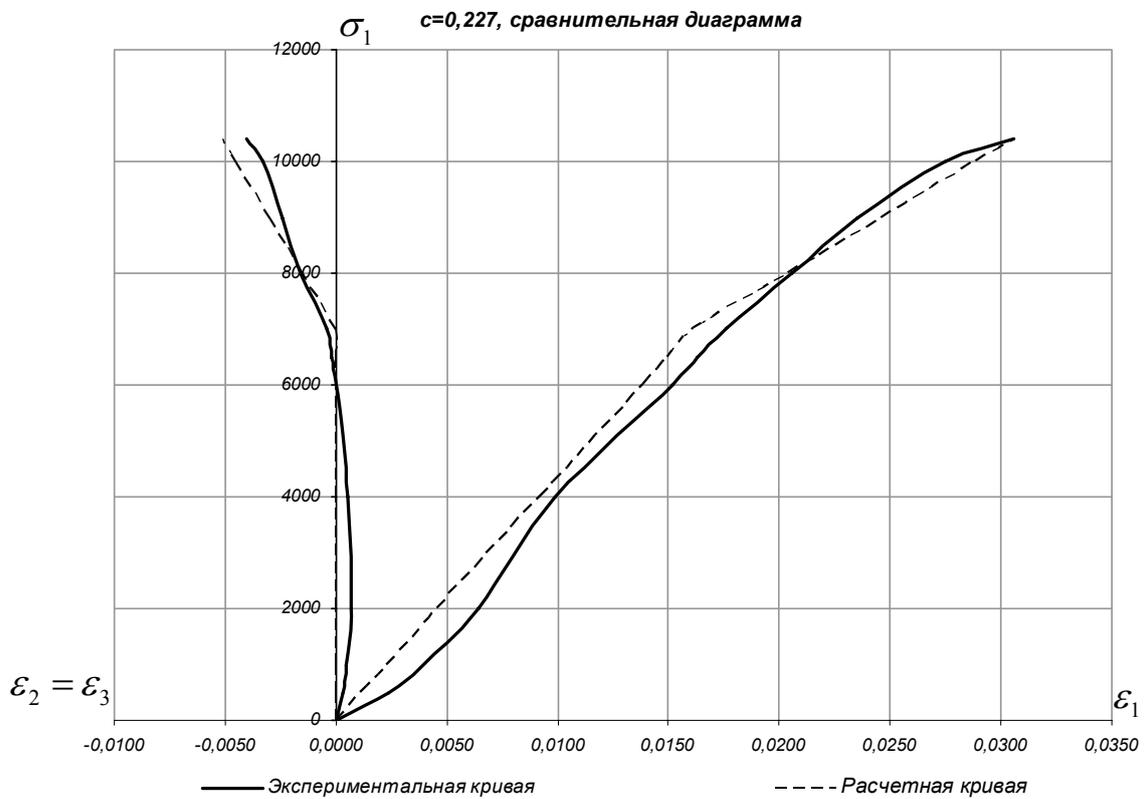


Рис. 2.16

### 3. Талькохлорит

График зависимости  $\lambda$  от вида напряженного состояния  $c$  представлен на рис. 2.17; эта зависимость аппроксимирована линией вида  $\lambda = -1,6369c + 0,5298$ .

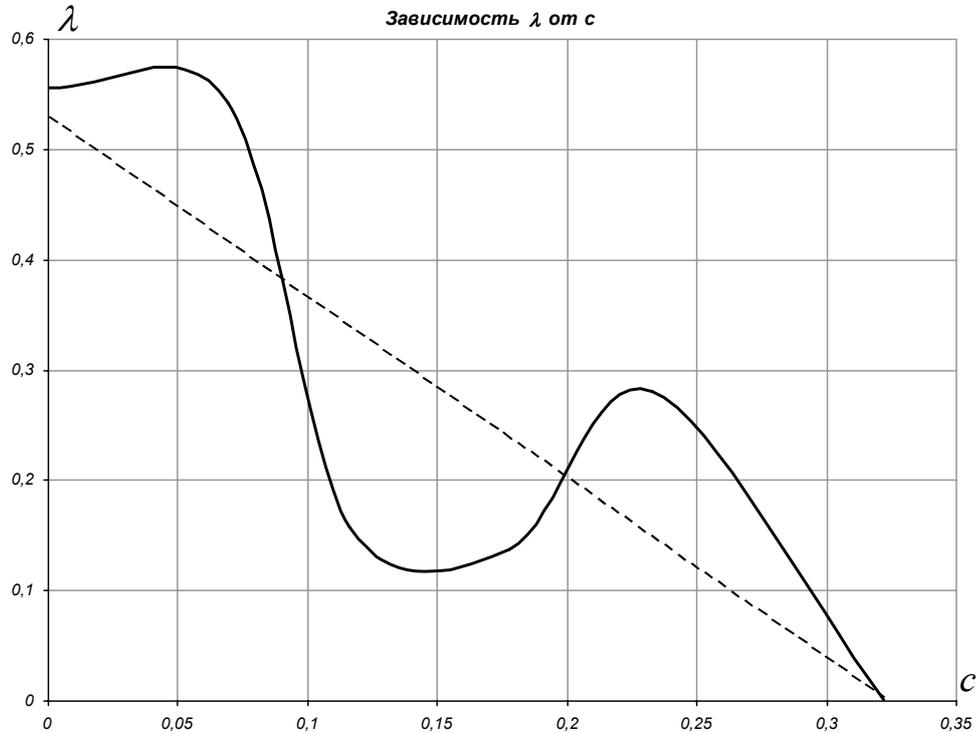


Рис. 2.17

Полученные расчетные данные представлены в таблице 2.7.

Таблица 2.7

$\sigma_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$e_1$	$e_2$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\lambda$	$\lambda^{анп}$	$\Gamma_1^0$	$\frac{\sigma_1}{\sigma_1^y} - 1$
<b><math>c=0</math></b>										
945	0,0023	-0,0012	0,0021	-0,0008	0,0002	-0,0004	0,5562	0,5298	0,0003	0,0272
<b><math>c=0,069</math></b>										
1300	0,0032	-0,0019	0,0028	-0,0010	0,0004	-0,0009	0,5426	0,4169	0,0007	0,1504
<b><math>c=0,116</math></b>										
1416	0,0037	-0,0019	0,0029	-0,0010	0,0008	-0,0009	0,3165	0,3399	0,0012	0,2000
<b><math>c=0,178</math></b>										
1600	0,0043	-0,0017	0,0031	-0,0009	0,0011	-0,0008	0,1039		0,0015	0,1852
1760	0,0049	-0,0022	0,0035	-0,0010	0,0014	-0,0012	0,1705	0,2384	0,0019	0,3037
<b><math>c=0,233</math></b>										
2000	0,0040	-0,0014	0,0037	-0,0010	0,0002	-0,0003	0,3727		0,0003	0,1364
2300	0,0056	-0,0023	0,0043	-0,0012	0,0013	-0,0011	0,1877	0,1484	0,0016	0,3068
<b><math>c=0,322</math></b>										
2800	0,0064	-0,0019	0,0048	-0,0011	0,0016	-0,0008	0,0019	0,0027	0,0016	0,2281

$\sigma_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$e_1$	$e_2$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\lambda$	$\lambda^{анр}$	$\Gamma_1^0$	$\frac{\sigma_1}{\sigma_{1P}^y} - 1$
<b><i>c=0,407</i></b>										
3800	0,0077	-0,0016	0,0059	-0,0010	0,0018	-0,0006	0,0000	0,0000	0,0018	0,3869
<b><i>c=0,51</i></b>										
5000	0,0085	-0,0013	0,0069	-0,0007	0,0016	-0,0006			0,0016	0,3514
5600	0,0114	-0,0022	0,0077	-0,0007	0,0038	-0,0015	0,0000	0,0000	0,0038	0,5135

Кривая единой деформации (см. рис. 2.18) описывается линией вида

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{1P}^y} - 1 = 135,13 \Gamma_1^0.$$

Для сравнения представлена единая кривая деформации,

построенная авторами эксперимента (см. рис. 2.19)

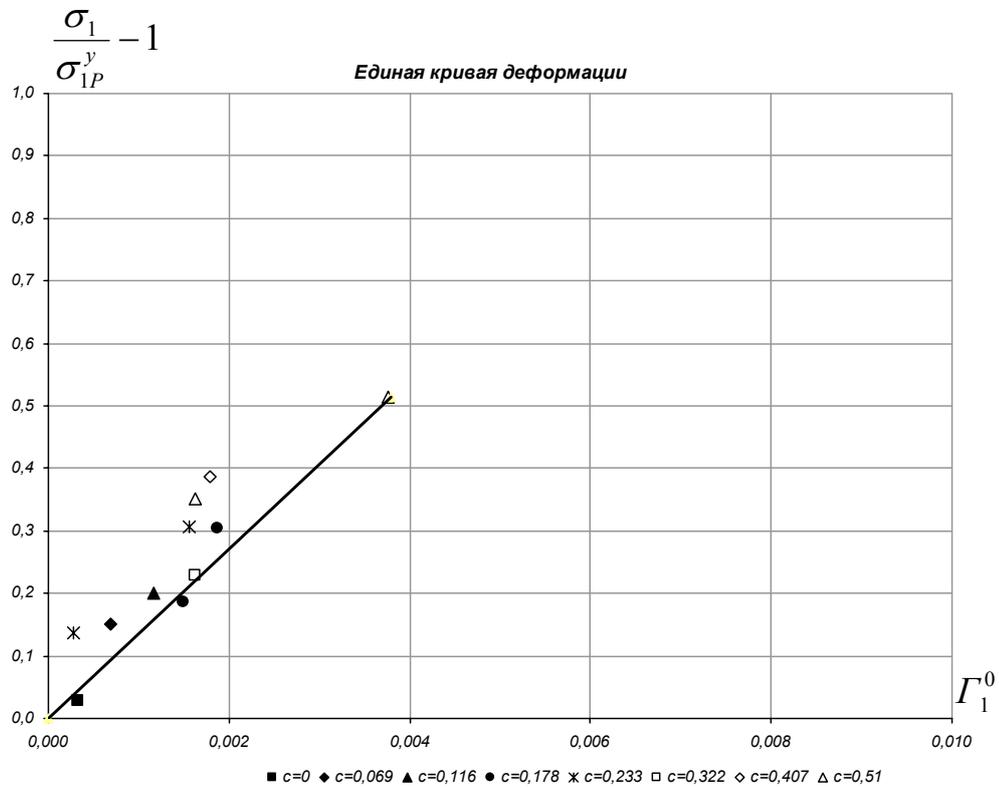
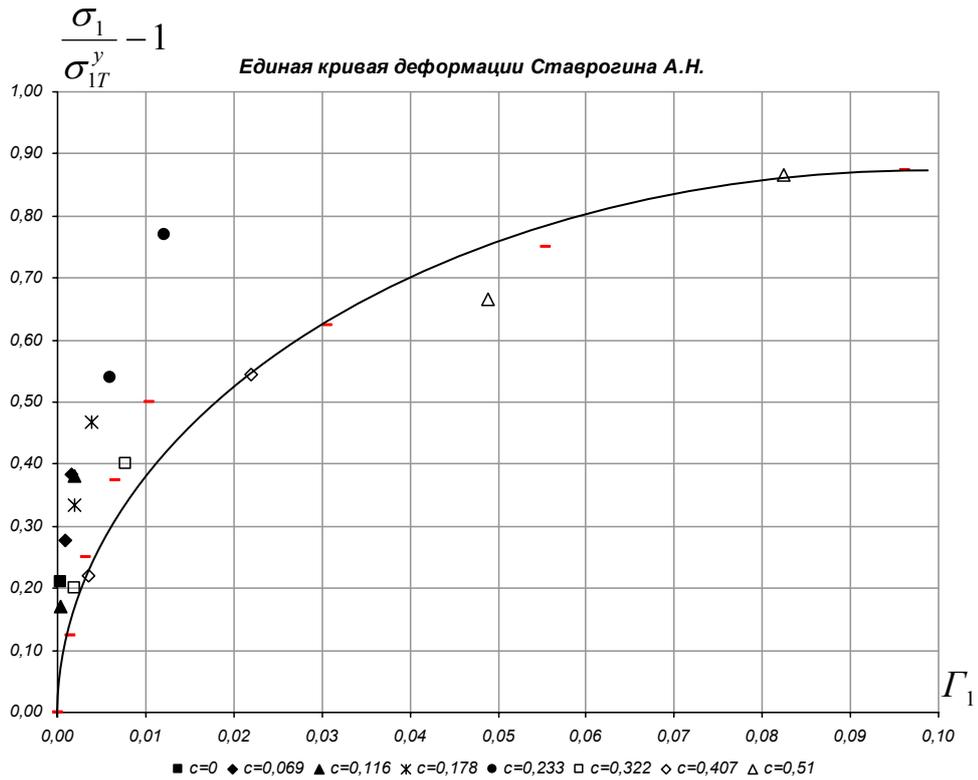


Рис. 2.18



*Рис. 2.19*

Сравнение пределов упругости для Талькохлорита с пределами пропорциональности: (см. табл. 2.8).

*Таблица 2.8*

<i>c</i>	<i>0</i>	<i>0,069</i>	<i>0,116</i>	<i>0,178</i>	<i>0,233</i>	<i>0,322</i>	<i>0,407</i>	<i>0,51</i>
$\sigma_{1T}^y$	780	940	1025	1200	1300	2000	2460	3000
$\sigma_{1P}^y$	920	1130	1180	1350	1760	2280	2740	3700

Расчетные данные для удобства сведены в таблицу 2.9, а также приведены сравнительные диаграммы (см. рис. 2.20 – 2.27).

*Таблица 2.9*

$\sigma_1$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\theta^n$
<b><i>c=0</i></b>			
945	0,0001	-0,0002	0,0006
<b><i>c=0,069</i></b>			
1300	0,0006	-0,0010	0,0014
<b><i>c=0,116</i></b>			
1416	0,0010	-0,0012	0,0011
<b><i>c=0,178</i></b>			
1600	0,0010	-0,0010	0,0004
1760	0,0017	-0,0017	0,0009
<b><i>c=0,233</i></b>			
2000	0,0009	-0,0007	0,0004
2300	0,0019	-0,0015	0,0009

$\sigma_1$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\theta^n$
<b><math>c=0,322</math></b>			
2800	0,0017	-0,0008	0,0000
<b><math>c=0,407</math></b>			
3800	0,0029	-0,0014	-0,0007
<b><math>c=0,51</math></b>			
5000	0,0026	-0,0013	-0,0004
5600	0,0038	-0,0019	-0,0008

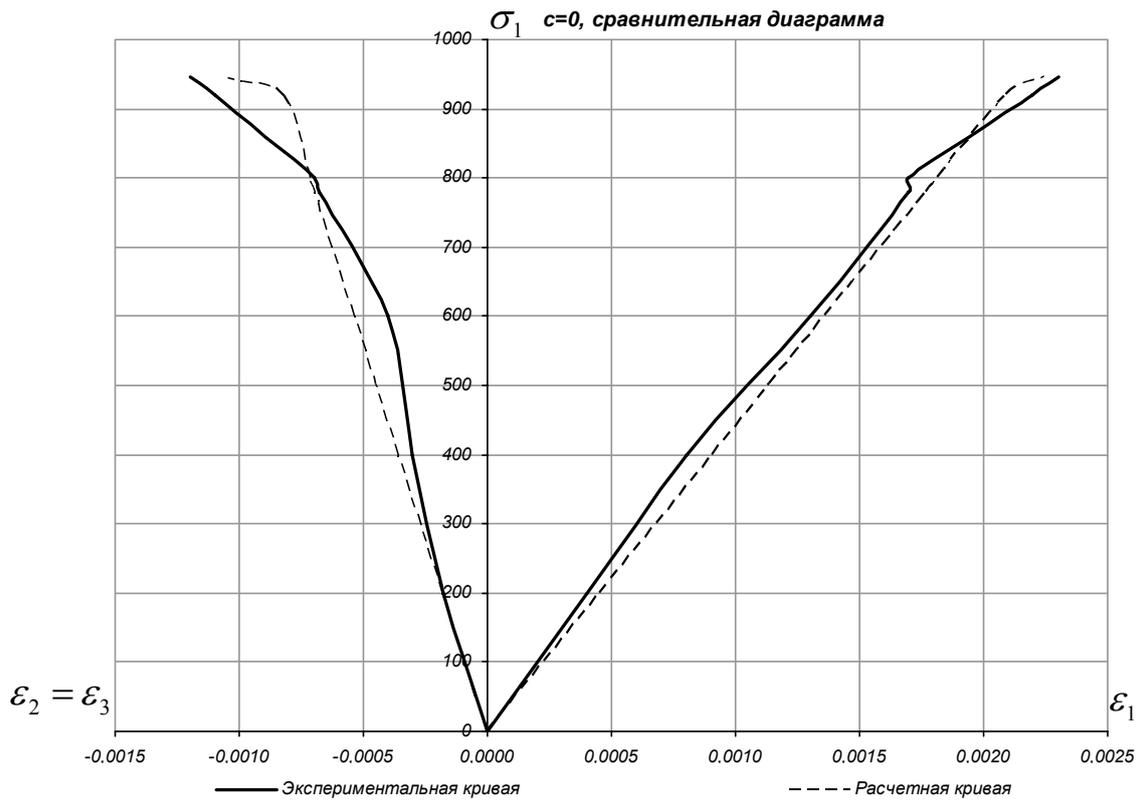
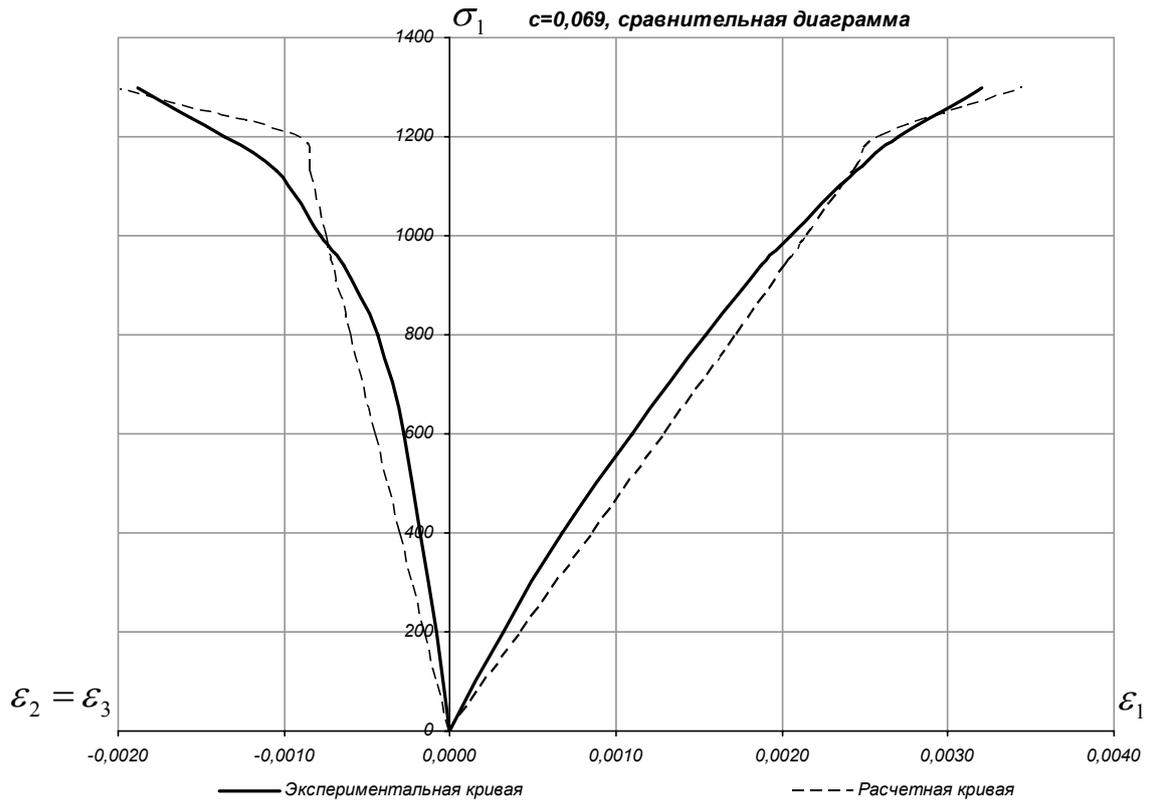
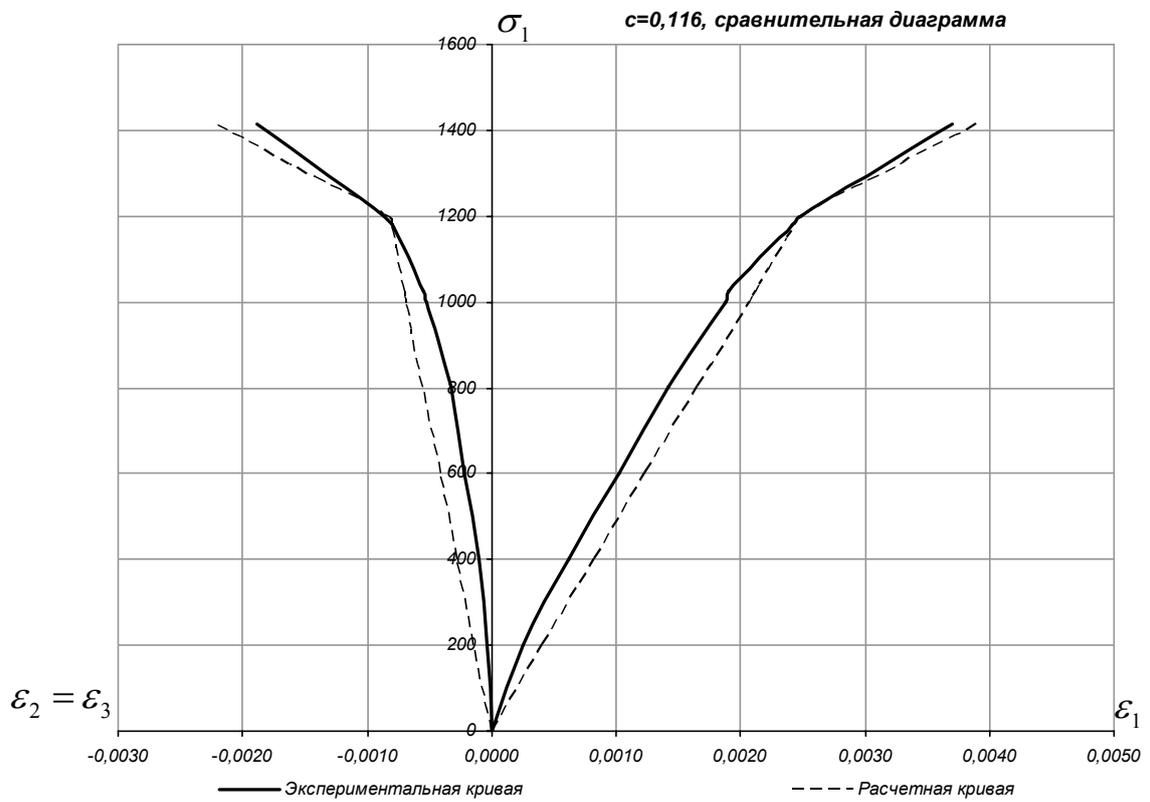


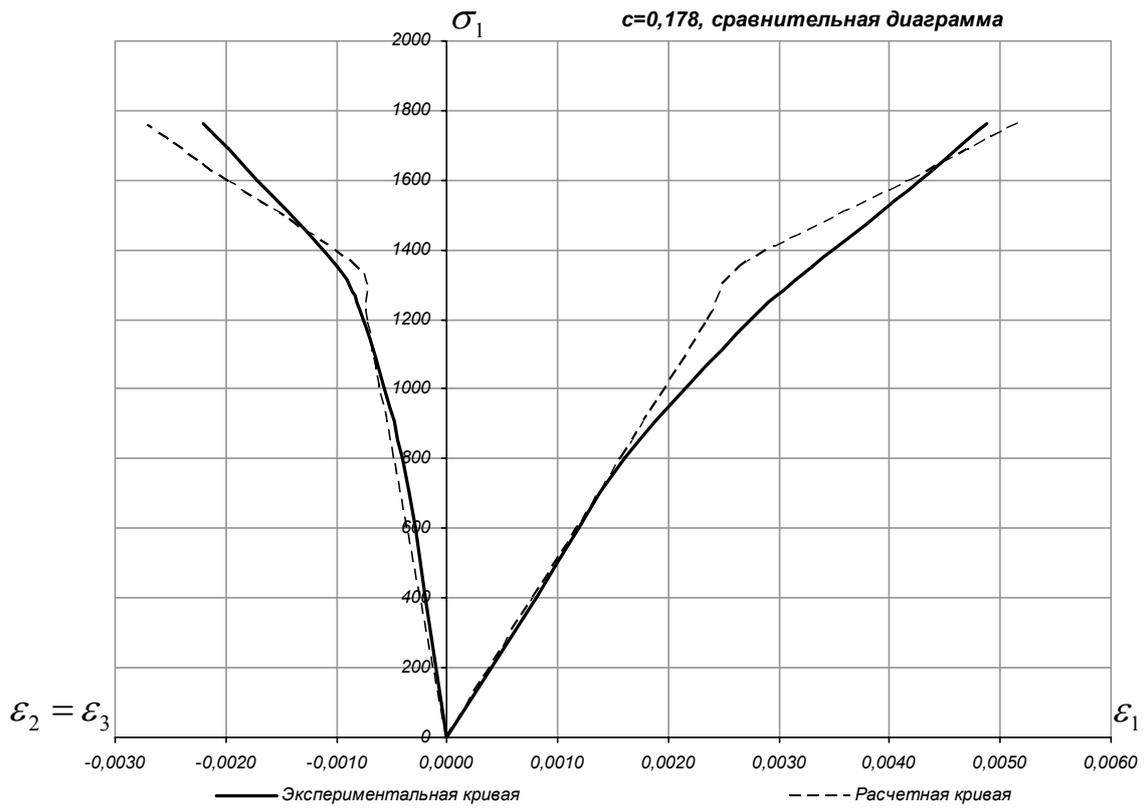
Рис. 2.20



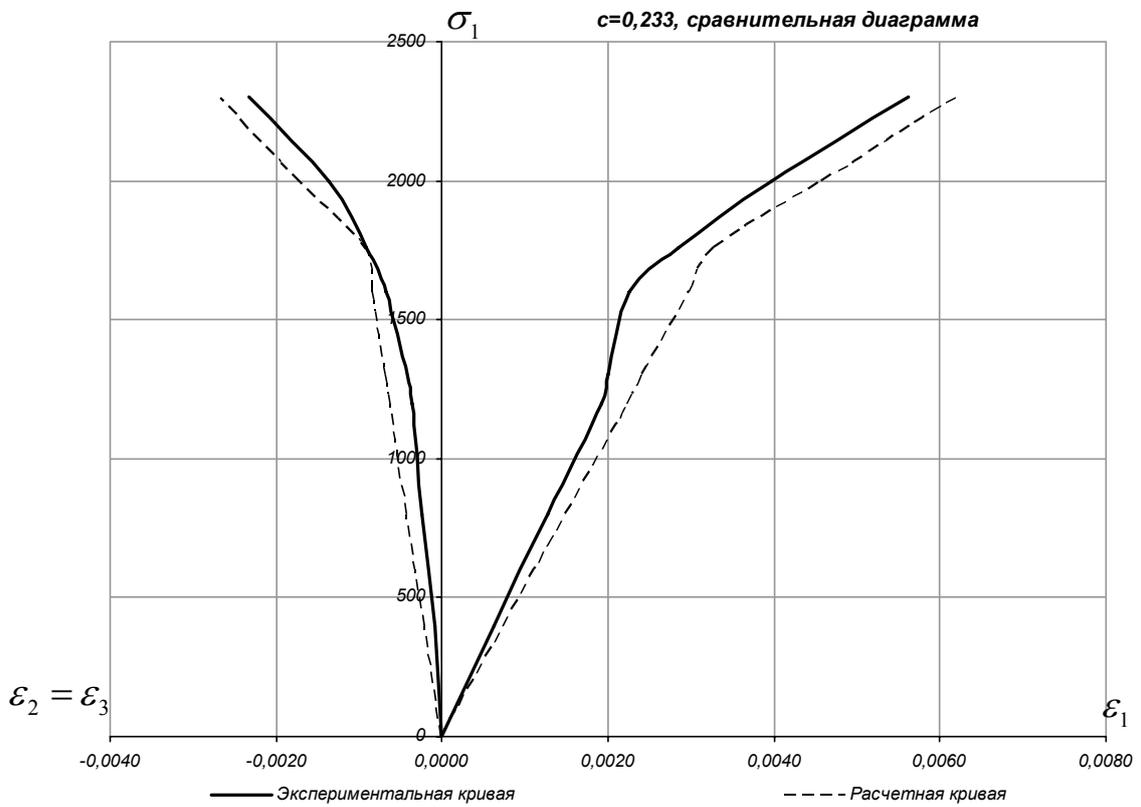
*Рис. 2.21*



*Рис. 2.22*



*Рис. 2.23*



*Рис. 2.24*

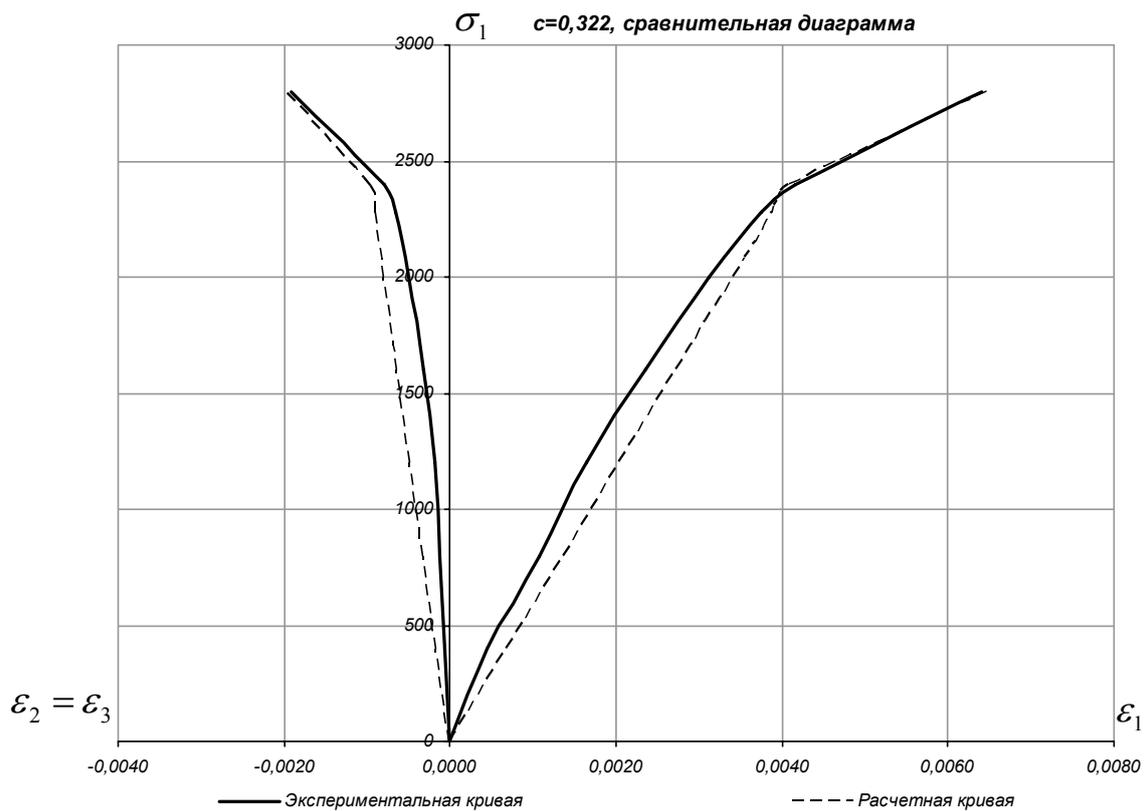


Рис. 2.25

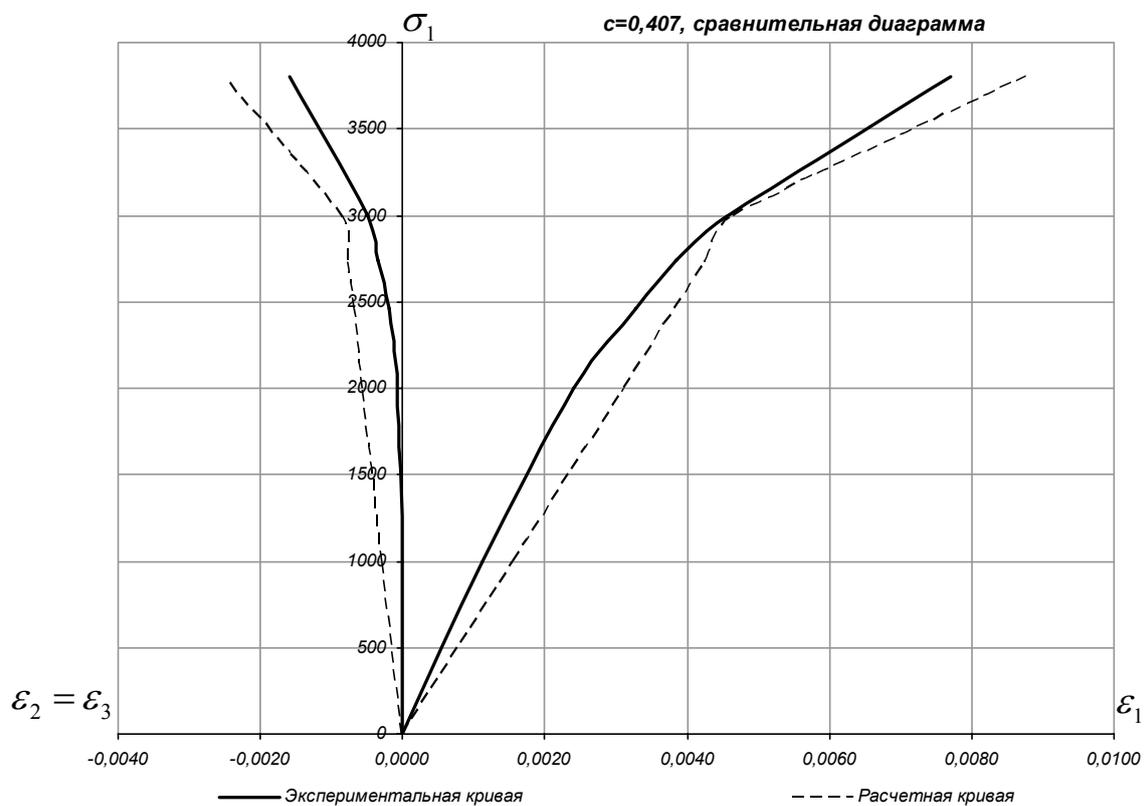
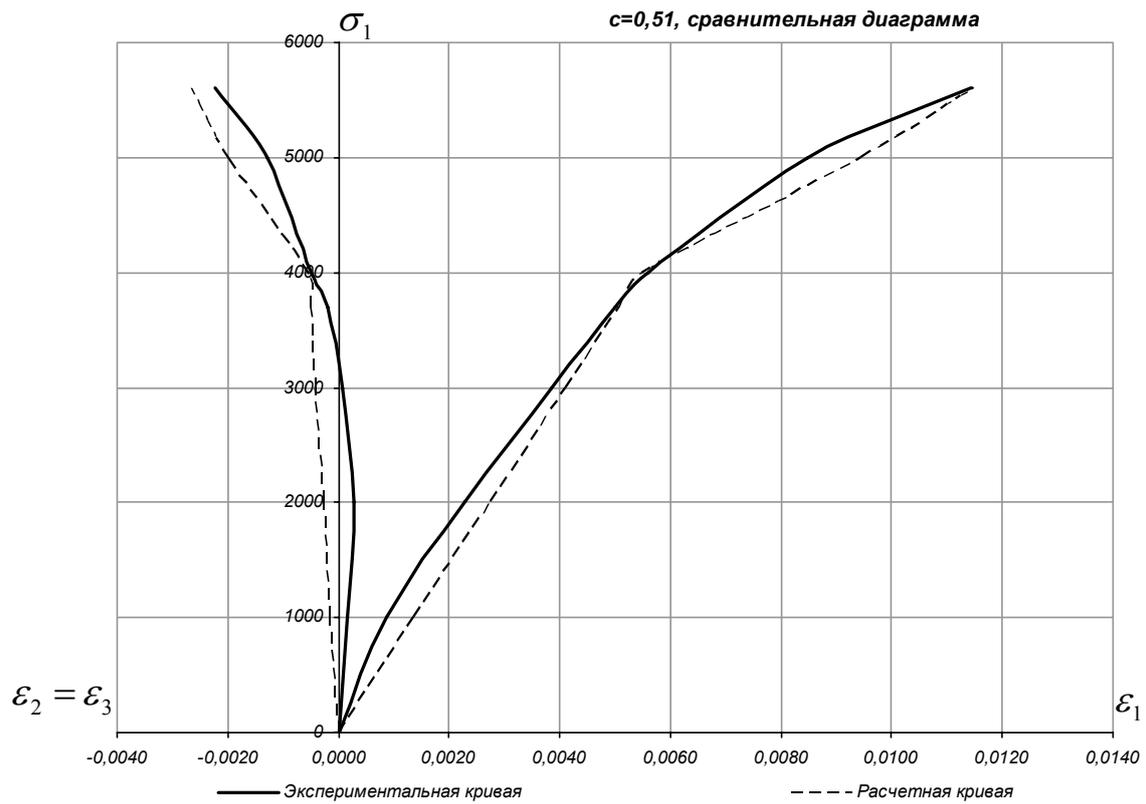


Рис. 2.26



*Рис. 2.27*

## 2.3 Выводы

Выделение упругой составляющей деформации (согласно предложенному в 1-й главе полуэмпирическому закону) позволило определить (аналитически, а не графически) полную неупругую деформацию, которая затем была разделена на чисто пластическую составляющую и деформацию разрыхления.

Если сравнить коэффициент разрыхления для песчаника, выбросоопасного (см. рис.2.1), и песчаника не опасного по выбросам (см. рис.2.9), то оказывается, что для песчаника не опасного по выбросам он стремится к 0 при больших  $c$  ( $c > 1/3$ ), следовательно, он уже находится в полуразрушенном состоянии. А песчаник выбросоопасный сохраняет способность разрыхляться при всех видах напряженного состояния. Именно этим, на наш взгляд, объясняются их названия.

На рис.2.2, 2.10, 2.18 приведены графики зависимости чисто пластической составляющей неупругой деформации  $\Gamma_1^0$  от уровня максимального касательного напряжения, превышающего предел упругости при разных видах напряженного состояния. Если сопоставить этот график с зависимостью полной неупругой деформации от того же аргумента (см. рис. 2.3, 2.11, 2.19), то можно убедиться, что во втором случае отклонение экспериментальных кривых от соответствующей единой диаграммы значительно больше.

Следовательно, разделение полной неупругой деформации на указанные две части вполне оправдано, и в расчетах следует использовать зависимость от напряжений только чисто пластической деформации, дополняя ее составляющей деформации от разрыхления.

Кроме того, нет необходимости, как это делали авторы эксперимента, вводить дополнительную зависимость для определения поперечной деформации. В нашем случае поперечная деформация определяется из одной и той же модели деформирования материала, как и продольная деформация.

### ГЛАВА 3

## СВЯЗЬ ПОСТРОЕНИЯ ОГИБАЮЩЕЙ КРУГОВ МОРА С ОПРЕДЕЛЕНИЕМ ОРИЕНТАЦИИ ПЛОСКОСТИ СРЕЗА

**Условие прочности для полухрупких тел.** Для полухрупких тел, примерами которых могут служить бетон и горные материалы, критерий разрушения может быть сформулирован [23] в принципе так же, как и критерий пластичности, в виде некоторого соотношения между компонентами тензора напряжений

$$R(\sigma_{ij}) = 0 \quad (3.1)$$

Если  $R(\sigma_{ij}) < 0$ , материал не разрушается; при выполнении условия (3.1) хотя бы в одной точке, в этой точке происходит локальное разрушение. Что нужно понимать под термином «локальное разрушение», зависит от объекта [23]: это либо разрыв, раздавливание или срез некоторых структурных элементов, либо появление зародышевой трещины, которая или распространяется далее как трещина типа Гриффитса [1], или сливается с трещинами, возникшими в соседних точках, где выполнено условие (3.1). Область локального разрушения служит источником концентрации напряжений, поэтому весьма вероятно появление новых очагов разрушения по соседству с уже возникшими.

Не касаясь многочисленных уточнений применительно к специальным материалам форм соотношения (3.1), остановимся на простейшем и достаточно универсальном условии – условии Мора. Оно формулируется следующим образом:

Разрушение происходит тогда, когда на некоторой площадке с нормалью  $n$  величина касательного напряжения достигает критического значения, зависящего от действующего на этой площадке нормального напряжения

$$\tau_n = f(\sigma_n) \quad (3.2)$$

Нужно провести испытания до разрушения при однородном напряженном состоянии при различных отношениях  $\sigma_1 : \sigma_3$  и построить соответствующие окружности Мора. Огибающая этих предельных окружностей будет предельной кривой.

Существенно заметить, что промежуточное по величине главное напряжение  $\sigma_2$  совсем не фигурирует в условии прочности. Это не вполне соответствует данным опыта и служит определенным недостатком теории [23]. В действительности семейство предельных окружностей Мора не всегда имеет огибающую. Однако ошибка, связанная с пренебрежением ролью  $\sigma_2$ , обычно не слишком велика и ею можно пренебречь [22].

### 3.1 Ориентация плоскости среза

Уравнения кругов Мора, выраженные через главные напряжения, имеют вид

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \sigma\right)^2 + \tau^2 &= \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)^2 \\ \left(\frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} - \sigma\right)^2 + \tau^2 &= \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}\right)^2 \\ \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \sigma\right)^2 + \tau^2 &= \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right)^2 \end{aligned} \quad (3.3)$$

где  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ , а через  $\sigma$  и  $\tau$  обозначены нормальное и касательное напряжения на площадке с заданной нормалью  $n$ .

В рассматриваемом случае трехосного сжатия вид напряженного состояния характеризуется, как указано выше, параметром  $c = \sigma_3 / \sigma_1$ .

Предельными (для разных видов напряженного состояния) называются круги

$$\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \sigma\right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right)^2 \quad (3.4)$$

где главные напряжения  $\sigma_1, \sigma_3$  соответствуют моменту разрушения (аналогично для пределов упругости).

Центр круга (в осях  $\sigma \sim \tau$ )

$$\sigma_u = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \quad (3.5)$$

Радиус круга

$$R = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \quad (3.6)$$

Уравнение (3.4) можно представить в виде

$$\sigma^2 + \tau^2 - (\sigma_1 + \sigma_3)\sigma + \sigma_1\sigma_3 = 0 \quad (3.7)$$

Семейство кругов (3.7) должно иметь огибающую линию. Для построения этой огибающей линии используем следующую теорему [21].

Пусть кривые  $\gamma_\alpha$  семейства  $S$  в области  $G$  задаются уравнениями

$$\varphi(x, y, \alpha) = 0; \quad a < \alpha < b$$

где  $\varphi$  - непрерывно дифференцируемая функция по всем аргументам, удовлетворяющая условию

$$\varphi_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \varphi_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \varphi_x^2 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \quad \varphi_y^2 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}, \quad \varphi_x^2 + \varphi_y^2 \neq 0$$

Тогда огибающая  $\gamma$  семейства  $S$  (если она существует) задается уравнениями

$$\varphi(x, y, \alpha) = 0, \quad \varphi_\alpha(x, y, \alpha) = 0$$

в том смысле, что для каждой точки  $(x, y)$  огибающей можно указать такое  $\alpha$ , что системой значений  $x, y, \alpha$  будут удовлетворяться оба уравнения  $\varphi = 0$  и  $\varphi_\alpha = 0$ .

В соответствии с этой теоремой уравнение (3.7) представлено еще в виде

$$\sigma^2 + \tau^2 - \sigma_1(1+c)\sigma + c\sigma_1^2 = 0 \quad (3.8)$$

где роль параметра  $\alpha$  (согласно теореме) будет выполнять параметр  $c$ .

Таким образом, для построения огибающей кругов Мора надо использовать два уравнения:

$$\varphi(\sigma, \tau, c) = \sigma^2 + \tau^2 - \sigma_1(1+c)\sigma + c\sigma_1^2 = 0 \quad (3.9)$$

$$\varphi_c(\sigma, \tau, c) = -(\sigma_1)'_c(1+c)\sigma - \sigma_1\sigma + \sigma_1^2 + 2\sigma_1 c(\sigma_1)'_c = 0 \quad (3.10)$$

Из уравнения (3.10) получено нормальное напряжение  $\sigma$ :

$$\sigma = \frac{\sigma_1[\sigma_1 + 2c(\sigma_1)'_c]}{\sigma_1 + (1+c)(\sigma_1)'_c} \quad (3.11)$$

А из уравнения (3.9) – касательное напряжение  $\tau$ :

$$\tau = \sqrt{(1+c)\sigma\sigma_1 - c\sigma_1^2 - \sigma^2} \quad (3.12)$$

Следовательно, если для каждого значения параметра  $c$  известно главное напряжение  $\sigma_1$  и его производная  $(\sigma_1)'_c$ , то по формуле (3.11) можно найти сначала соответствующее значение нормального напряжения  $\sigma$ , а затем по формуле (3.12) – значение касательного напряжения  $\tau$ .

Для представления функции  $\sigma_1 = \sigma_1(c)$  используются формулы (2.4) при выполнении соотношения (2.10), что дает

$$\sigma_1 = \frac{2S_0}{(1-c)(\cos 2\beta_0 + 2\sin 2\beta_0)} \quad (3.13)$$

Чтобы использовать это выражение для главного напряжения, применительно к построению огибающей, необходимо вычислить следующие производные по параметру  $c$ :

$$(\sigma_1)'_c = \sigma_1 \left[ \frac{(S_0)'_c}{S_0} + \frac{1}{1-c} - \frac{(2 - \operatorname{tg} 2\beta_0)(\sin 2\beta_0)'_c}{\cos 2\beta_0 + 2\sin 2\beta_0} \right] \quad (3.14)$$

$$(\sin 2\beta_0)'_c = -\frac{2}{5(1-c)^2} \left[ 1 + \frac{4(1+c)}{5(1-c)\sin 2\beta_0 + (1+c)} \right] \quad (3.15)$$

Кроме того, необходимо задать параметр  $S_0$  как функцию от  $c$ . Для расчетов принято

$$S_0 = \sigma_c e^{\xi c + \eta c^2} \quad (3.16)$$

Здесь  $\sigma_c$  - предел прочности при одноосном сжатии, а коэффициенты  $\xi$  и  $\eta$  определяются при задании пределов прочности при каких-либо двух видах напряженного состояния, отличных от одноосного сжатия. Таким образом

$$\frac{(S_0)'_c}{S_0} = \xi + 2\eta c \quad (3.17)$$

В результате сначала из формулы (3.11) найдем значение нормального напряжения  $\sigma$ , а затем по формуле (3.12) – значение касательного напряжения  $\tau$ , которые и дадут точку касания огибающей соответствующего круга Мора. Приведенное построение огибающей справедливо для следующего интервала изменения параметра  $c$ :  $0 \leq c \leq 1/3$ .

### 3.2 Построение огибающей предельных кругов напряжений Мора в случае неравномерного трехосного сжатия

#### 1. Песчаник выбросоопасный

Для расчетов, при определении коэффициентов  $\xi$  и  $\eta$ , использованы два значения пределов прочности: при  $c = 0,178$  и при  $c = 0,227$ . Из условия, что при этих видах напряженного состояния должны выполняться

$$\text{равенства } \sigma_c e^{\xi c + \eta c^2} = \frac{1}{2}(1 - c)(\cos 2\beta_0 + 2 \sin 2\beta_0).$$

Найдено:

$$\xi = 7,2667, \text{ а } \eta = -1,0497$$

Результаты вычисления параметров сведены в таблицу 3.1.

Таблица 3.1

$c$	$\sigma_1^n$	$S_0$	$\sin 2\beta$	$\sigma_1^{расч}$	$(S_0)'_c / S_0$	$(\sin 2\beta)'_c$	$(\sigma_1)'_c$	$\sigma$	$\tau$
0,000	1220	1220	0,6000	1220,0	7,2667	-0,8000	10695,3	124,9	369,8
0,069	2856	2004,2	0,5379	2243,9	7,1218	-1,0138	20006,0	475,2	752,8
0,116	4395	2794,5	0,4858	3425,7	7,0232	-1,2121	31183,9	955,3	1174,0

$c$	$\sigma_1^n$	$S_0$	$\sin 2\beta$	$\sigma_1^{расч}$	$(S_0)'_c / S_0$	$(\sin 2\beta)'_c$	$(\sigma_1)'_c$	$\sigma$	$\tau$
0,178	6098	4301,9	0,4000	6098,0	6,8930	-1,5805	58231,7	2190,2	2077,8
0,227	9882	6015,2	0,3125	9882,0	6,7901	-2,0188	101051,0	4115,9	3286,0

Здесь  $\sigma_1^{расч}$  - расчетное значение пределов прочности, вычисляемое по формуле (3.16), в которую подставляется значение  $S_0(c)$ , согласно (3.19).

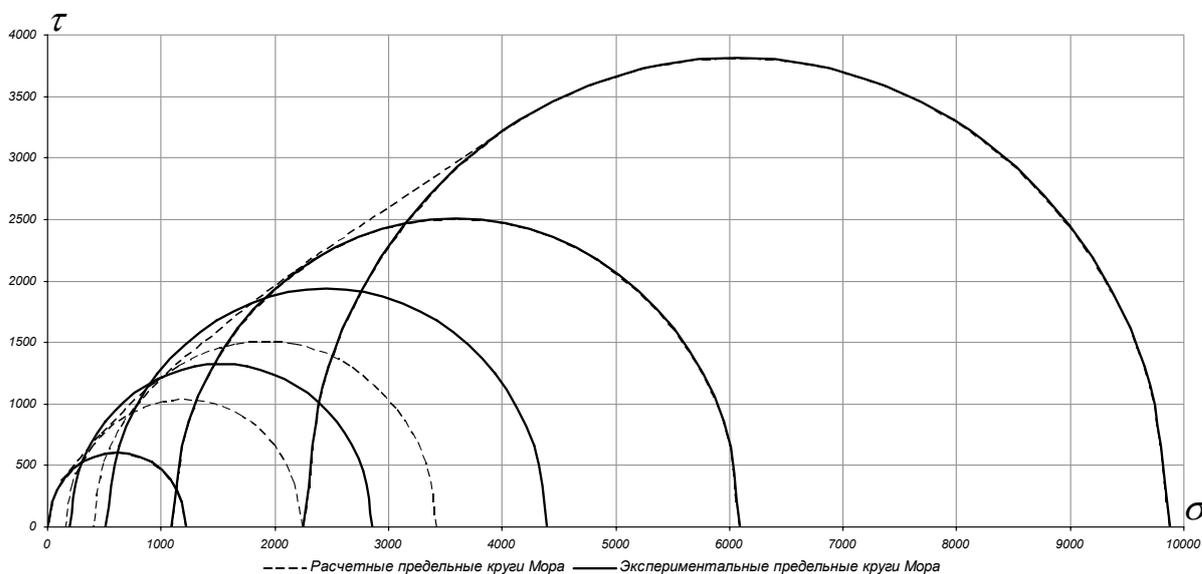


Рис. 3.1

На рис. 3.1 показана пунктиром огибающая расчетных предельных кругов (пунктиром также показаны расчетные круги Мора только при тех значениях  $c$ , при которых они не совпали с экспериментальными) для остальных  $c$  расчетные и экспериментальные (сплошные линии) круги Мора совпали. Для рассматриваемого материала только при двух видах напряженного состояния ( $c = 0,069$  и  $c = 0,116$ ), расчетные пределы прочности несколько отличаются от экспериментальных ( $\approx$  на 22%).

## 2. Песчаник не опасный по выбросам

В качестве исходных данных использованы значения пределов прочности при  $c = 0,069$  и при  $c = 0,227$ .

$$\xi = 7,339, \text{ а } \eta = -3,5754$$

Итоговая таблица вычислений:

Таблица 3.2

$c$	$\sigma_1^n$	$S_0$	$\sin 2\beta$	$\sigma_1^{расч}$	$(S_0)'_c / S_0$	$(\sin 2\beta)'_c$	$(\sigma_1)'_c$	$\sigma$	$\tau$
0,000	1440	1440	0,6000	1440,0	7,3390	-0,8000	12728,1	146,4	435,1
0,069	2630	2349,0	0,5379	2630,0	6,8456	-1,0138	22721,5	563,3	888,3
0,116	4059	3215,0	0,4858	3941,2	6,5095	-1,2121	33852,4	1114,2	1362,9
0,178	5029	4747,8	0,4000	6730,1	6,0661	-1,5805	58703,1	2450,4	2315,2
0,227	10410	6336,6	0,3125	10410	5,7157	-2,0188	95265,8	4388,1	3492,1

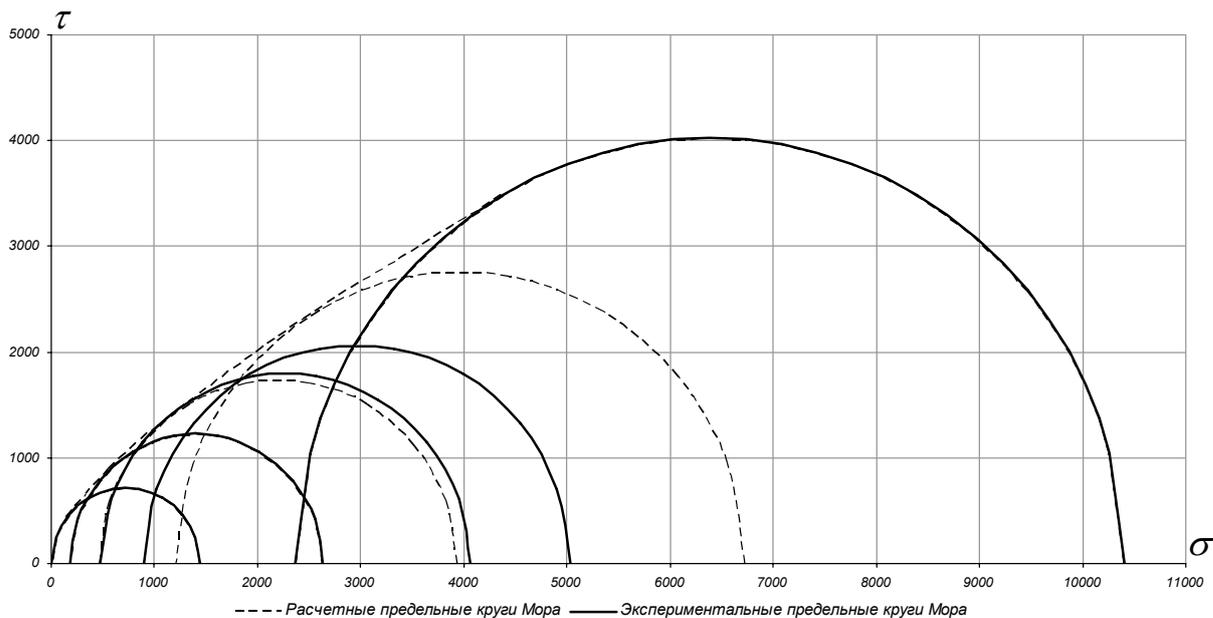


Рис. 3.2

Расчетные пределы прочности отличаются от экспериментальных ( $\approx$  на 34%) при  $c = 0,116$  и  $c = 0,178$ .

### 3. Талькохлорит

Исходные данные взяты при  $c = 0,116$  и при  $c = 0,322$

$$\xi = 2,5838, \text{ а } \eta = -7,1445$$

Итоговая таблица:

Таблица 3.3

$c$	$\sigma_1^n$	$S_0$	$\sin 2\beta$	$\sigma_1^{расч}$	$(S_0)'_c / S_0$	$(\sin 2\beta)'_c$	$(\sigma_1)'_c$	$\sigma$	$\tau$
0,000	945	945,0	0,6000	945,0	2,5838	-0,8000	3859,2	185,9	375,6
0,069	1320	1091,7	0,5379	1222,2	1,5979	-1,0138	4145,3	387,9	503,3
0,116	1420	1158,4	0,4858	1420,0	0,9263	-1,2121	4268,6	553,5	580,4
0,178	1730	1193,6	0,4000	1691,9	0,0404	-1,5805	4562,6	794,0	665,2
0,233	2340	1170,7	0,3002	1964,0	-0,7455	-2,0864	5539,7	1015,1	727,3
0,322	2790	1035,3	0,0479	2790,0	-2,0173	-3,9704	18242,6	1507,5	883,9

Круги Мора и огибающая их будет иметь вид (рис. 3.3).

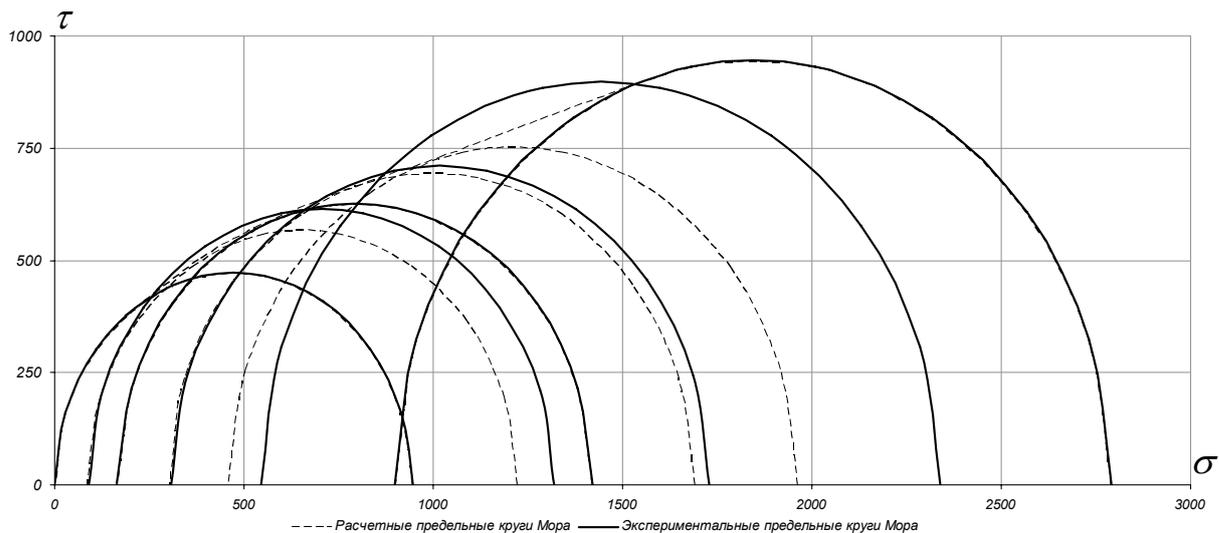


Рис. 3.3

Расчетные пределы прочности отличаются от экспериментальных ( $\approx$  на 16%) при  $c = 0,069$ ,  $c = 0,178$  и  $c = 0,233$ .

Угол среза (обозначаемый в монографии [33] через  $\alpha$ ) рассчитывается следующим образом  $\alpha = 45^\circ - \beta_0$ .

Расчетное значение угла  $\alpha$ , для всех рассматриваемых горных пород, приведено в таблице 3.4, оно отличается от экспериментально определенных значений в зависимости от вида напряженного состояния на  $2^\circ - 6^\circ$ .

Таблица 3.4

Материал	$c$	0	0,069	0,116	0,176	0,178	0,227	0,232	0,233	0,313	0,322
	$\alpha_0^p$	26,57	28,73	30,47	33,11	33,21	35,89	36,20	36,57	42,65	43,63
	$\alpha_0^{эксп}$										
Талькохлорит		27	26	31		30			36		
Мрамор I		30	31	33		36		40		44,5	
Мрамор II		28	22	32,5		36		40			41,5
Песчаник П-026		21	26	27				36			
Песчаник выбро-соопасный		20	25	30		36	40				
Песчаник не опасный по выбросам		20	27,5	32,5		34	43				

### 3.3 Выводы

Построена огибающая линия предельных кругов Мора, связанная непосредственно с ориентацией плоскости скалывания (среза) при трехосном сжатии.

Расчетный угол среза при всех напряженных состояниях достаточно хорошо отражает экспериментально полученные значения этого угла для всех горных пород. Этот результат вытекает из предположения о том, что в плоскости среза нормальное напряжение ( $\sigma$ ) в два раза превышает касательное напряжение ( $\tau$ ). Коэффициент пропорциональности между  $\sigma$  и  $\tau$  можно считать новой универсальной постоянной материала.

## Глава 4

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛА ПРОЧНОСТИ НА РАСТЯЖЕНИЕ $\sigma_p$ ПО ДАННЫМ НА ТРЕХОСНОЕ СЖАТИЕ

#### 4.1 Установление вида зависимости между главными напряжениями, соответствующими предельным кругам напряжений Мора

С физической точки зрения разрушение материалов вообще и горных пород, в частности, происходит либо под воздействием растягивающих напряжений в форме отрыва, либо вследствие касательных напряжений в форме сдвига (скола) при сжимающих напряжениях.

Определение предела прочности при одноосном сжатии проводится согласно ГОСТа [4]. По сравнению с этим пределом у горных пород предел прочности на растяжение значительно меньше. Экспериментальное определение данных пределов связано с известными [22] затруднениями. В зависимости от наличия достаточного количества образцов (необходимых размеров) и соответствующего оборудования в различных испытательных центрах преобладают либо испытания на сжатие, либо испытания на растяжение, причем последние осуществляются чаще всего косвенными методами (в частности, «бразильским методом»). Поэтому предлагаются разные способы оценки прочности на сжатие по результатам испытаний на растяжение и наоборот.

Прочность горных пород на сжатие остается в настоящее время основным [22] прочностным показателем, используемым при инженерном решении задач горной геомеханики. Следовательно, определенный интерес представляет способ определения величины предела прочности на растяжение ( $\sigma_p$ ) по экспериментальным данным трехосного сжатия.

Для этого можно использовать тот известный факт, что семейство предельных кругов Мора в пространстве главных напряжений представляет семейство гипербол. Соответствующая ветвь гиперболы в осях  $\sigma_1 \sim \sigma_3$  имеет вид [22], показанный на рис. 4.1.

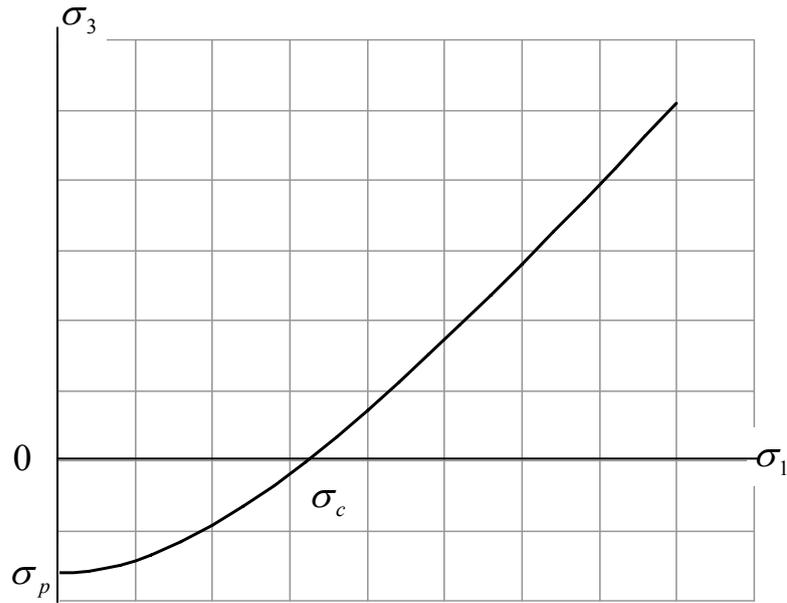


Рис. 4.1

Как видно из этого рисунка, зная параметры гиперболы, можно определить предел прочности на растяжение. Эта задача решается следующим образом.

В отличие от изложенного в 3 главе способа построения огибающей предельных кругов Мора, в качестве параметра в уравнении (3.10) возьмем главное напряжение  $\sigma_1$ .

Тогда, как вытекает из теоремы о существовании огибающей [20], огибающая линия должна еще удовлетворять уравнению:

$$-(1 + \sigma_3')\sigma + (\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3') = 0 \quad (\sigma_3' = \frac{\partial \sigma_3}{\partial \sigma_1}) \quad (4.1)$$

Отсюда находим  $\sigma$ , а затем из (3.7) и  $\tau$ :

$$\sigma = \frac{\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3'}{1 + \sigma_3'}; \quad \tau = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{1 + \sigma_3'} \sqrt{\sigma_3'} \quad (4.2)$$

Выражения (4.2) представляют собой уравнение огибающей линии в параметрической форме. Это уравнение становится определенным, если найдена зависимость между главными напряжениями для предельных напряженных состояний:

$$\sigma_3 = \sigma_3(\sigma_1) \quad (4.3)$$

Эту зависимость можно установить следующим образом.

Выражение (3.7) является алгебраическим уравнением второй степени относительно переменных  $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$ .

Уравнение кривых второго порядка в общем виде:

$$a_{11}\sigma_1^2 + 2a_{12}\sigma_1\sigma_3 + a_{22}\sigma_3^2 + 2a_{13}\sigma_1 + 2a_{23}\sigma_3 + a_{33} = 0 \quad (4.4)$$

Сравнивая уравнения (3.7) и (4.4), находим

$$\begin{aligned} a_{11} = a_{22} = 0; \quad a_{12} = a_{21} = \frac{1}{2}; \\ a_{13} = a_{31} = -\frac{\sigma}{2}; \quad a_{23} = a_{32} = -\frac{\sigma}{2}; \quad a_{33} = \sigma^2 + \tau^2 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Тип линии (3.7) на плоскости главных напряжений определяется величиной следующего инварианта уравнения (3.7)

$$d = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{vmatrix} = -\frac{1}{4}$$

Отрицательная величина этого инварианта говорит о том, что выражение (3.7) на плоскости главных напряжений является [13] уравнением гиперболы.

Уравнение гиперболы в общем виде можно представить следующим образом:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + (\sigma_3 - b)^2} - \sqrt{\sigma_1^2 + (\sigma_3 - a)^2} = \kappa \quad (4.6)$$

Как показано в работе [9], разрешая (4,6) относительно  $\sigma_3$ , получено

$$\sigma_3 = \frac{a+b}{2} + \sqrt{\frac{\kappa^2 \sigma_1^2}{(a-b)^2 - \kappa^2} + \frac{\kappa^2}{4}} \quad (4.7)$$

Согласно последней зависимости производная  $\sigma_3'$  (входящая в формулы (4.2)) будет:

$$\sigma_3' = \frac{\sigma_1}{\sqrt{\frac{\kappa^2 \sigma_1^2}{(a-b)^2 - \kappa^2} + \frac{\kappa^2}{4}}} \frac{\kappa^2}{(a-b)^2 - \kappa^2} \quad (4.8)$$

Из зависимости (4.7) вытекает, что предел прочности при одноосном растяжении (когда  $\sigma_1 = 0, \sigma_3 < 0, \sigma_p = \sigma_3$ ) равен

$$\sigma_p = \frac{a + b + \kappa}{2} \quad (4.9)$$

Параметры  $a, b, \kappa$  можно найти следующим образом.

Обозначим:

$$\frac{\kappa^2}{4} = x, \frac{\kappa^2}{(a-b)^2 - \kappa^2} = y, \sqrt{\sigma_3'} = z \quad (4.10)$$

Тогда

$$z^2 = \frac{\sigma_1 y}{\sqrt{\sigma_1^2 y + x}}$$

Выразим отношение  $\tau/\sigma$ , используя выражения (4.2)

$$\frac{\tau}{\sigma} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_3 + \sigma_1 z^2} z \quad (4.11)$$

При  $c = 0$  ( $c = \sigma_3/\sigma_1$ ) принято:

$$\frac{\tau}{\sigma} \Big|_{c=0} = q_0 \quad \sigma_1 \Big|_{c=0} = \sigma_c \quad (4.12)$$

где  $\sigma_c$  - предел прочности при сжатии.

При каком-либо другом напряженном состоянии  $c_1 \neq 0$

$$\frac{\tau}{\sigma} \Big|_{c_1} = q_1 \quad \sigma_1 \Big|_{c_1} = \sigma_{11} \quad \sigma_3 \Big|_{c_1} = \sigma_{31} \quad (4.13)$$

тогда

$$q_0 = \frac{\sqrt{\sqrt{\sigma_c^2 y + x}}}{\sqrt{\sigma_c y}} \quad (4.14)$$

$$q_1 = \frac{\sigma_{11} - \sigma_{31}}{\sigma_{31} + \sigma_{11}z^2} z \quad (4.15)$$

Из (4.15) следует:

$$\sigma_{11}q_1z^2 - (\sigma_{11} - \sigma_{31})z + \sigma_{31}q_1 = 0 \quad (4.16)$$

Решением (4.16) является:

$$z = \frac{(\sigma_{11} - \sigma_{31}) + \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{31})^2 - 4\sigma_{11}\sigma_{31}q_1^2}}{2\sigma_{11}q_1} \quad (4.17)$$

Из приведенных соотношений можно выразить  $x$  и  $y$ :

$$q_0z = \frac{\sqrt{\sqrt{\sigma_c^2 y + x} \sqrt{\sigma_{11} y}}}{\sqrt{\sigma_c y} \sqrt{\sqrt{\sigma_{11} y + x}}} \rightarrow (q_0z)^4 = \frac{(\sigma_c^2 y + x)\sigma_{11}^2}{\sigma_c^2 (\sigma_{11} y + x)}$$

$$x = \frac{\sigma_c^2 \sigma_{11}^2 [(q_0z)^4 - 1]}{\sigma_{11}^2 - \sigma_c^2 (q_0z)^4} y = \Pi y$$

$$q_0^2 = \frac{\sqrt{\sigma_c^2 y + \Pi y}}{\sigma_c y} \rightarrow y = \frac{\sigma_c^2 + \Pi}{\sigma_c^2 q_0^4} \rightarrow x = \frac{\sigma_c^2 + \Pi}{\sigma_c^2 q_0^4} \Pi$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\kappa^2}{(a-b)^2 - \kappa^2} &= \frac{\sigma_c^2 + \Pi}{\sigma_c^2 q_0^4} \\ \frac{\kappa^2}{4} &= \frac{\sigma_c^2 + \Pi}{\sigma_c^2 q_0^4} \Pi(18) \end{aligned} \right\} \rightarrow (a-b)^2 = 4\Pi \left[ 1 + \frac{\sigma_c^2 + \Pi}{\sigma_c^2 q_0^4} \right] \quad (4.18)$$

Таким образом, находятся две комбинации параметров  $a, b, \kappa$ .

Третья комбинация находится из формулы (4.7) при  $c = 0$ :

$$\frac{a+b}{2} = -\sqrt{\frac{\kappa^2 \sigma_c^2}{(a-b)^2 - \kappa^2} + \frac{\kappa^2}{4}} \quad (4.19)$$

В итоге, искомые параметры гиперболы можно вычислить, если известны две точки, характеризующие огибающую кругов Мора при  $c = 0$  и каком-либо  $c_1 \neq 0$ , а также значение предела прочности при одноосном сжатии. Указанные точки огибающей берутся из того ее вида, который получен в предыдущей главе.

## 4.2 Определение предела прочности на растяжение

Для расчетов взят Песчаник выбросоопасный (1), Песчаник не опасный по выбросам (2) и Талькохлорит (3), данные по остальным материалам сведены в приложение.

### 1. Песчаник выбросоопасный

Для расчетов воспользовались данными, полученными в главе III (такими как  $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$ ,  $\sigma$  и  $\tau$ ).

Для расчета слагаемых входящих в формулу (4.2) применялись формулы (4.8, 4.9, 4.10), результаты сведены в таблицу 4.1 и 4.2.

Таблица 4.1

$c$	$\sigma_1$	$\sigma_3$	$\sigma_c$	$\sigma$	$\tau$	$q$	$z$
0,000	1220,00	0,00	1220	124,91	369,85	2,9609	0,3377
0,069	2243,93	154,83	1220	475,25	752,81	1,5840	0,4256
0,116	3425,70	397,38	1220	955,33	1174,02	1,2289	0,4752
0,178	6098,00	1085,44	1220	2190,24	2077,81	0,9487	0,5317
0,227	9882,00	2243,21	1220	4115,97	3286,09	0,7984	0,5699

Таблица 4.2

$c$	$\Pi$	$(a - b)^2$	$\kappa^2/4$	$\kappa^2$	$\kappa/2$	$(a + b)/2$	$\sigma_p$
0,000							
0,069	8907218,35	38866746,06	809468,17	3237872,67	899,70	-971,97	-72,27
0,116	8645439,37	37645331,82	765893,59	3063574,36	875,15	-947,50	-72,34
0,178	10150856,56	44734807,50	1032845,31	4131381,24	1016,29	-1088,25	-71,96
0,227	12070245,28	54003664,73	1430670,90	5722683,60	1196,11	-1267,71	-71,60

Как видно из таблицы 4.2, параметры гиперболы  $(\frac{(a+b)}{2}, \frac{\kappa}{2})$  существенно зависят от того, по каким исходным данным они определяются, то есть при каких парах значений  $c$  совмещаются огибающие, построенные по описанному способу.

Это обстоятельство еще раз указывает на то, что уравнение (3.4) представляет собой семейство гипербол в соответствующих координатах (см. рис. 4.2). Однако при этом расчетное значение предела прочности при растяжении колеблется в незначительных пределах, если каждую из гипербол «привязать» к пределу прочности на сжатие.

Среднее расчетное значение  $\sigma_p$  равно 72,04, тогда как указанное значение у авторов эксперимента [33] равно  $\sigma_p = 84,0$ .

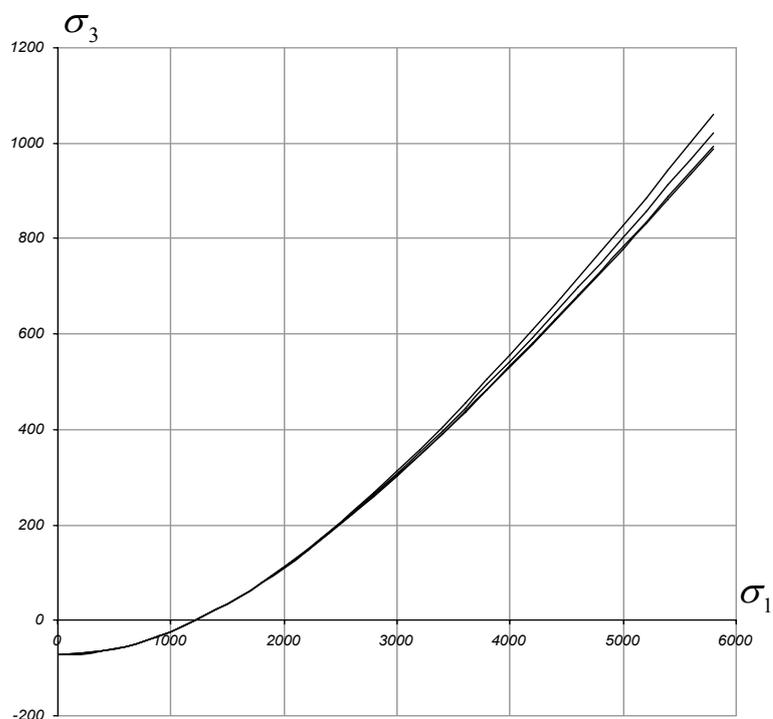


Рис. 4.2

## 2. Песчаник не опасный по выбросам

Расчеты для данного материала проведены по аналогии с Песчаником выбросоопасным. Полученные результаты показаны в таблице 4.3, 4.4, а гиперболы проиллюстрированы на рис. 4.3.

Таблица 4.3

$c$	$\sigma_1$	$\sigma_3$	$\sigma_c$	$\sigma$	$\tau$	$q$	$z$
0,000	1440,00	0,00	1440	152,12	442,62	2,9097	0,3437
0,069	2630,00	181,47	1440	554,91	880,30	1,5864	0,4242
0,116	4059,00	470,84	1440	1121,75	1382,70	1,2326	0,4707
0,178	7473,50	1330,28	1440	2656,61	2527,60	0,9514	0,5247
0,227	12634,62	2868,06	1440	5213,47	4172,01	0,8002	0,5622

Таблица 4.4

$c$	$\Pi$	$(a - b)^2$	$\kappa^2/4$	$\kappa^2$	$\kappa/2$	$(a + b)/2$	$\sigma_p$
0,000							
0,069	9012630,74	38739416,12	672223,29	2688893,15	819,89	-909,33	-89,44
0,116	9382110,18	40420855,68	723103,74	2892414,97	850,36	-939,64	-89,28
0,178	11519864,17	50293660,71	1053551,01	4214204,04	1026,43	-1114,99	-88,56
0,227	14082398,41	62452371,23	1530694,39	6122777,58	1237,21	-1325,17	-87,96

Среднее расчетное значение  $\sigma_p = 89,0$ , экспериментальное  $\sigma_p = 94,0$ .

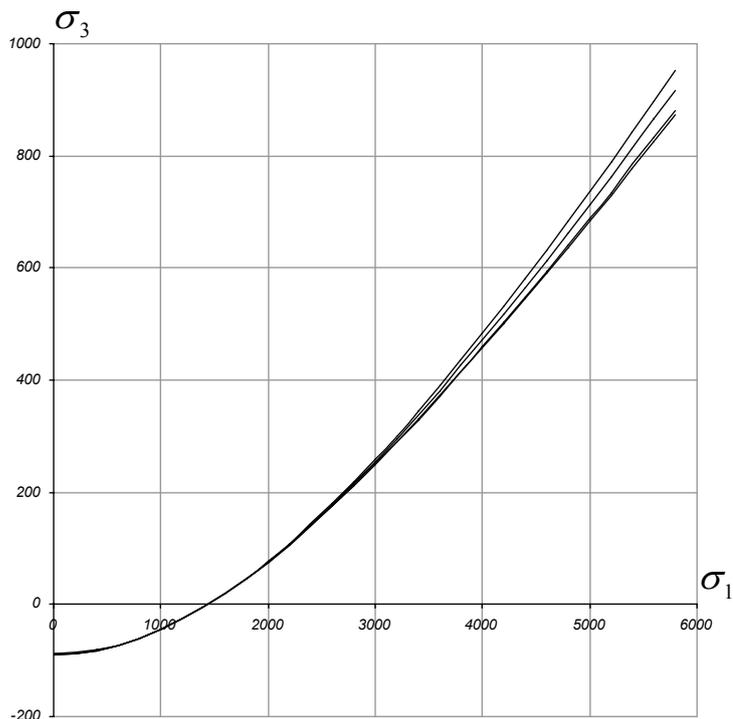


Рис. 4.3

### 3. Талькохлорит

То же самое проделано и для Талькохлорита. Окончательные данные внесены в таблицы 4.5 и 4.6, гиперболы продемонстрированы на рис. 4.4

Таблица 4.5

$c$	$\sigma_1$	$\sigma_3$	$\sigma_c$	$\sigma$	$\tau$	$q$	$z$
0,000	945,00	0,00	945	217,82	397,99	1,8272	0,5473
0,069	1197,02	82,59	945	372,77	489,06	1,3120	0,5933
0,116	1420,00	164,72	945	512,07	561,58	1,0967	0,6185
0,178	1816,26	323,30	945	760,36	679,34	0,8934	0,6434
0,233	2340,00	545,22	945	1085,14	823,12	0,7585	0,6559
0,322	4272,59	1375,77	945	2236,44	1323,80	0,5919	0,6502

Таблица 4.6

$c$	$\Pi$	$(a - b)^2$	$\kappa^2/4$	$\kappa^2$	$\kappa/2$	$(a + b)/2$	$\sigma_p$
0,000							
0,069	2448998,53	13085154,60	822290,12	3289160,47	906,80	-1059,31	-152,51
0,116	2031348,20	10512677,41	596821,16	2387284,62	772,54	-926,93	-154,39
0,178	1681702,06	8466880,52	435018,07	1740072,28	659,56	-816,10	-156,54
0,233	1431312,99	7062219,68	334241,93	1336967,73	578,14	-736,74	-158,60
0,322	980933,01	4662462,89	184682,71	738730,85	429,75	-593,98	-164,23

Среднее значение  $\sigma_p = 157,3$ , экспериментальное  $\sigma_p = 130,0$ .

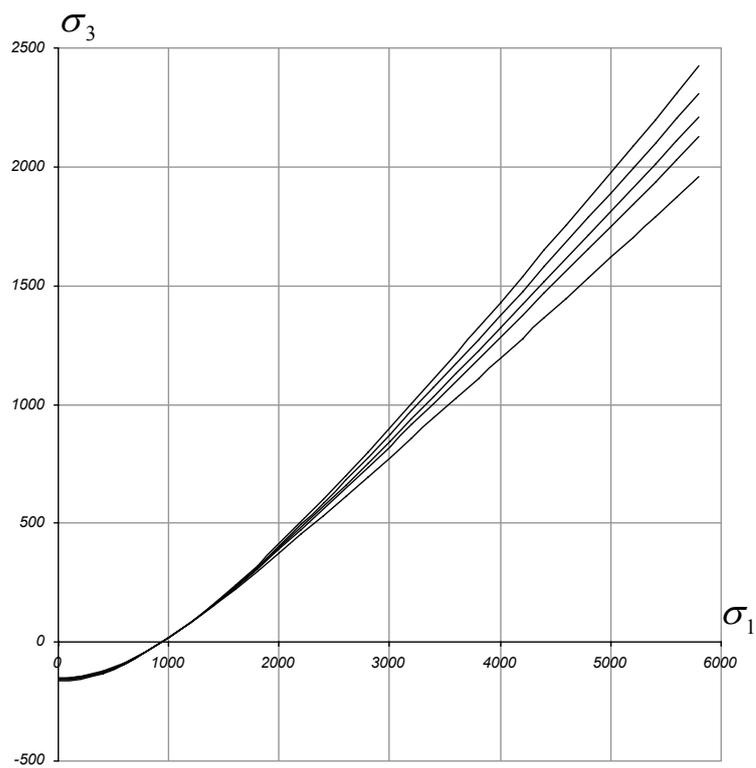


Рис. 4.4

### 4.3 Выводы

Показано, что уравнение семейства предельных кругов Мора представляет собой уравнение семейства гипербол в пространстве главных напряжений.

Найдены параметры указанных гипербол, используя данные трехосного сжатия горных пород и предложенный в главе 3 способ построения огибающей предельных кругов Мора.

По уравнению гиперболы определен предел прочности на растяжение, расчетное значение которого мало колеблется при всех возможных параметрах гиперболы. Это значение достаточно близко к экспериментальному пределу прочности на растяжение.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. На основе анализа экспериментальных данных на трехосное сжатие горных пород предложен полуэмпирический закон связи между напряжениями и упругими деформациями, который лучше отражает картину их поведения в пределах упругости по сравнению с тем, как это вытекает при использовании закона Гука в предположении изотропности материала.

2. Условный предел упругости не отождествляется с пределом пропорциональности, а находится по некоторому допуску на остаточную деформацию.

3. В отличие от уравнений состояния Ставрогина А.Н., нет необходимости вводить особое соотношение для коэффициента поперечной неупругой деформации. Величина поперечной деформации описывается той же (основанной на концепции скольжения) моделью деформирования, что и продольная деформация.

4. Построена единая кривая в координатах «максимальное касательное напряжение  $\sim$  чисто пластическая составляющая неупругой осевой деформации».

5. Остаточное изменение объема (наблюдаемое при нагружении за пределами упругости) учитывается коэффициентом разрыхления, для которого получено аналитическое выражение. В частности, анализ величины этого коэффициента для Песчаника выбросоопасного и неопасного по выбросам позволил объяснить их название.

6. С единых позиций построена огибающая предельных кругов Мора и определена ориентация плоскости среза при разрушении, которая зависит от вида напряженного состояния.

7. Определен предел прочности на растяжение по данным на трехосное сжатие.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Paterson M.S. Experimental Rock Deformation. The Brittle Field. - Springer-Verlag. Berlin Heidelberg New York, 1978. 255 p.
2. Бриджмен П. Исследования больших пластических деформаций и разрыва. -М.: Изд-во иностр. лит., 1955. -444 с.
3. Гасилов В.А., Головин М.В., Мясников В.П., Пергамент А.Х. Применение разномодульной модели сплошной среды к анализу поведения горных пород под действием больших напряжений // Изв РАН. МТТ, 2000. -№2. -С. 86-92.
4. ГОСТ 21153.2-84. Породы горные. Методы определения предела прочности при одноосном сжатии. – М.: Изд-во стандартов, 1985. -10 с.
5. ГОСТ 28985-91 Породы горные. Методы определения деформационных характеристик при одноосном сжатии. – М.: Изд-во стандартов, 1991. -19 с.
6. Зарецкий-Феоктистов Г.Г. Об экспериментальных кривых деформирования горных пород в сложном напряженном состоянии // Изв. АН СССР. Физика Земли. -1989. -№6. -С.43-49.
7. Капустянский С.М. Упругопластическая дилатансионная модель анизотропных сред // Изв. АН СССР. Физика Земли. -1985. -№8. -С.50-59.
8. Каталог механических свойств горных пород // -Л.: ВНИМИ, 1973. – 267 с.
9. Койчуманов К.Т. Аналитическое описание огибающей линии предельных кругов напряжений полухрупких материалов. Автореф. Дис. ... канд. физ-мат. наук. 01.02.04. -Бишкек, 2006, -23 с.
10. Кондратьева Е. И., Рычков Б.А. Определение ориентации плоскости среза при разрушении сланцев // Материалы международной научной конференции «Современные технологии и управление качеством в

- образовании, науке и производстве: опыт адаптации и внедрения», Ч.I, -Бишкек, 2001. – С. 146-150.
11. Кондратьева Е.И. Определение механических характеристик горных пород // Вестн. Кырг. отд. межд-ной акад. энергетики. -2006. -№2(4), - С. 87-91.
  12. Кондратьева Е.И. Определение упругих характеристик горных пород // Материалы международного научно-технического симпозиума «Образование через науку», Т. 1, -Бишкек, 2004. – С. 169-173.
  13. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. -М.: Наука, 1977. -831 с.
  14. Леонов М.Я., Нисчевич Е.Б., Рычков Б.А. Плоская теория пластичности, основанная на синтезе скольжений // Изв. АН СССР. МТТ, -1979. -№6. -С. 43-49.
  15. Леонов М.Я., Паняев В.А., Русинко К.Н. Зависимость между деформациями и напряжениями для полухрупких тел // Инж. ж. МТТ, -1967. -№6. -С. 26-32.
  16. Мор О. Чем обусловлены предел упругости и временное сопротивление материалов. «Новые идеи в технике». С-Пб.: Образование, 1915. - 75 с.
  17. Москвитин В.В. Пластичность при переменных нагружениях. -М.: МГУ, 1965. -С. 263.
  18. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. Т.2. М.: Мир, 1967. -С. 863.
  19. Некоторые прикладные задачи механики горных пород. Под ред. В.Л.Фоменко. - Фрунзе, 1971. -183 с.
  20. Погорелов А.В. Аналитическая геометрия. §8 Кривые второго порядка. М., 1978. -208 с.
  21. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. М., 1974. -176 с.
  22. Прочность и деформируемость горных пород / Карташов Ю.М., Матвеев Б.В., Михеев Г.В., Фадеев А.Б. -М.: Недра, 1979. -153 с.

23. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979. -744 с.
24. Рычков Б.А. О деформационном упрочнении горных пород // МТТ. РАН. -М., -1999. -С. 115-124.
25. Рычков Б.А. Сложная деформация пластических материалов при нагружениях без поворота главных осей тензора напряжений // МТТ РАН. –М., -1993. -№1. -С. 112-119.
26. Рычков Б.А. Условие текучести , дилатансия и разрушение горных пород // ФТПРПИ, -2001. -№1, -с.63-71.
27. Рычков Б.А., Мамытов Ж.Ы., Кондратьева Е.И. Определение предела прочности на растяжение горных пород по экспериментальным данным на трехосное сжатие // ФТПРПИ, 2008. №4 (в печати).
28. Рычков Б.А., Мамытов Ж.Ы., Кондратьева Е.И. Об учете дилатанции при деформировании геоматериалов // Сб. "Динамика и прочность материалов и конструкций". Выпуск 5. - Орск, 2003. - С. 30-34.
29. Рычков Б.А., Мамытов Ж.Ы. Ориентация плоскости среза и огибающая предельных кругов Мора горных пород // Материалы XVII международной научной школы им. Академика С.А. Христиановича. Крым, 2007. – С. 269-273.
30. Рычков Б.А., Мамытов Ж.Ы., Кондратьева Е.И. Дилатансия геоматериалов с учетом разупрочнения // Вестн. Самарс. гос.ун-та. -2004. - Спец. вып. - С. 89-93.
31. Рычков Б.А., Кондратьева Е.И. Кинематика разрушения горных пород // Материалы Международного научно-технического симпозиума "Образование через науку" Т.1. - Бишкек, 2004. - С. 173-175.
32. Рычков Б.А., Гончарова И.В., Кондратьева Е.И. About the yield criterion of anisotropic materials // International Symposium on "Developments in Plasticity and Fracture" Centenary of M.Y. HUBER Criterion: Тез. докл. конф.- Cracow, 2004. - С. 32.

33. Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г. Пластичность горных пород. -М. 1979. -294 с.
34. Тарасов Б.Г. Закономерности деформирования и разрушения горных пород при высоких давлениях: Автореф. Дис. ... д-ра техн. наук. – Санкт-Петербург, 1991. – 25с.
35. Фисенко Г.Л. Предельные состояния горных пород вокруг выработок. М.: Недра, 1976. -272 с.
36. Фридман Я.Б. Механические свойства металлов. М.: Оборонгиз, 1952. -С. 556.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

Кварцевый диорит	110
Известняк	116
Известняк Д-6	123
Песчаник П-0	129
Песчаник П-01	135
Песчаник П-03	141
Диабаз	147

**КВАРЦЕВЫЙ ДИОРИТ**

$E = 1060000$ ;  $\nu = 0,29$ ;  $\alpha = -0,3120$ ;  $\beta = 0,0525$

Таблица 1

$c$	$\sigma_{1T}^y$	$\sigma_{1P}^y$	$\sigma_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_1^n$	$\mu$	$\varepsilon_2^n$	$\varepsilon_1^e$	$\varepsilon_2^e$	$e_1$	$e_2$	$e_1^{окон}$	$e_2^{окон}$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\lambda^{анп}$	$\Gamma_1^0$	$\frac{\sigma_1}{\sigma_{1P}^y} - 1$	$\Gamma_1^{окон}$	$\Gamma_2^{окон}$	$\varepsilon_1^{окон}$	$\varepsilon_2^{окон}$	$\theta$				
0,000	1800	2340	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000														
			750	0,0008	-0,0003							0,0009	-0,0003	0,0007	-0,0002									0,0007	-0,0002			
			1500	0,0017	-0,0005								0,0017	-0,0005	0,0014	-0,0004								0,0014	-0,0004			
			1800	0,0021	-0,0006	0,0002	1,83	-0,0004	0,0021	-0,0006			0,0021	-0,0006	0,0017	-0,0005								0,0017	-0,0005			
			2250	0,0027	-0,0010								0,0027	-0,0010	0,0021	-0,0006								0,0021	-0,0006			
			2385	0,0030	-0,0013								0,0030	-0,0013	0,0023	-0,0007	0,0008	-0,0007	0,6398	0,0022	0,0192	0,0001	-0,0002	0,0023	-0,0009	0,0005		
0,068	3500	4450	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000				
			750	0,0009	-0,0002								0,0010	-0,0002	0,0009	-0,0002								0,0009	-0,0002			
			2250	0,0027	-0,0006								0,0029	-0,0008	0,0028	-0,0007								0,0028	-0,0007			
			3000	0,0037	-0,0009								0,0038	-0,0011	0,0038	-0,0010								0,0038	-0,0010			
			3500	0,0045	-0,0012	0,0005	1,04	-0,0005	0,0045	-0,0012			0,0045	-0,0012	0,0044	-0,0011								0,0044	-0,0011			
			3750	0,0048	-0,0013								0,0048	-0,0013	0,0047	-0,0012	0,0001	-0,0001						0,0047	-0,0012			
0,116	3600	4200	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000				
			750	0,0007	-0,0001								0,0009	-0,0002	0,0009	-0,0002								0,0009	-0,0002			
			1500	0,0015	-0,0002								0,0018	-0,0003	0,0018	-0,0004								0,0018	-0,0004			
			2250	0,0024	-0,0004								0,0027	-0,0005	0,0028	-0,0007								0,0028	-0,0007			
			3000	0,0035	-0,0006								0,0036	-0,0007	0,0037	-0,0009								0,0037	-0,0009			
			3600	0,0043	-0,0008	0,0007	1,19	-0,0008	0,0043	-0,0008			0,0043	-0,0008	0,0044	-0,0011								0,0044	-0,0011			
0,176	6700	7000	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000				
			2000	0,0023	-0,0005								0,0024	-0,0007	0,0024	-0,0005								0,0024	-0,0005			
			4000	0,0046	-0,0010								0,0049	-0,0013	0,0048	-0,0010								0,0048	-0,0010			
			6000	0,0072	-0,0018								0,0073	-0,0021	0,0071	-0,0015								0,0071	-0,0015			
			6700	0,0082	-0,0023	0,0012	1,28	-0,0016	0,0082	-0,0023			0,0082	-0,0023	0,0080	-0,0017								0,0080	-0,0017			
			8000	0,0107	-0,0042								0,0107	-0,0042	0,0095	-0,0020	0,0012	-0,0022	0,1524	0,0014	0,1429	0,0014	-0,0011	0,0109	-0,0031	0,0032		
0,227	8700	9500	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000				
			2000	0,0019	-0,0002								0,0022	-0,0003	0,0023	-0,0004								0,0023	-0,0004			
			4000	0,0042	-0,0005								0,0045	-0,0007	0,0047	-0,0009								0,0047	-0,0009			
			6000	0,0064	-0,0009								0,0069	-0,0011	0,0070	-0,0013								0,0070	-0,0013			
			8000	0,0095	-0,0013								0,0092	-0,0013	0,0093	-0,0018								0,0093	-0,0018			
			8700	0,0099	-0,0016	0,0062	0,97	-0,0060	0,0099	-0,0016			0,0099	-0,0016	0,0101	-0,0019								0,0101	-0,0019			
			10000	0,0118	-0,0023								0,0118	-0,0023	0,0116	-0,0022	0,0001	-0,0001		0,0001	0,0526	0,0006	-0,0003	0,0122	-0,0025			
			12000	0,0154	-0,0038								0,0154	-0,0038	0,0140	-0,0026	0,0014	-0,0012		0,0014	0,2632	0,0029	-0,0015	0,0169	-0,0041			
			14000	0,0198	-0,0046								0,0198	-0,0046	0,0163	-0,0031	0,0035	-0,0016		0,0036	0,4737	0,0053	-0,0027	0,0216	-0,0058			
15035	0,0236	-0,0066								0,0236	-0,0066	0,0175	-0,0033	0,0061	-0,0033	0,0112	0,0062	0,5826	0,0065	-0,0034	0,0240	-0,0067	0,0005					

## Сравнение полученной единой кривой деформации

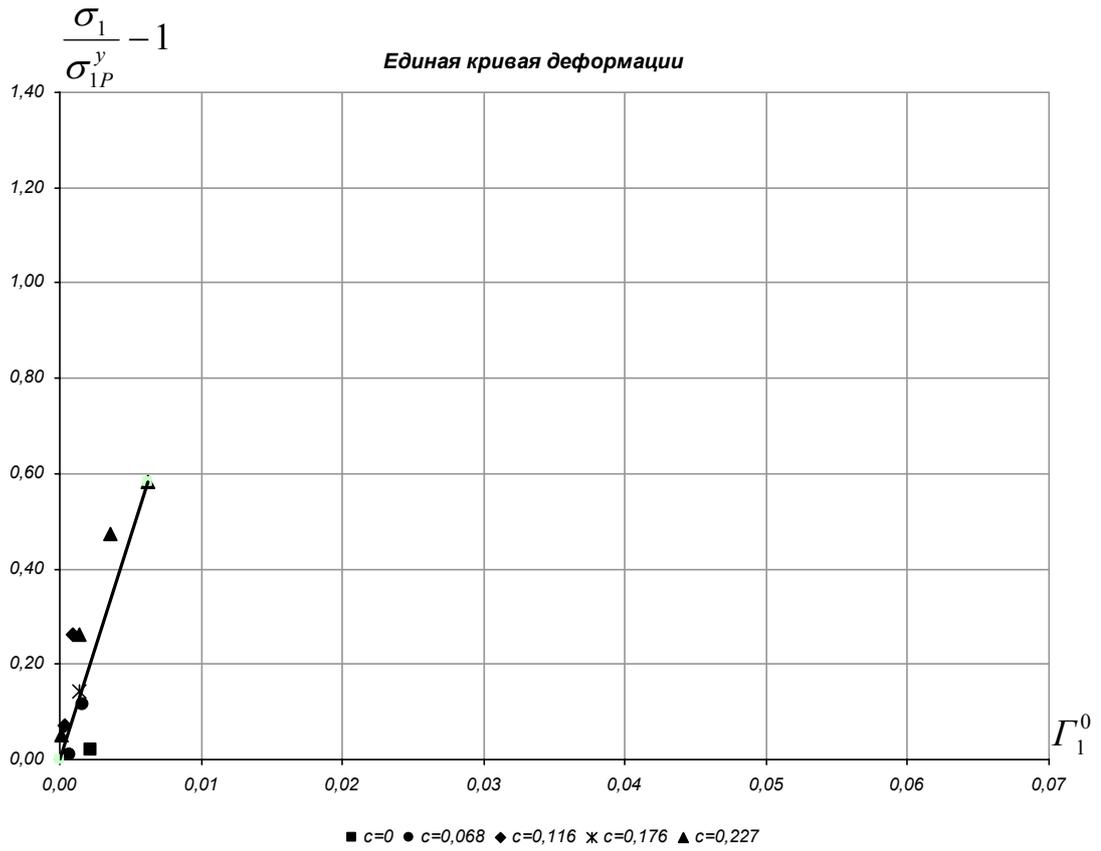


Рис. 1

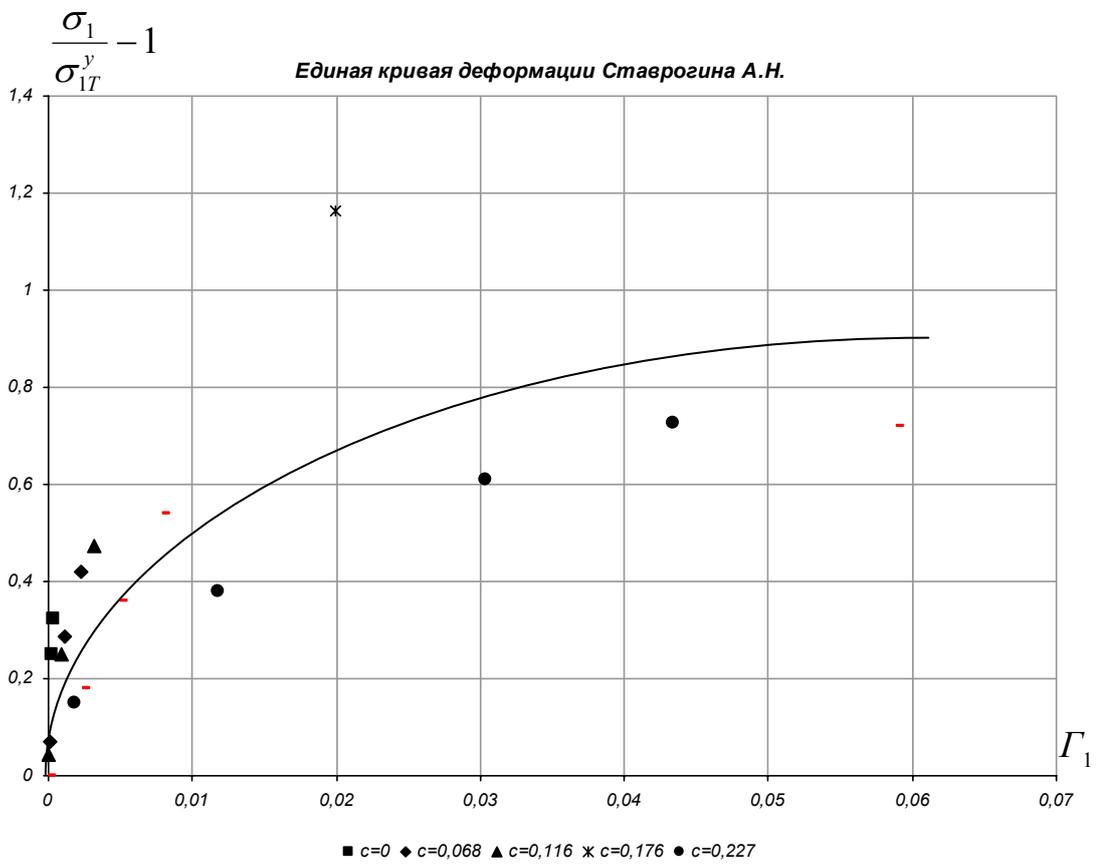


Рис. 2

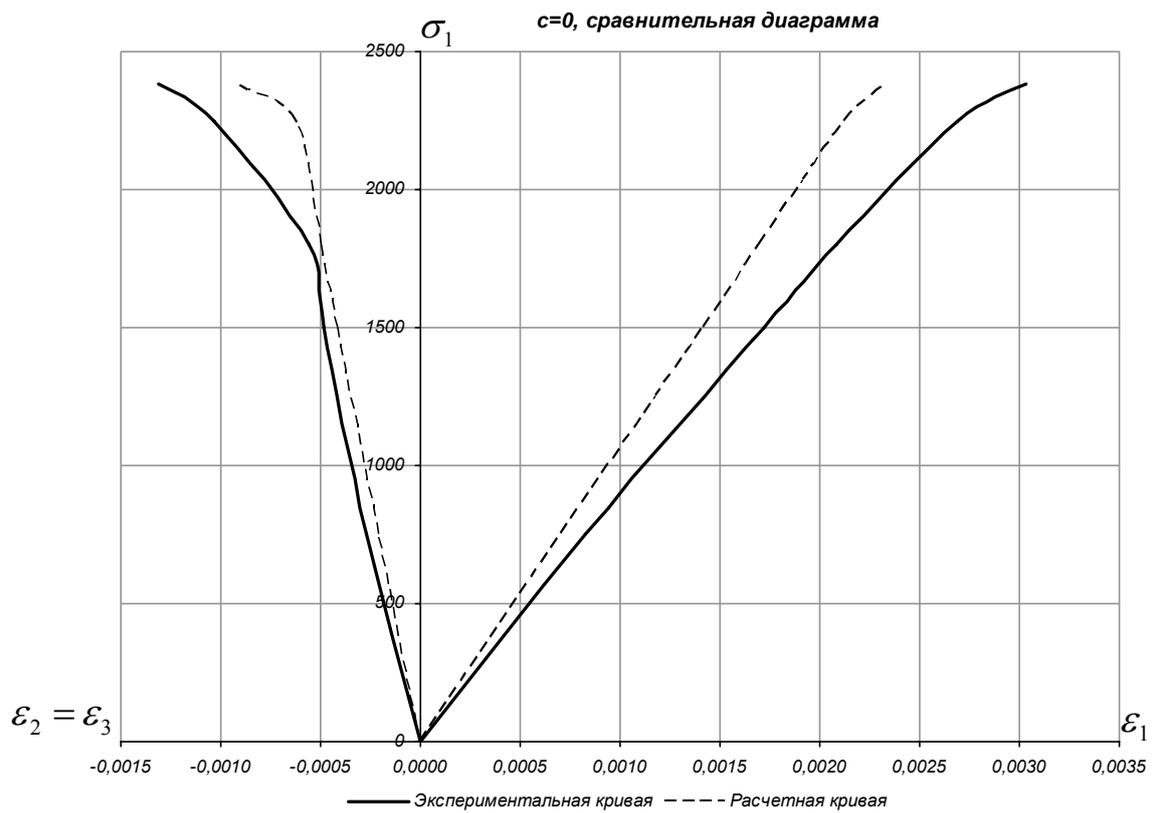


Рис. 3

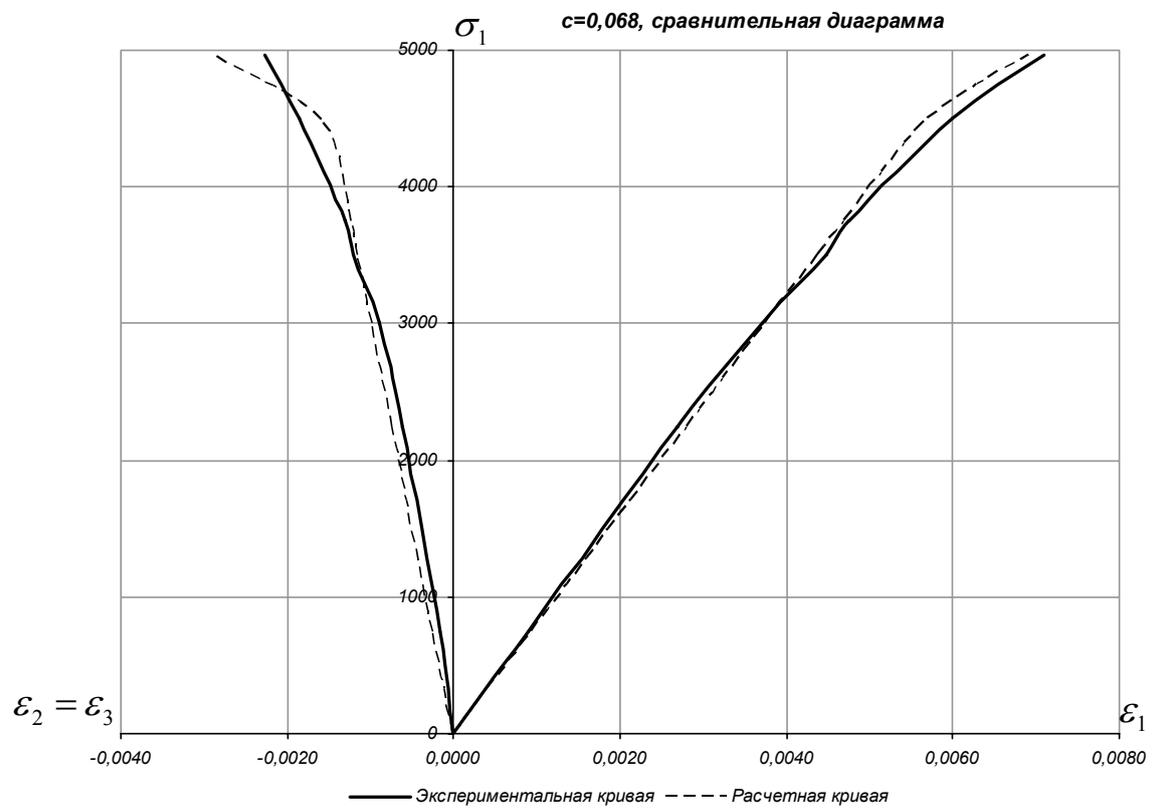


Рис. 4

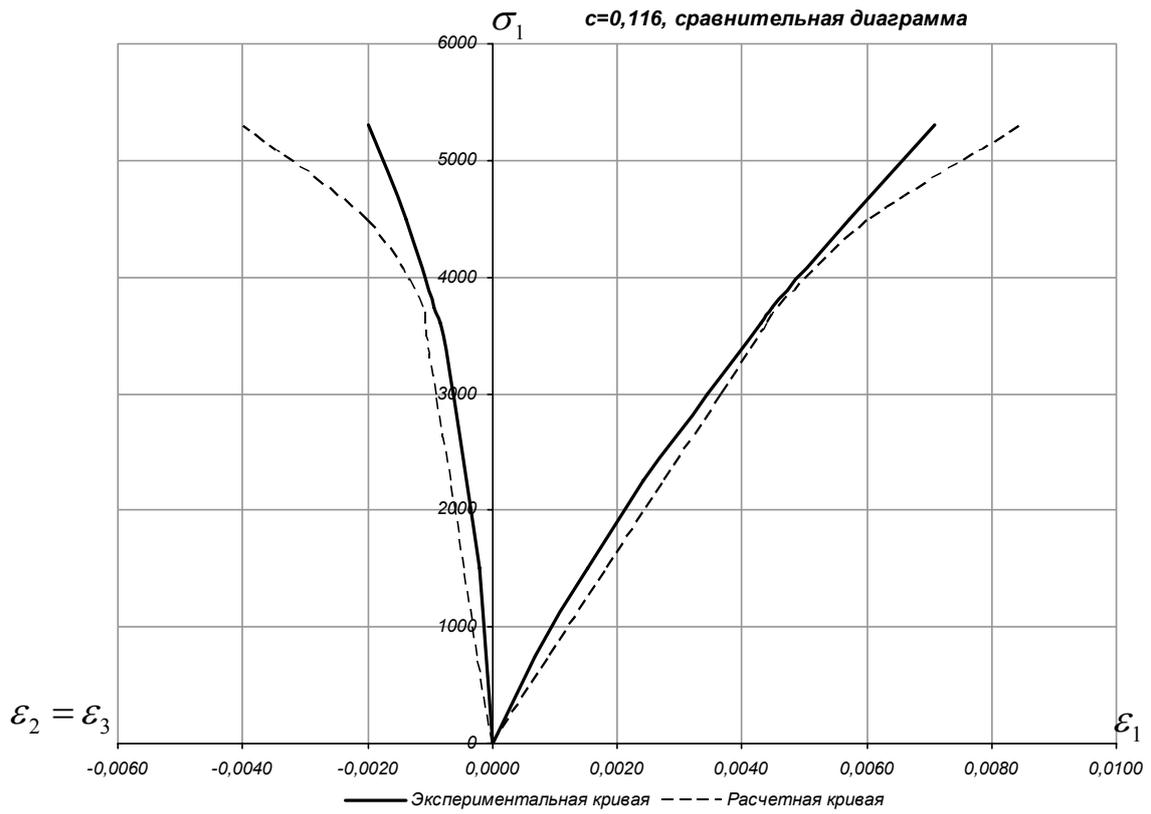


Рис. 5

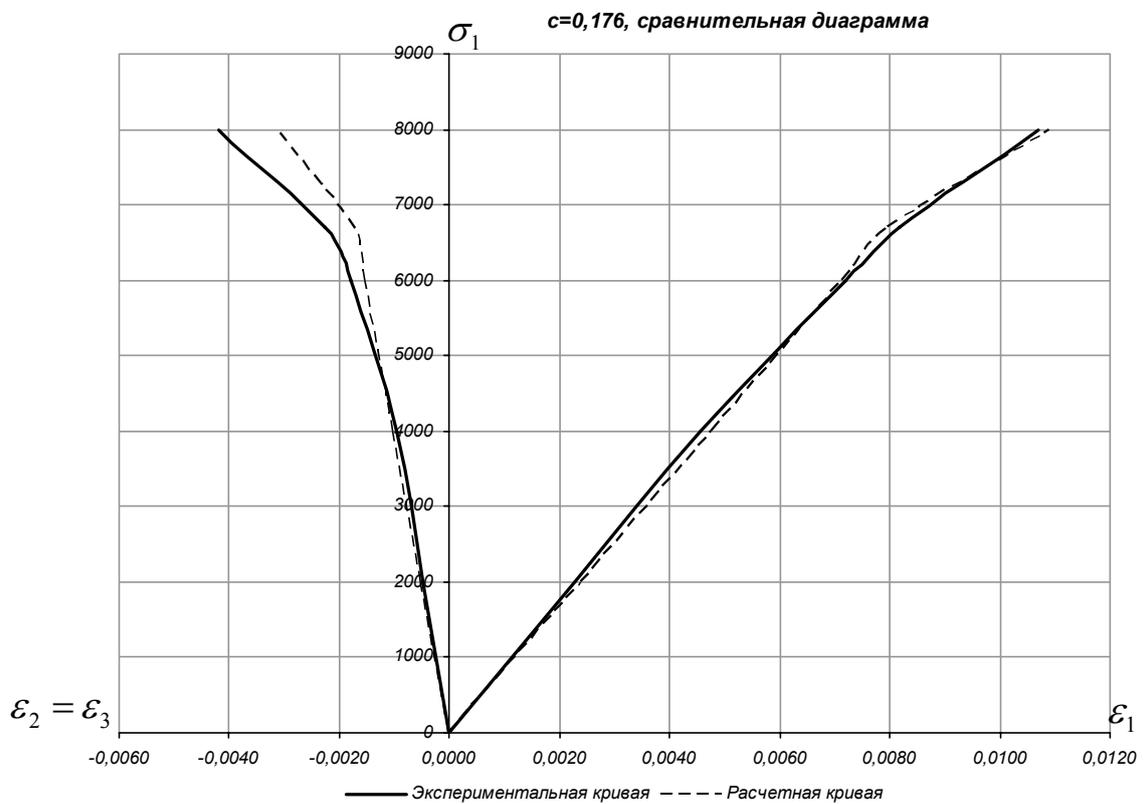


Рис. 6

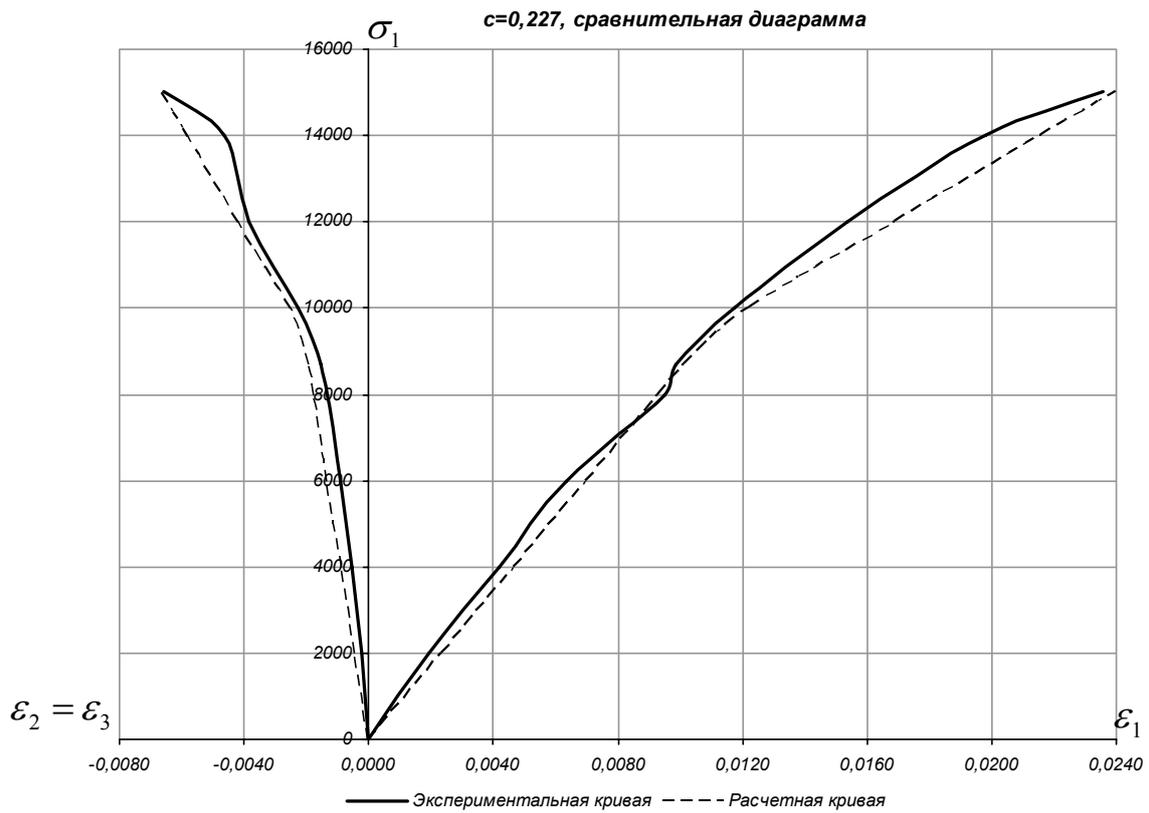


Рис. 7

### Построение огибающей кругов Мора

$$\xi = 4,3130, \text{ а } \eta = -1,049$$

Таблица 2

$c$	$\sigma_1^n$	$S_0$	$\sin 2\beta$	$\sigma_1^{расч}$	$(S_0)'_c / S_0$	$(\sin 2\beta)'_c$	$(\sigma_1)'_c$	$\sigma$	$\tau$
0,000	2385	2385	0,6000	2385,0	4,3129	-0,8000	13863,9	350,0	844,0
0,068	4965	3304,5	0,5388	3693,1	5,2782	-1,0101	26098,9	847,3	1302,5
0,116	5305	4327,5	0,4857	5305,0	5,9595	-1,2121	42648,8	1524,2	1853,6
0,176	8060	6347,9	0,4031	8950,7	6,8112	-1,5659	84527,5	3197,2	3054,7
0,227	15035	9151,9	0,3125	15035	7,5352	-2,0188	164946,5	6218,0	4973,1

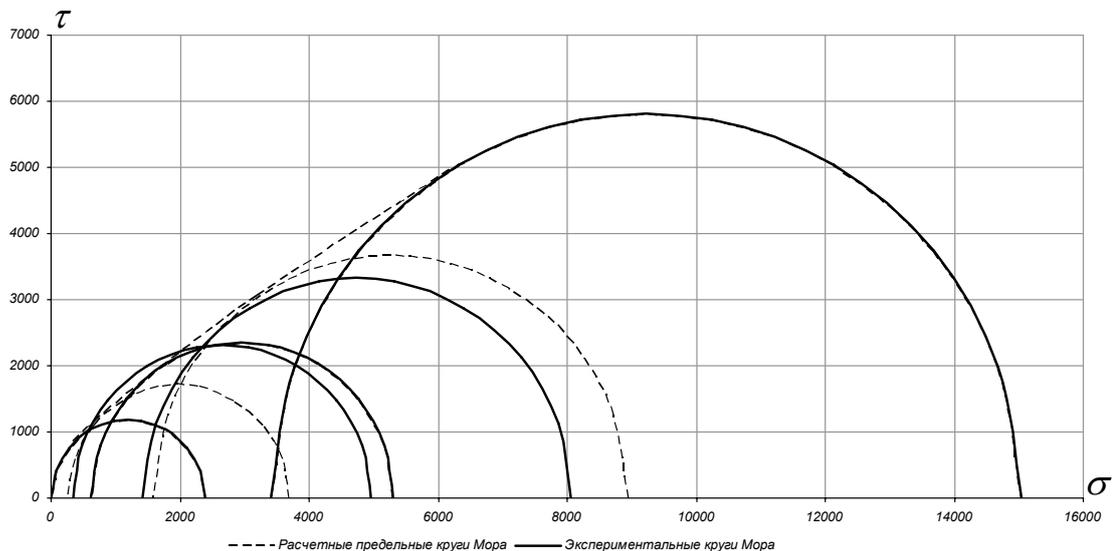


Рис. 8

### Определение предела прочности на растяжение

Таблица 3

$c$	$\sigma_1$	$\sigma_3$	$\sigma_c$	$\sigma$	$\tau$	$q$	$z$
0,000	2385,00	0,00	2385	350,06	844,01	2,4110	0,4147
0,068	3693,16	251,13	2385	847,34	1302,57	1,5372	0,4577
0,116	5305,00	615,38	2385	1524,23	1853,68	1,2161	0,4902
0,176	8950,77	1575,33	2385	3197,21	3054,76	0,9554	0,5309
0,227	15035,00	3412,94	2385	6218,06	4973,18	0,7997	0,5640

Таблица 4

$c$	$\Pi$	$(a - \epsilon)^2$	$\kappa^2 / 4$	$\kappa^2$	$\kappa / 2$	$(a + \epsilon) / 2$	$\sigma_p$
0,000							
0,068	7205072,54	30753533,02	483310,71	1933242,85	695,20	-929,98	-234,77
0,116	8951925,99	38535086,71	681845,68	2727382,75	825,73	-1055,98	-230,24
0,176	11843162,03	51693486,29	1080209,53	4320838,15	1039,33	-1264,52	-225,19
0,227	15063742,07	66760401,04	1626358,18	6505432,74	1275,28	-1496,82	-221,53

Экспериментальный предел прочности на растяжение = 190.

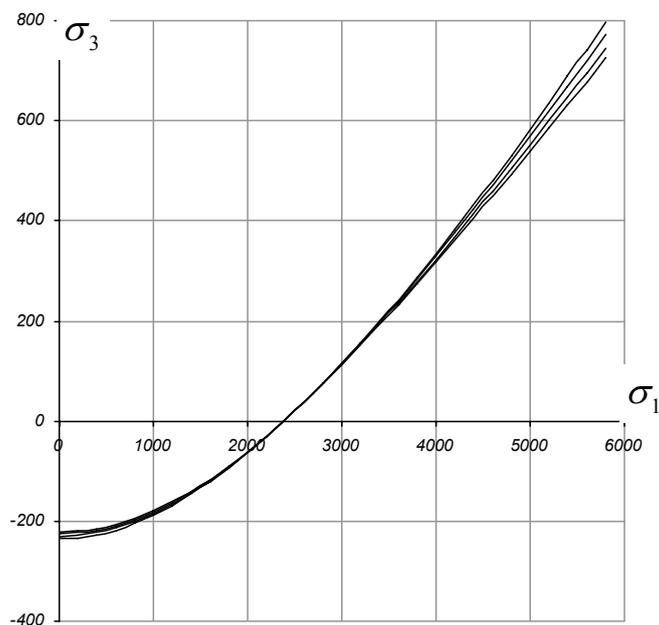


Рис. 9

**ИЗВЕСТНЯК**

$E = 220000; \nu = 0,35; \alpha = -0,0375; \beta = 0,0908$

Таблица 1

$c$	$\sigma_{1T}^y$	$\sigma_{1P}^y$	$\sigma_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_1^n$	$\mu$	$\varepsilon_2^n$	$\varepsilon_1^e$	$\varepsilon_2^e$	$e_1$	$e_2$	$e_1^{OKOH}$	$e_2^{OKOH}$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\lambda^{анр}$	$\Gamma_1^0$	$\frac{\sigma_1}{\sigma_{1P}^y} - 1$	$\Gamma_1^{OKOH}$	$\Gamma_2^{OKOH}$	$\varepsilon_1^{OKOH}$	$\varepsilon_2^{OKOH}$	$\theta$			
0,000	566	620	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000													
			250	0,0011	-0,0002							0,0013	-0,0002	0,0011	-0,0004										0,0011	-0,0004	
			500	0,0025	-0,0007							0,0026	-0,0007	0,0023	-0,0008										0,0023	-0,0008	
			566	0,0029	-0,0009	0,0016	1,05	-0,0017	0,0029	-0,0009	0,0029	-0,0009	0,0026	-0,0009	0,0026	-0,0009	0,0013	-0,0009	0,4456	0,0023	0,2097	0,0028	-0,0048	0,0062	-0,0060	0,0006	
			750	0,0047	-0,0021							0,0047	-0,0021	0,0034	-0,0012	0,0021	-0,0017								0,0073	-0,0076	0,0013
			792	0,0057	-0,0030							0,0057	-0,0030	0,0036	-0,0013										0,0073	-0,0076	0,0013
0,070	800	900	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000													
			250	0,0007	-0,0001							0,0010	-0,0002	0,0012	-0,0003										0,0012	-0,0003	
			500	0,0017	-0,0003							0,0020	-0,0004	0,0025	-0,0005										0,0025	-0,0005	
			750	0,0026	-0,0006							0,0030	-0,0007	0,0037	-0,0008										0,0037	-0,0008	
			800	0,0032	-0,0007	0,0025	0,86	-0,0021	0,0032	-0,0007	0,0032	-0,0007	0,0039	-0,0008	0,0039	-0,0008	0,0013	-0,0019	0,3223	0,0019	0,3567	0,0058	-0,0070	0,0039	-0,0008		
			1000	0,0046	-0,0014							0,0046	-0,0014	0,0049	-0,0011										0,0049	-0,0011	
1221	0,0073	-0,0032							0,0073	-0,0032	0,0060	-0,0013	0,0013	-0,0019								0,0118	-0,0083	0,0026			
0,116	1000	1040	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000													
			250	0,0007	-0,0001							0,0010	-0,0002	0,0012	-0,0002										0,0012	-0,0002	
			500	0,0016	-0,0002							0,0020	-0,0004	0,0024	-0,0005										0,0024	-0,0005	
			750	0,0027	-0,0004							0,0030	-0,0007	0,0036	-0,0007										0,0036	-0,0007	
			1000	0,0041	-0,0009	0,0023	0,82	-0,0019	0,0041	-0,0009	0,0041	-0,0009	0,0048	-0,0009	0,0048	-0,0009	0,0007	-0,0012	0,2412	0,0010	0,2019	0,0037	-0,0036	0,0096	-0,0047	0,0017	
			1250	0,0067	-0,0023							0,0067	-0,0023	0,0059	-0,0012	0,0014	-0,0018								0,0096	-0,0047	0,0017
1324	0,0077	-0,0030							0,0077	-0,0030	0,0063	-0,0012										0,0113	-0,0061	0,0023			
0,192	1200	1250	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000													
			500	0,0021	-0,0005							0,0025	-0,0005	0,0023	-0,0003										0,0023	-0,0003	
			1000	0,0045	-0,0009							0,0052	-0,0010	0,0045	-0,0007										0,0045	-0,0007	
			1200	0,0063	-0,0013	0,0068	0,61	-0,0041	0,0063	-0,0013	0,0063	-0,0013	0,0054	-0,0008	0,0054	-0,0008									0,0054	-0,0008	
			1500	0,0100	-0,0032							0,0100	-0,0032	0,0068	-0,0010	0,0032	-0,0021	0,1073	0,0036	0,2000	0,0043	-0,0029	0,0111	-0,0040	0,0010		
			1706	0,0157	-0,0056							0,0157	-0,0056	0,0077	-0,0012	0,0080	-0,0044								0,0155	-0,0065	0,0007
0,245	1700	1750	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000													
			500	0,0018	-0,0002							0,0026	-0,0004	0,0022	-0,0003										0,0022	-0,0003	
			1000	0,0043	-0,0008							0,0051	-0,0008	0,0043	-0,0005										0,0043	-0,0005	
			1500	0,0073	-0,0009							0,0078	-0,0011	0,0065	-0,0008										0,0065	-0,0008	
			1700	0,0089	-0,0013	0,0159	0,34	-0,0089	0,0089	-0,0013	0,0089	-0,0013	0,0074	-0,0009	0,0074	-0,0009									0,0074	-0,0009	
			2000	0,0127	-0,0032							0,0127	-0,0032	0,0087	-0,0011	0,0040	-0,0021	0,0139	0,0041	0,1429	0,0034	-0,0018	0,0121	-0,0028	0,0002		
2450	0,0285	-0,0102							0,0285	-0,0102	0,0107	-0,0013	0,0179	-0,0089								0,0201	-0,0063	-0,0001			
0,322	1950	1980	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000													
			500	0,0016	0,0002							0,0020	0,0002	0,0021	-0,0002										0,0021	-0,0002	
			1000	0,0036	0,0002							0,0041	0,0002	0,0041	-0,0003										0,0041	-0,0003	
			1500	0,0057	0,0001							0,0062	0,0001	0,0062	-0,0005										0,0062	-0,0005	
			1950	0,0081	0,0002	0,0196	0,41	-0,0080	0,0081	0,0002	0,0081	0,0002	0,0080	-0,0006	0,0080	-0,0006									0,0080	-0,0006	
			2000	0,0089	-0,0004							0,0089	-0,0004	0,0082	-0,0006										0,0082	-0,0006	
			2500	0,0130	-0,0015							0,0130	-0,0015	0,0103	-0,0008	0,0027	-0,0007				0,0024	0,2626	0,0071	-0,0024	0,0173	-0,0032	-0,0013
			3000	0,0198	-0,0036							0,0198	-0,0036	0,0123	-0,0009	0,0075	-0,0027				0,0066	0,5152	0,0139	-0,0047	0,0262	-0,0056	-0,0020
			3500	0,0280	-0,0064							0,0280	-0,0064	0,0144	-0,0011	0,0136	-0,0053				0,0121	0,7677	0,0207	-0,0070	0,0350	-0,0081	-0,0030
			3720	0,0347	-0,0084							0,0347	-0,0084	0,0153	-0,0012	0,0194	-0,0072	-0,1217	0,0173	0,8788	0,0237	-0,0080	0,0389	-0,0091	-0,0049		

## Полученная единая кривая деформации

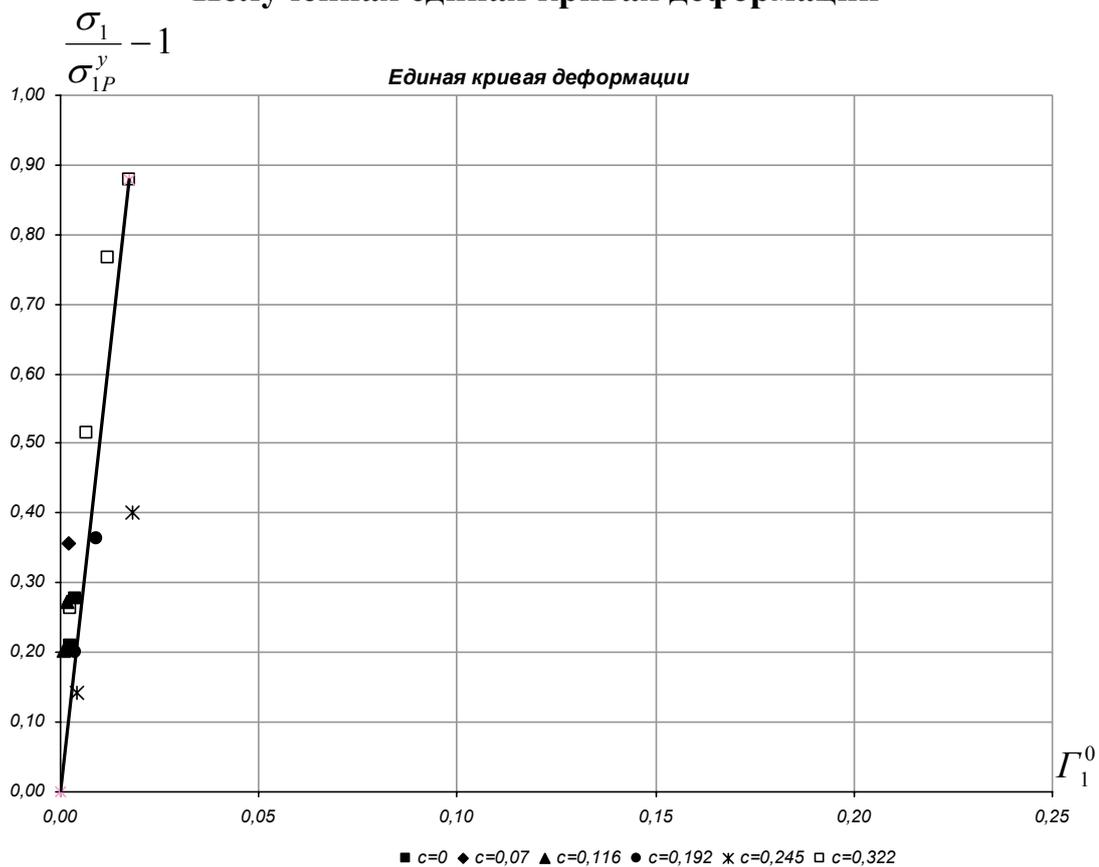


Рис. 1

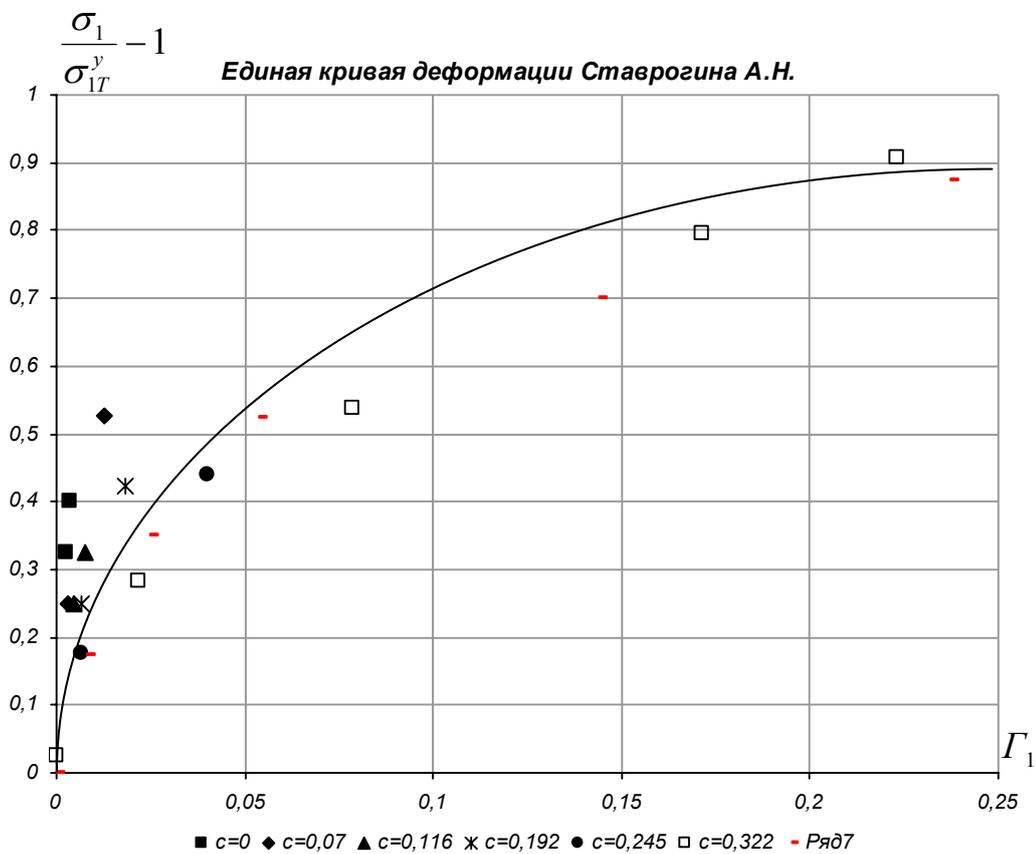


Рис. 2

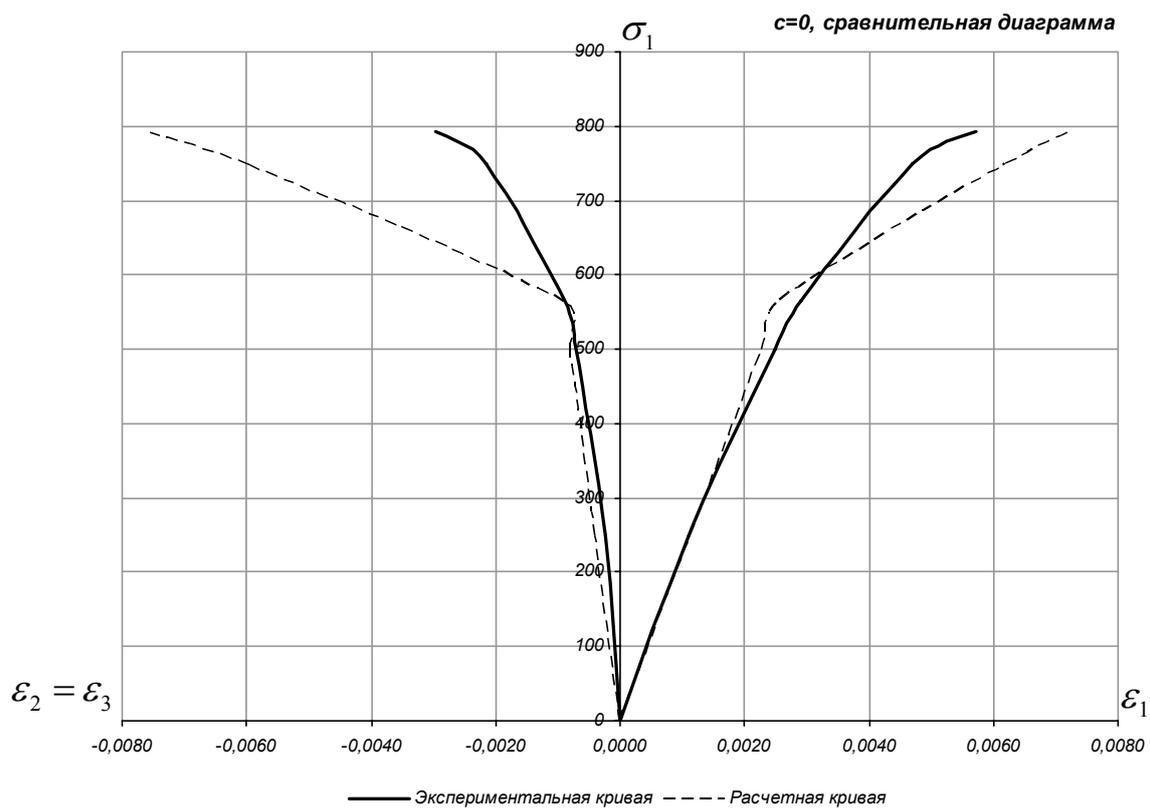


Рис. 3

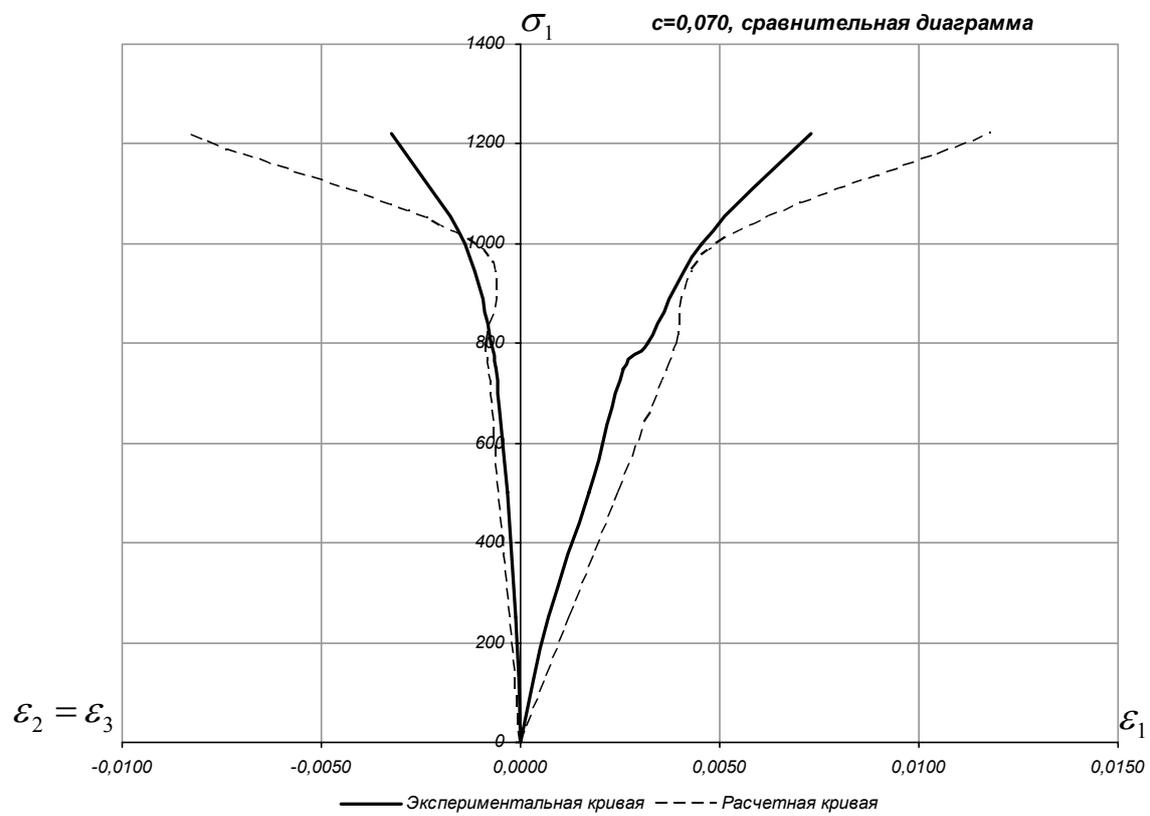


Рис. 4

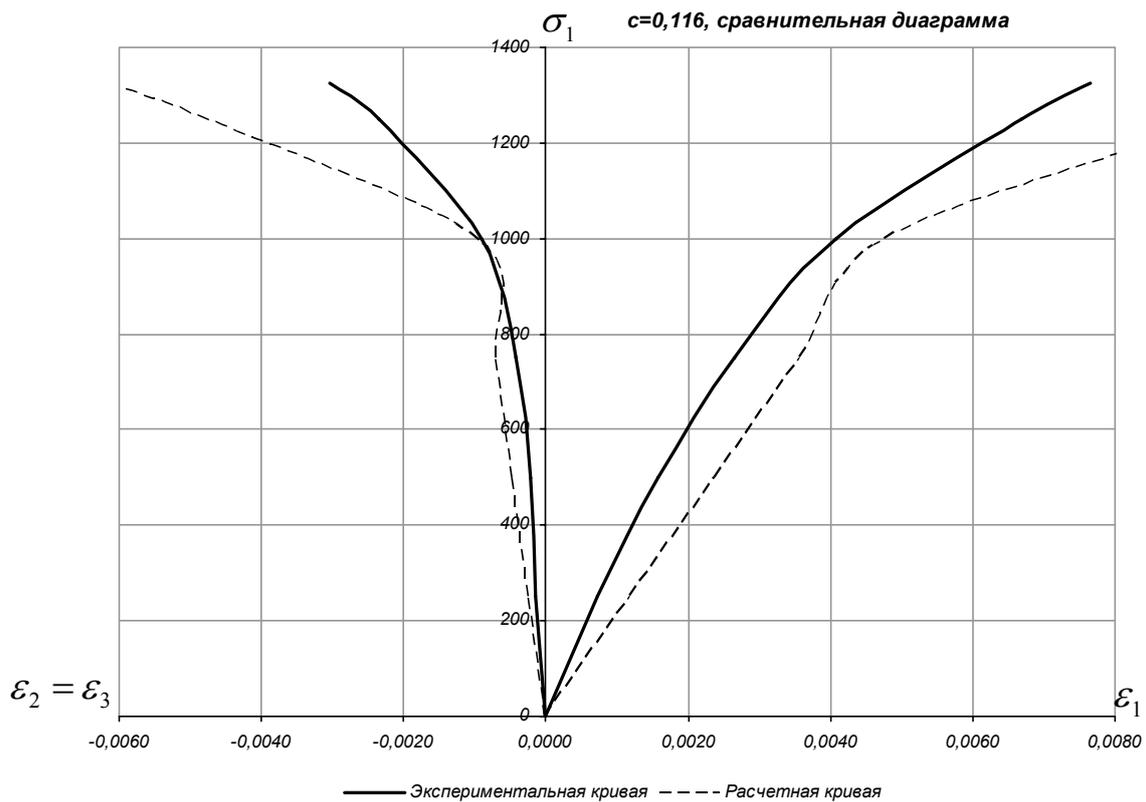


Рис. 5

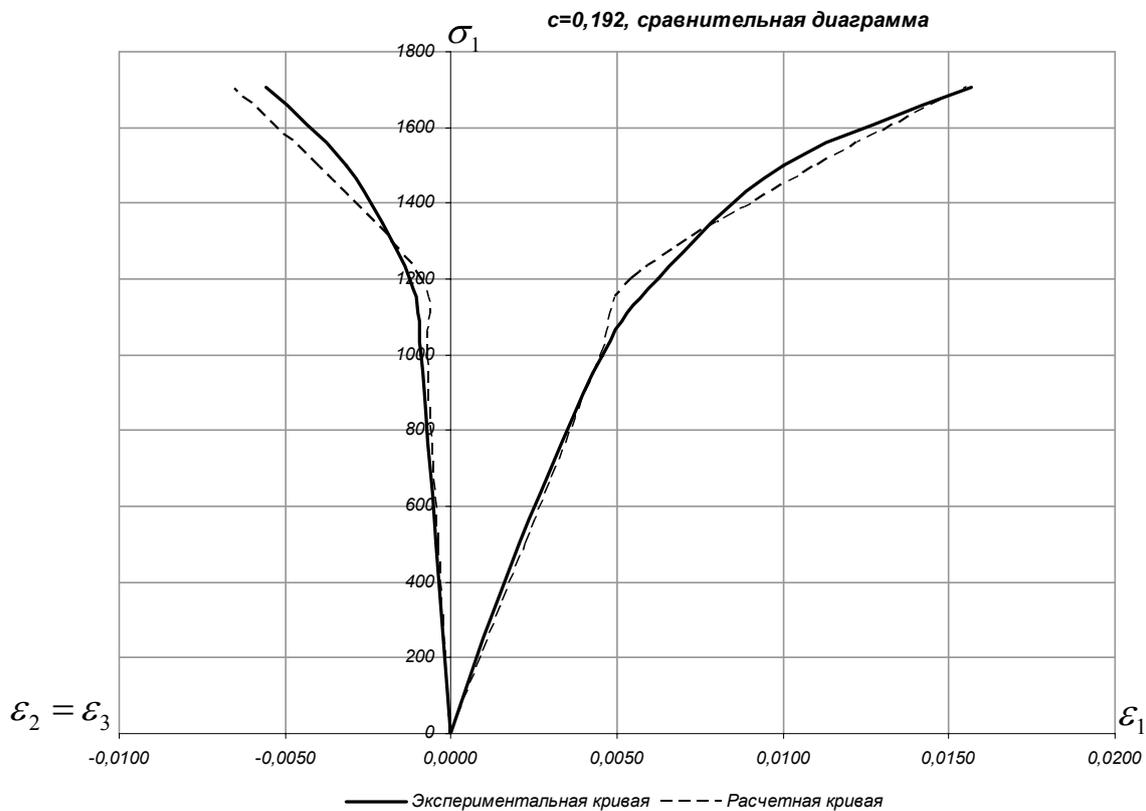


Рис. 6

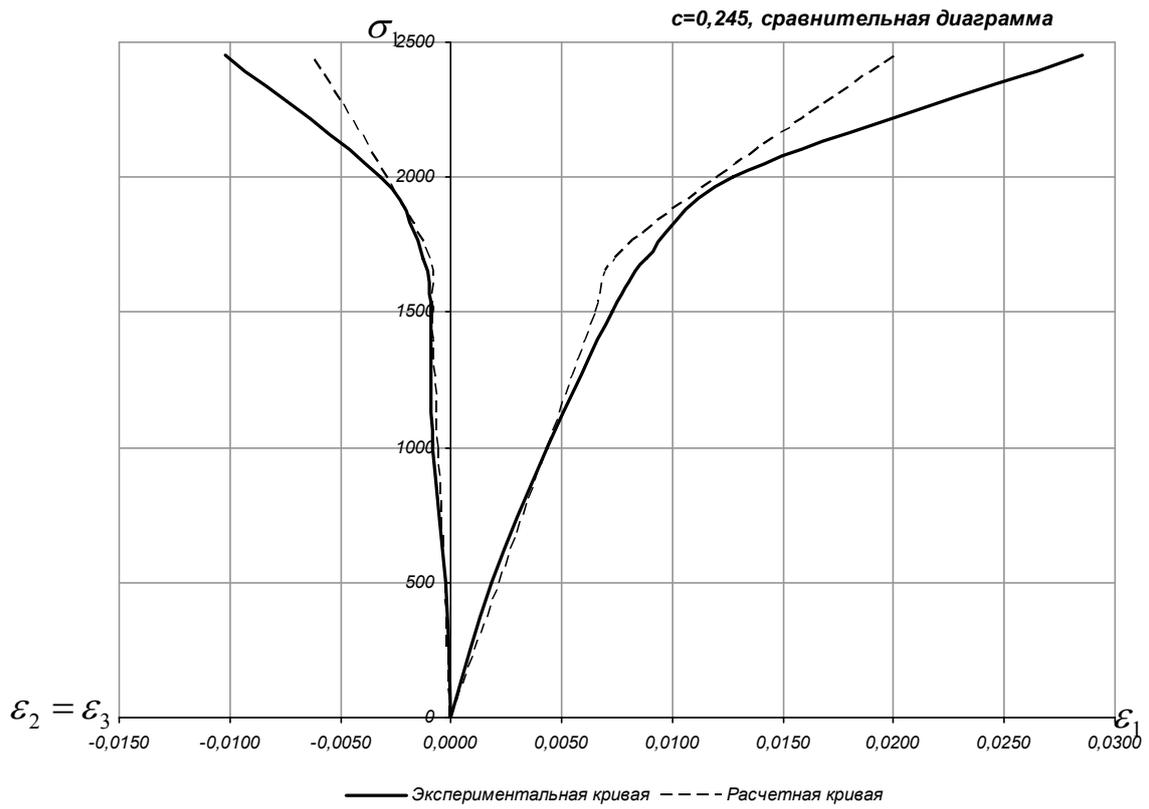


Рис. 7

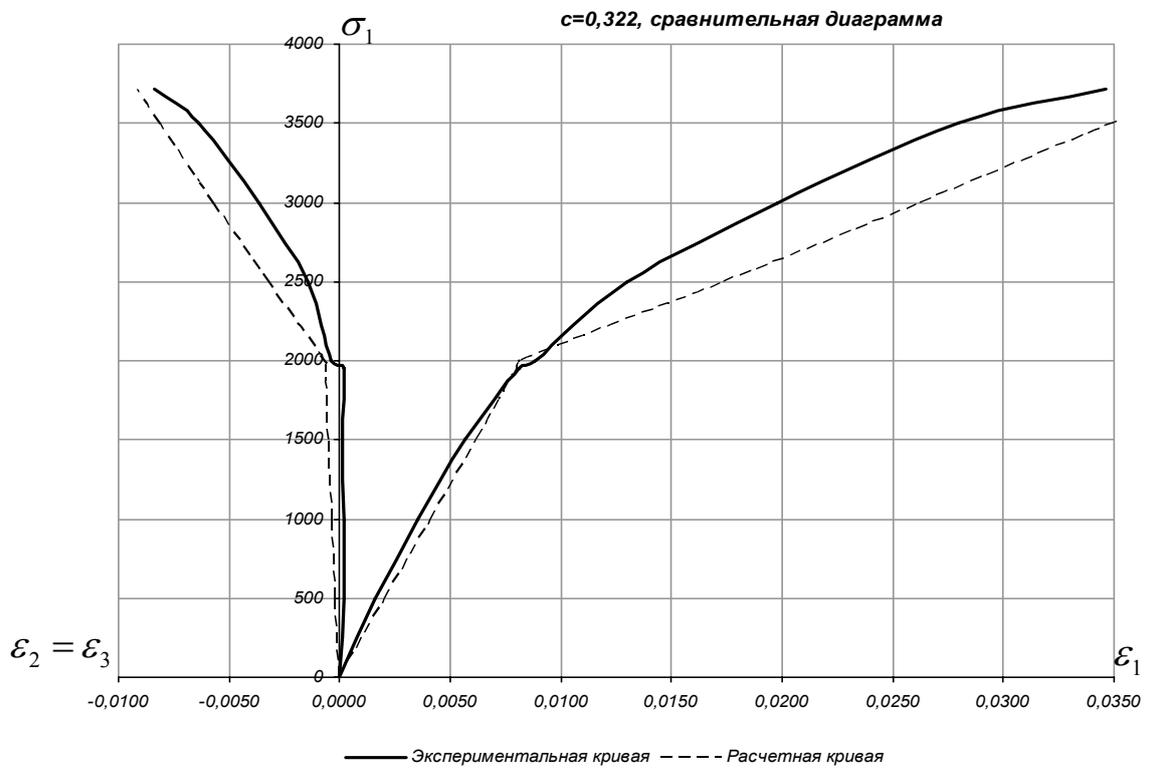


Рис. 8

## Построение огибающей кругов Мора

$$\xi = 4,3130, \text{ а } \eta = -1,049$$

Таблица 2

$c$	$\sigma_1^n$	$S_0$	$\sin 2\beta$	$\sigma_1^{расч}$	$(S_0)'_c / S_0$	$(\sin 2\beta)'_c$	$(\sigma_1)'_c$	$\sigma$	$\tau$
0,000	792	792,0	0,6000	792,0	3,2086	-0,8000	3729,2	138,7	301,1
0,070	1221	969,3	0,5368	1087,2	2,5637	-1,0175	4743,0	309,0	425,7
0,116	1324	1080,1	0,4858	1324,0	2,1398	-1,2121	5586,8	458,9	514,0
0,192	1706	1237,4	0,3771	1822,8	1,4396	-1,6885	7797,4	789,8	674,0
0,245	2450	1318,4	0,2743	2312,5	0,9513	-2,2341	11128,8	1110,7	808,7
0,322	3720	1380,3	0,0479	3720,0	0,2418	-3,9704	32727,2	1963,2	1159,6

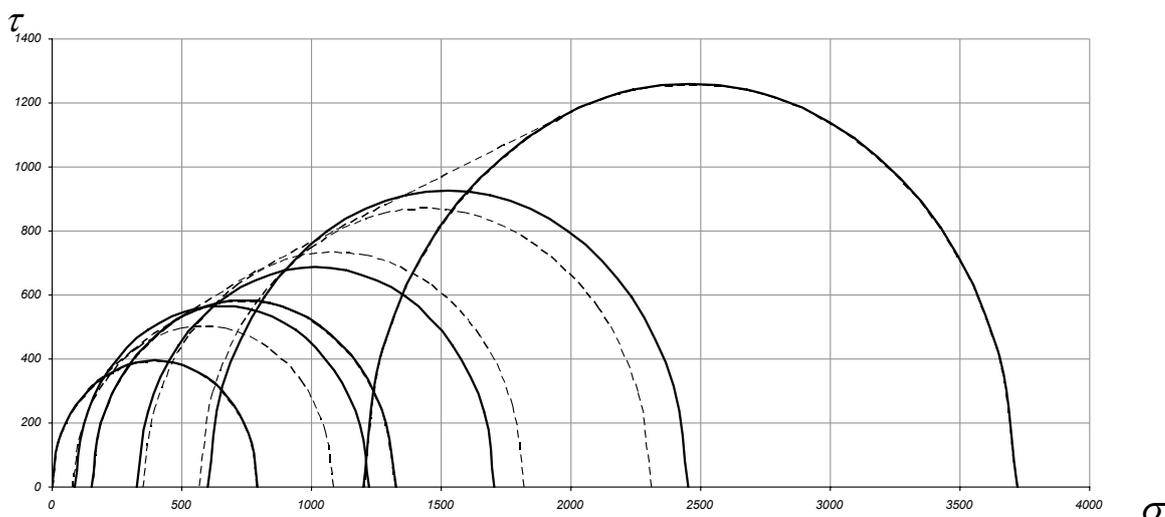


Рис. 9

## Определение предела прочности на растяжение

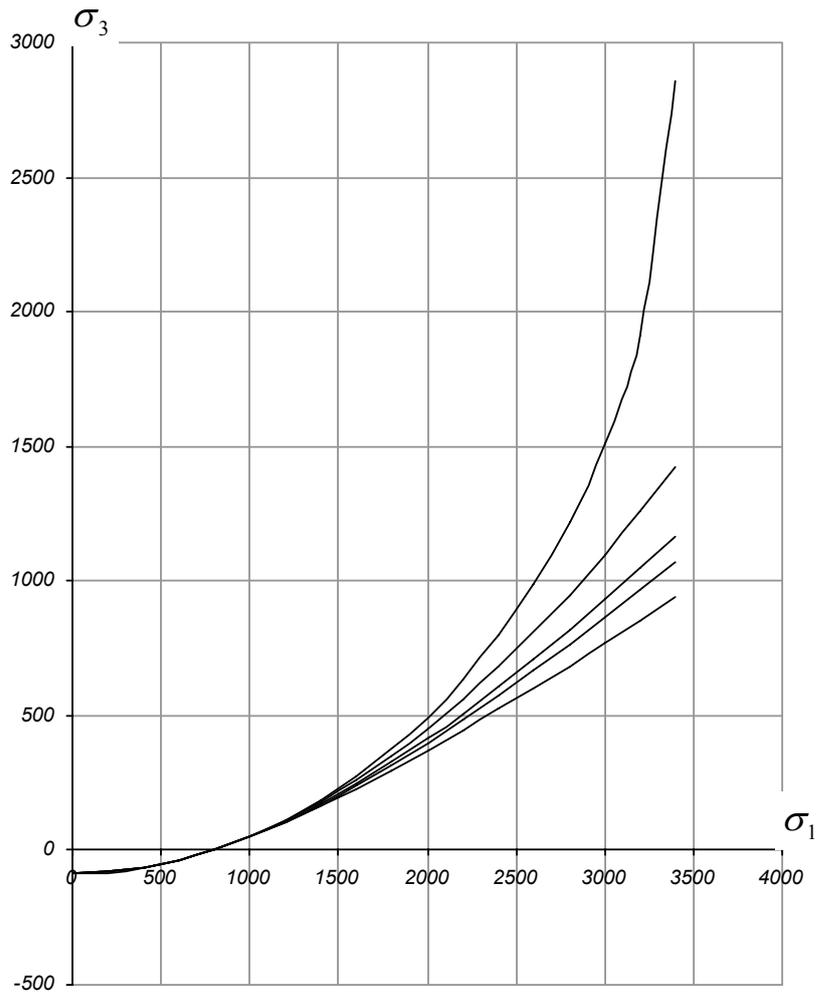
Таблица 3

$c$	$\sigma_1$	$\sigma_3$	$\sigma_c$	$\sigma$	$\tau$	$q$	$z$
0,000	792,00	0,00	792	138,74	301,05	2,1699	0,4608
0,070	1087,20	76,10	792	308,97	425,70	1,3778	0,5470
0,116	1324,00	153,58	792	458,94	513,96	1,1199	0,5941
0,192	1822,78	349,97	792	789,79	674,03	0,8534	0,6525
0,245	2312,48	566,56	792	1110,71	808,67	0,7281	0,6729
0,322	3720,00	1197,84	792	1963,21	1159,57	0,5906	0,6601

Таблица 4

$c$	$\Pi$	$(a - e)^2$	$\kappa^2 / 4$	$\kappa^2$	$\kappa / 2$	$(a + e) / 2$	$\sigma_p$
0,000							
0,070	-11568055,10	-9869624,45	9100648,99	36402595,94	3016,73	-2933,80	-82,93
0,116	96247273,75	3066758062,61	670442241,90	2681768967,60	25892,90	-25977,14	-84,24
0,192	7850933,19	50548411,18	4786169,61	19144678,42	2187,73	-2273,45	-85,72
0,245	4764153,17	26444358,30	1846936,41	7387745,63	1359,02	-1445,72	-86,70
0,322	2486717,27	12174102,27	556808,30	2227233,18	746,20	-835,02	-88,83

Экспериментальный предел прочности на растяжение = 38.



*Рис. 10*

ИЗВЕСТНЯК Д-6

$E = 720000$ ;  $\nu = 0,29$ ;  $\alpha = -0,1574$ ;  $\beta = 0,0169$

Таблица 1

$c$	$\sigma_{1T}^y$	$\sigma_{1P}^y$	$\sigma_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_1^n$	$\mu$	$\varepsilon_2^n$	$\varepsilon_1^e$	$\varepsilon_2^e$	$e_1$	$e_2$	$e_1^{ОКОН}$	$e_2^{ОКОН}$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\lambda_{анр}$	$\Gamma_1^0$	$\frac{\sigma_1^y}{\sigma_{1P}^y} - 1$	$\Gamma_1^{ОКОН}$	$\Gamma_2^{ОКОН}$	$\varepsilon_1^{ОКОН}$	$\varepsilon_2^{ОКОН}$	$\theta$				
0,000	1550	1710	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000										0,0000	0,0000			
			250	0,0004	-0,0001								0,0004	-0,0001	0,0003	-0,0001										0,0003	-0,0001	
			500	0,0008	-0,0002								0,0007	-0,0002	0,0007	-0,0002										0,0007	-0,0002	
			750	0,0012	-0,0003								0,0011	-0,0003	0,0010	-0,0003										0,0010	-0,0003	
			1000	0,0015	-0,0004								0,0015	-0,0005	0,0014	-0,0004										0,0014	-0,0004	
			1247	0,0018	-0,0005								0,0018	-0,0006	0,0017	-0,0005										0,0017	-0,0005	
			1500	0,0022	-0,0007								0,0022	-0,0007	0,0021	-0,0006										0,0021	-0,0006	
			1550	0,0023	-0,0007	0,0006	1,26	-0,0008	0,0023	-0,0007	0,0023	-0,0007	0,0022	-0,0006	0,0022	-0,0006					0,0011	0,0234	0,0002	-0,0005	0,0026	-0,0012	0,0003	0,0003
			1750	0,0029	-0,0011								0,0029	-0,0011	0,0024	-0,0007	0,0004	-0,0004			0,0011	0,0234	0,0002	-0,0005	0,0026	-0,0012	0,0003	0,0003
			1845	0,0033	-0,0016								0,0033	-0,0016	0,0026	-0,0007	0,0007	-0,0009	0,6000	0,0018	0,0789	0,0006	-0,0017	0,0032	-0,0025	0,0010	0,0010	
0,069	1760	1920	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000										0,0000	0,0000			
			250	0,0006	-0,0001								0,0005	-0,0001	0,0004	-0,0001									0,0004	-0,0001		
			500	0,0010	-0,0003								0,0010	-0,0003	0,0008	-0,0002									0,0008	-0,0002		
			750	0,0015	-0,0003								0,0015	-0,0004	0,0012	-0,0003									0,0012	-0,0003		
			1000	0,0019	-0,0005								0,0021	-0,0006	0,0016	-0,0004									0,0016	-0,0004		
			1250	0,0024	-0,0006								0,0026	-0,0007	0,0020	-0,0005									0,0020	-0,0005		
			1500	0,0030	-0,0008								0,0031	-0,0009	0,0024	-0,0006									0,0024	-0,0006		
			1750	0,0036	-0,0010								0,0036	-0,0010	0,0028	-0,0007									0,0028	-0,0007		
			1760	0,0036	-0,0010	0,0009	1,25	-0,0011	0,0036	-0,0010	0,0036	-0,0010	0,0028	-0,0007	0,0028	-0,0007									0,0028	-0,0007		
			2000	0,0044	-0,0016								0,0044	-0,0016	0,0032	-0,0008	0,0013	-0,0008			0,0024	0,0417	0,0004	-0,0008	0,0036	-0,0016	0,0002	0,0002
2200	0,0055	-0,0025								0,0055	-0,0025	0,0035	-0,0009	0,0020	-0,0016	0,4686	0,0038	0,1458	0,0015	-0,0028	0,0050	-0,0038	0,0012	0,0012				
0,116	2500	3000	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000										0,0000	0,0000			
			1000	0,0014	-0,0004								0,0014	-0,0003	0,0015	-0,0004									0,0015	-0,0004		
			2000	0,0029	-0,0006								0,0029	-0,0006	0,0031	-0,0007									0,0031	-0,0007		
			2500	0,0036	-0,0008	0,0031	1,02	-0,0032	0,0036	-0,0008	0,0036	-0,0008	0,0036	-0,0008	0,0038	-0,0009									0,0038	-0,0009		
			3000	0,0046	-0,0013								0,0046	-0,0013	0,0046	-0,0011	0,0000	-0,0002			0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0046	-0,0011	0,0003	
4050	0,0088	-0,0046								0,0088	-0,0046	0,0062	-0,0015	0,0026	-0,0031	0,3791	0,0041	0,3500	0,0043	-0,0062	0,0106	-0,0077	0,0036	0,0036				
0,185	3700	4000	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000										0,0000	0,0000			
			1000	0,0012	-0,0004								0,0014	-0,0003	0,0015	-0,0003									0,0015	-0,0003		
			2000	0,0024	-0,0006								0,0027	-0,0006	0,0030	-0,0006									0,0030	-0,0006		
			3000	0,0040	-0,0008								0,0041	-0,0009	0,0044	-0,0009									0,0044	-0,0009		
			3700	0,0051	-0,0011	0,0053	0,81	-0,0043	0,0051	-0,0011	0,0051	-0,0011	0,0051	-0,0011	0,0055	-0,0011									0,0055	-0,0011		
			4000	0,0058	-0,0015								0,0058	-0,0015	0,0059	-0,0012									0,0059	-0,0012		
			5000	0,0094	-0,0032								0,0094	-0,0032	0,0074	-0,0015	0,0020	-0,0017			0,0026	0,2500	0,0038	-0,0037	0,0112	-0,0053	0,0013	
5240	0,0126	-0,0058								0,0126	-0,0058	0,0078	-0,0016	0,0048	-0,0042	0,2476	0,0064	0,3100	0,0047	-0,0046	0,0124	-0,0062	0,0036	0,0036				
0,233	4300	4700	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000										0,0000	0,0000			
			1000	0,0009	-0,0002								0,0011	-0,0002	0,0014	-0,0003									0,0014	-0,0003		
			2000	0,0026	-0,0003								0,0022	-0,0003	0,0029	-0,0005									0,0029	-0,0005		
			4000	0,0046	-0,0007								0,0046	-0,0007	0,0058	-0,0010									0,0058	-0,0010		
			4300	0,0050	-0,0007	0,0135	1,19	-0,0161	0,0050	-0,0007	0,0050	-0,0007	0,0050	-0,0007	0,0062	-0,0011									0,0062	-0,0011		
			5000	0,0066	-0,0012								0,0066	-0,0012	0,0072	-0,0013									0,0072	-0,0013		
			6000	0,0090	-0,0022								0,0090	-0,0022	0,0087	-0,0016	0,0003	-0,0006			0,0004	0,2766	0,0047	-0,0036	0,0133	-0,0052	0,0010	
			7000	0,0140	-0,0056								0,0140	-0,0056	0,0101	-0,0018	0,0039	-0,0038			0,0046	0,4894	0,0083	-0,0064	0,0184	-0,0082	0,0037	
			8000	0,0232	-0,0174								0,0232	-0,0174	0,0115	-0,0021	0,0116	-0,0153	0,1562	0,0138	0,7021	0,0118	-0,0092	0,0234	-0,0113	0,0190	0,0190	

# Полученная единая кривая деформации

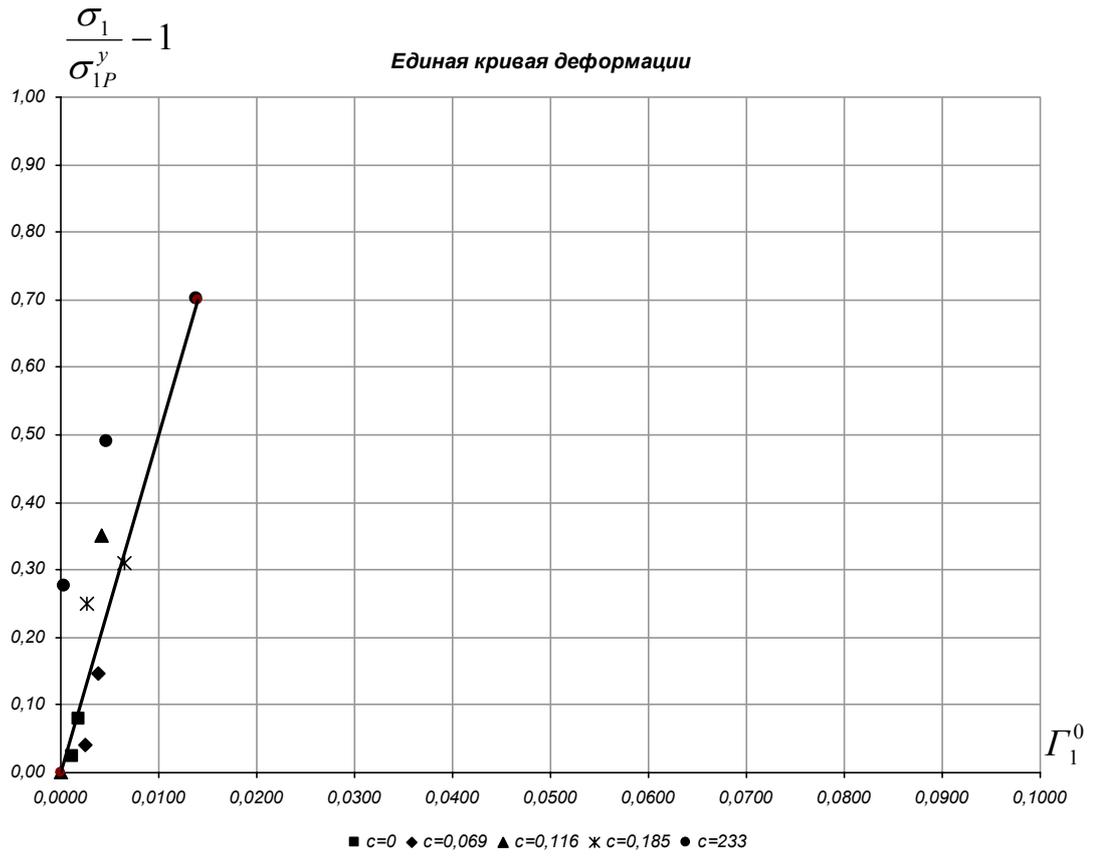


Рис. 1

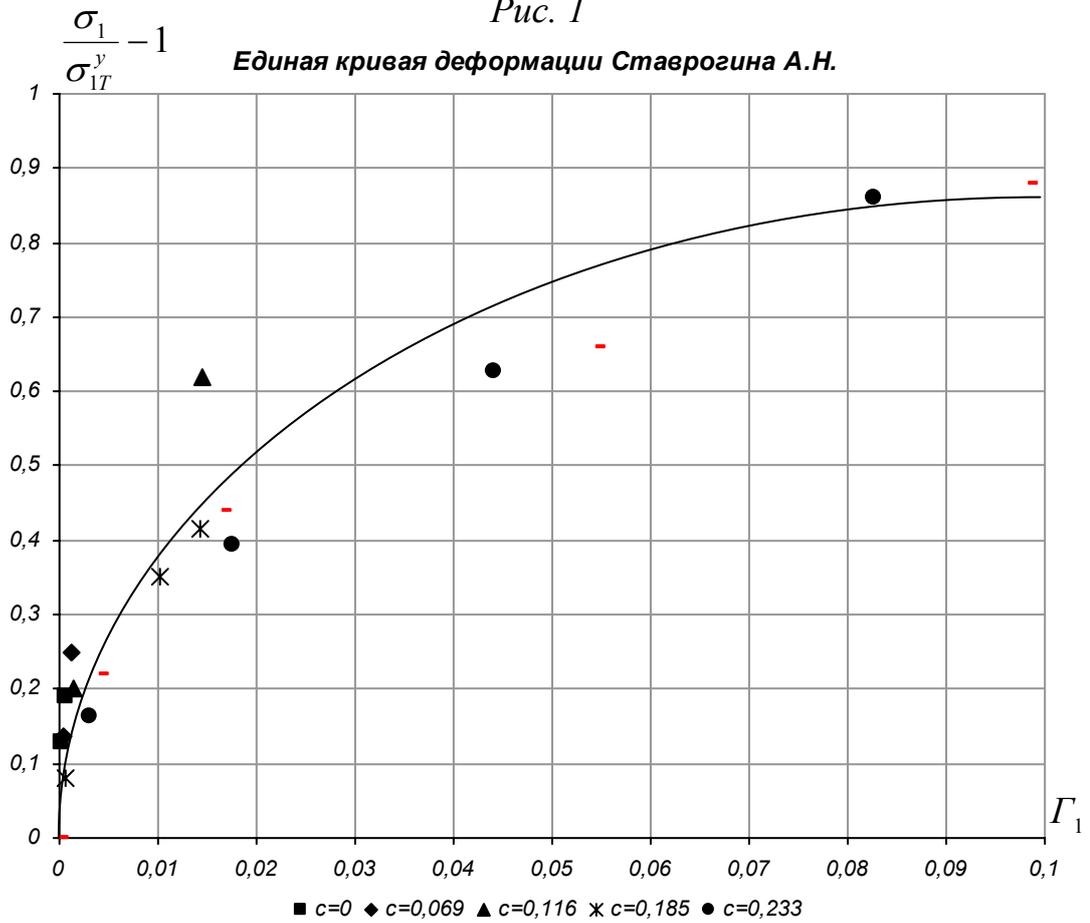


Рис. 2

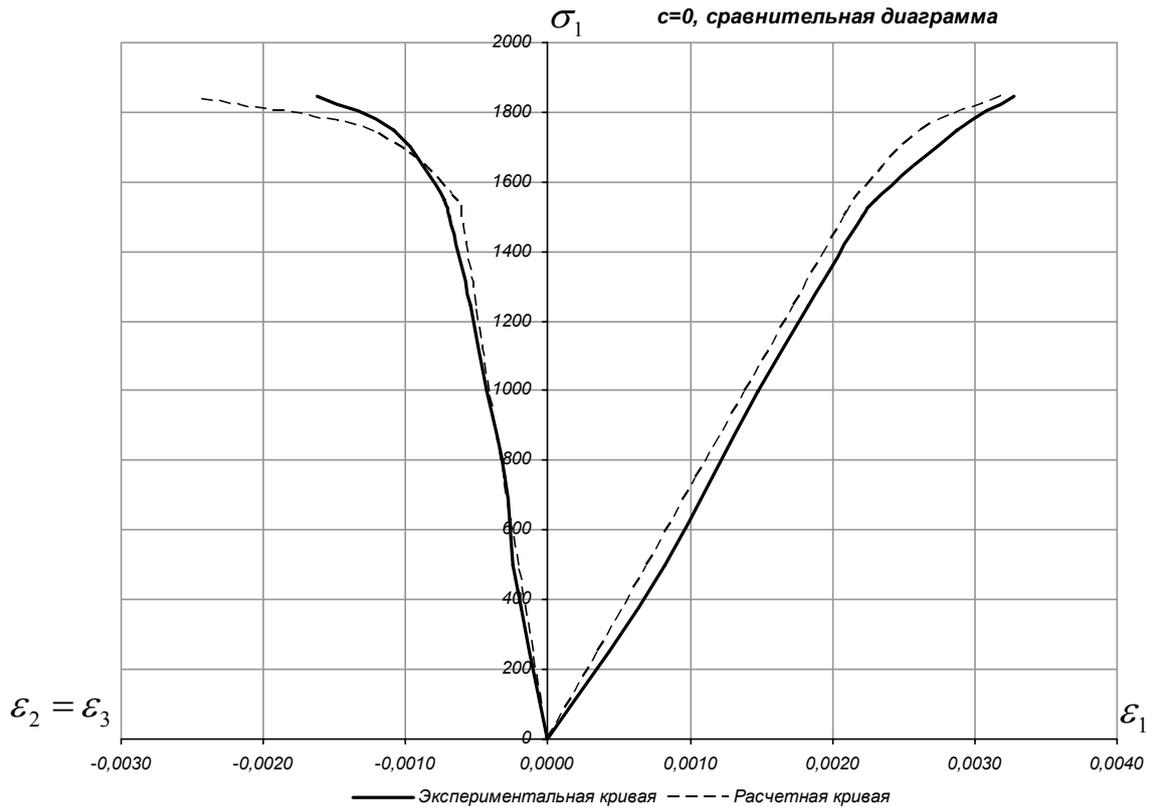


Рис. 3

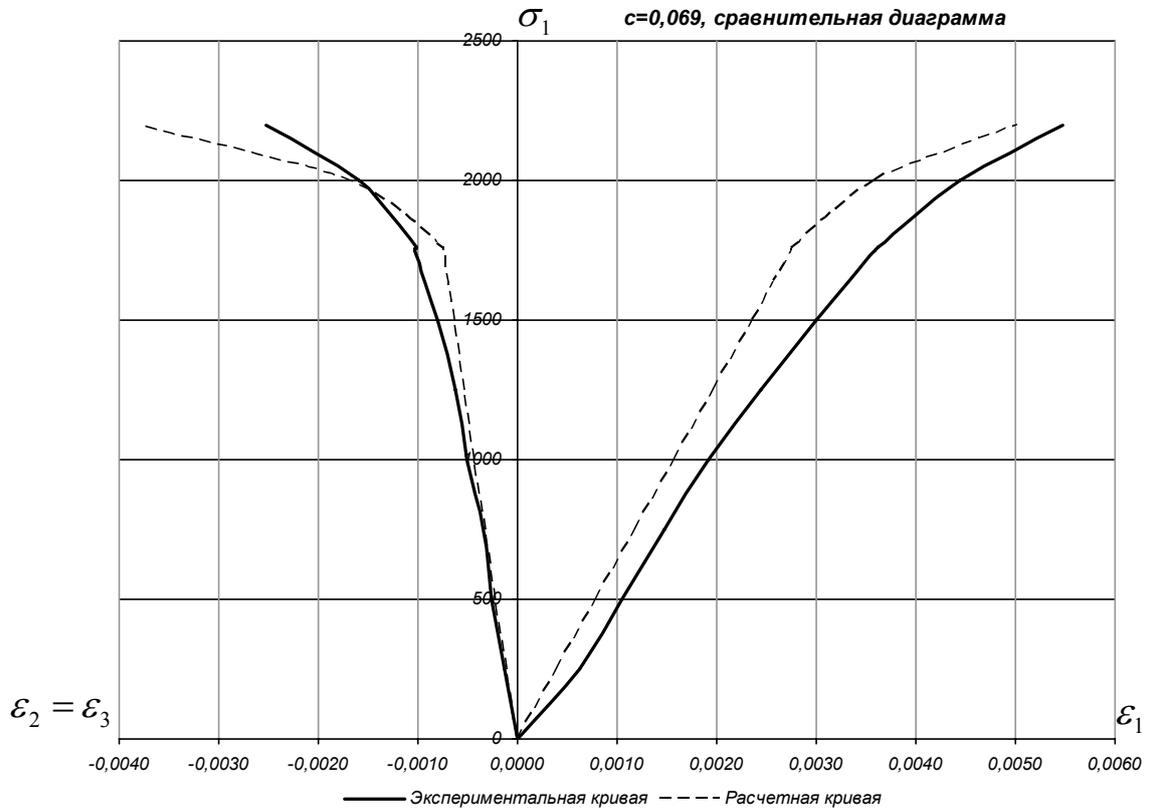


Рис. 4

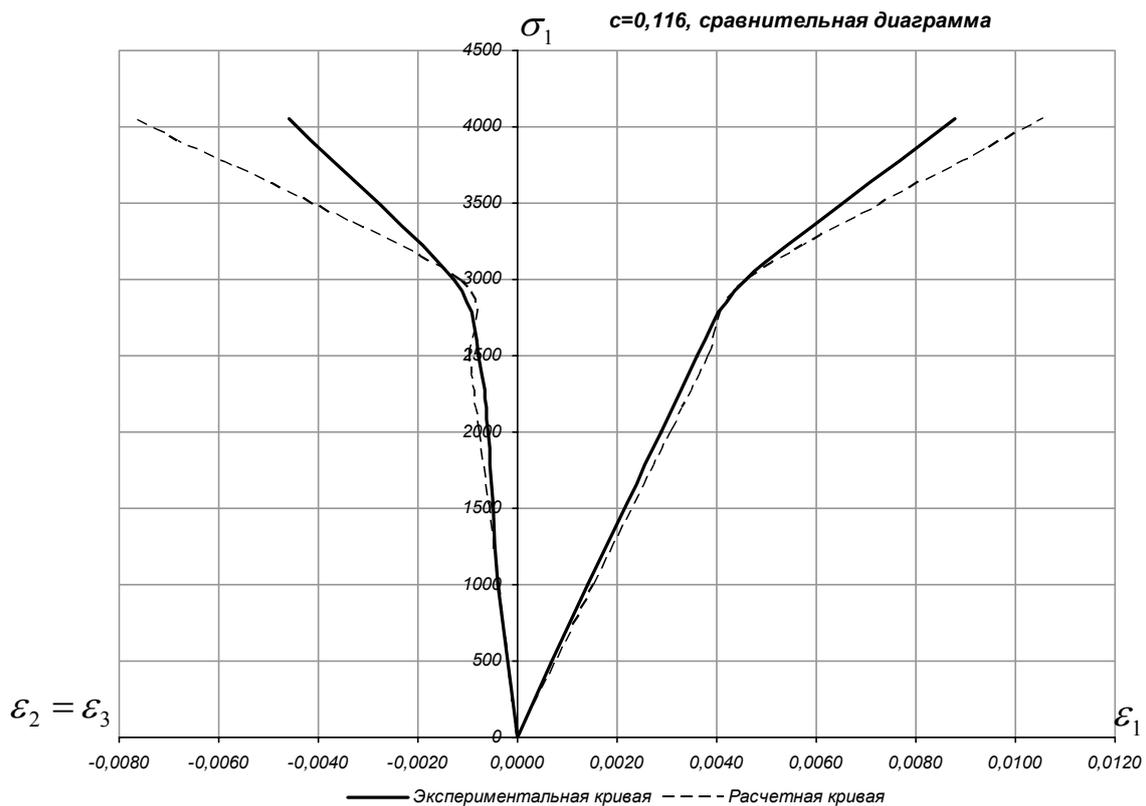


Рис. 5

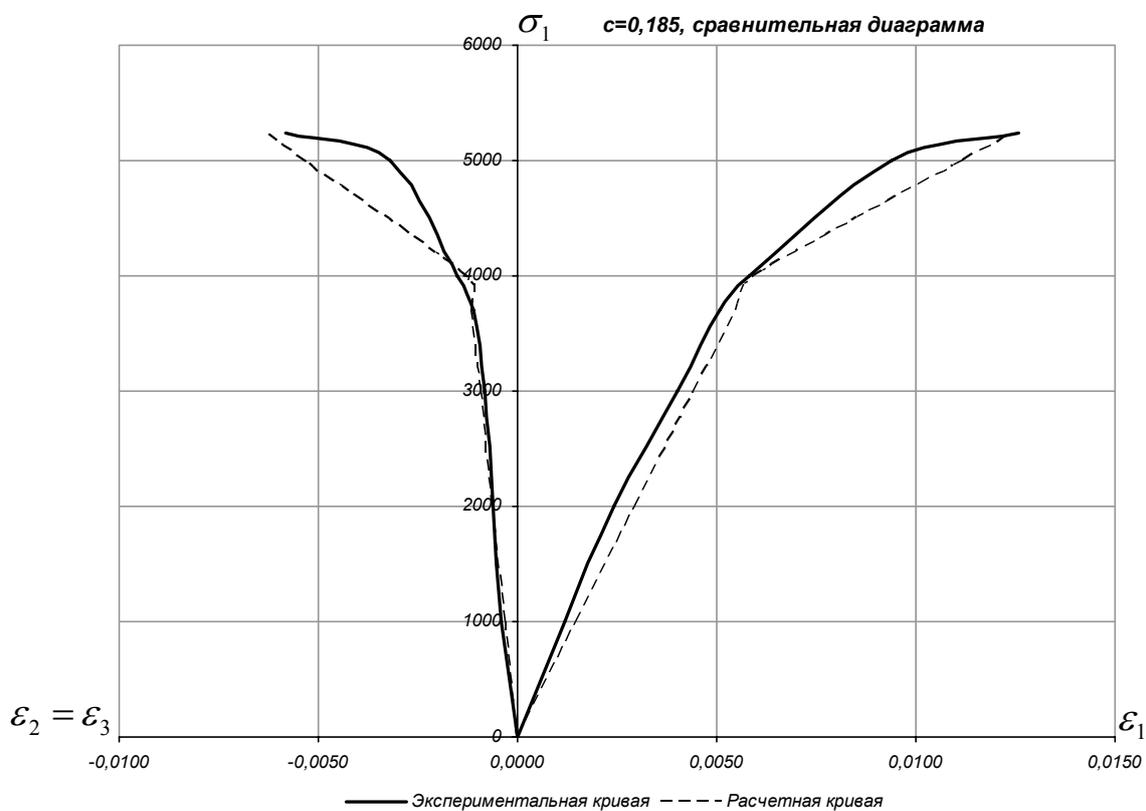


Рис. 6

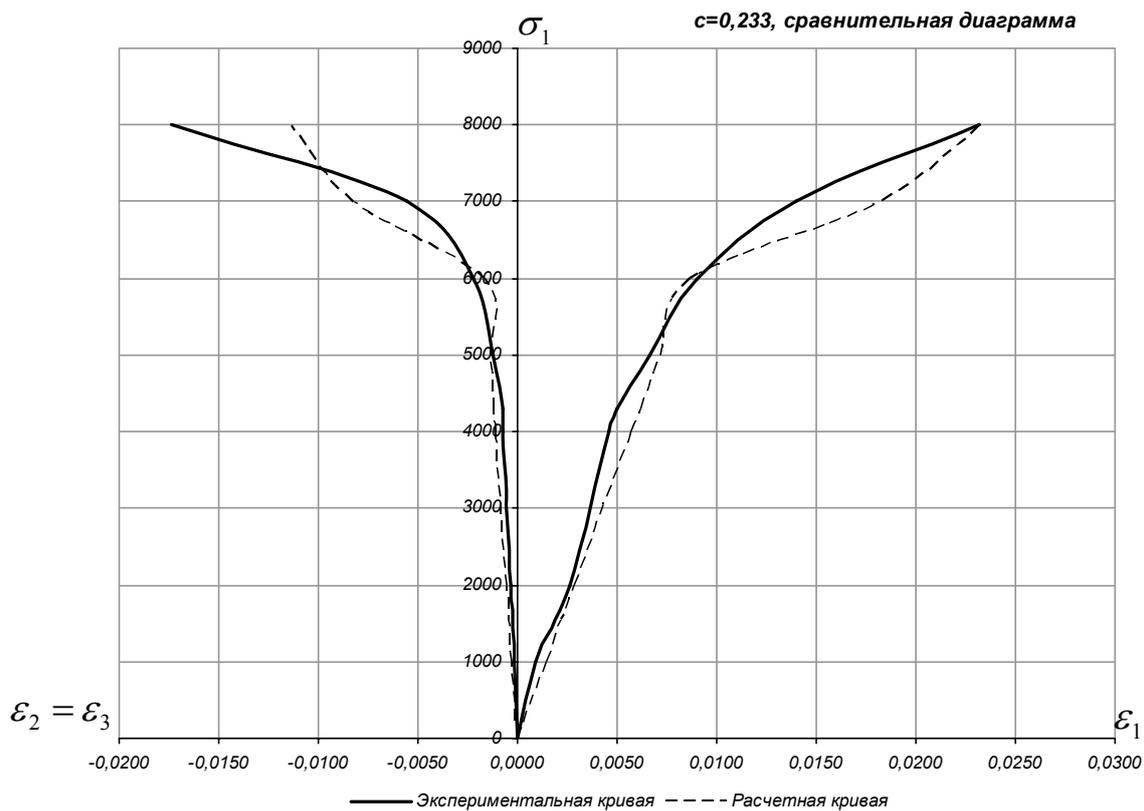


Рис. 7

**Построение огибающей кругов Мора**

$\xi = 5,9137$ , а  $\eta = -7,6841$

Таблица 2

$c$	$\sigma_1^n$	$S_0$	$\sin 2\beta$	$\sigma_1^{расч}$	$(S_0)'_c / S_0$	$(\sin 2\beta)'_c$	$(\sigma_1)'_c$	$\sigma$	$\tau$
0,000	1845	1845,0	0,6000	1845,0	5,9137	-0,8000	13678,4	219,3	597,1
0,069	2200	2675,0	0,5379	2994,9	4,8533	-1,0138	19907,5	708,4	1071,1
0,116	4050	3303,8	0,4858	4050,0	4,1310	-1,2121	25153,7	1246,4	1475,6
0,185	5240	4235,6	0,3887	6118,5	3,0706	-1,6331	35577,0	2443,8	2195,6
0,233	8090	4822,1	0,3002	8090,0	2,3329	-2,0864	47723,3	3665,8	2806,9

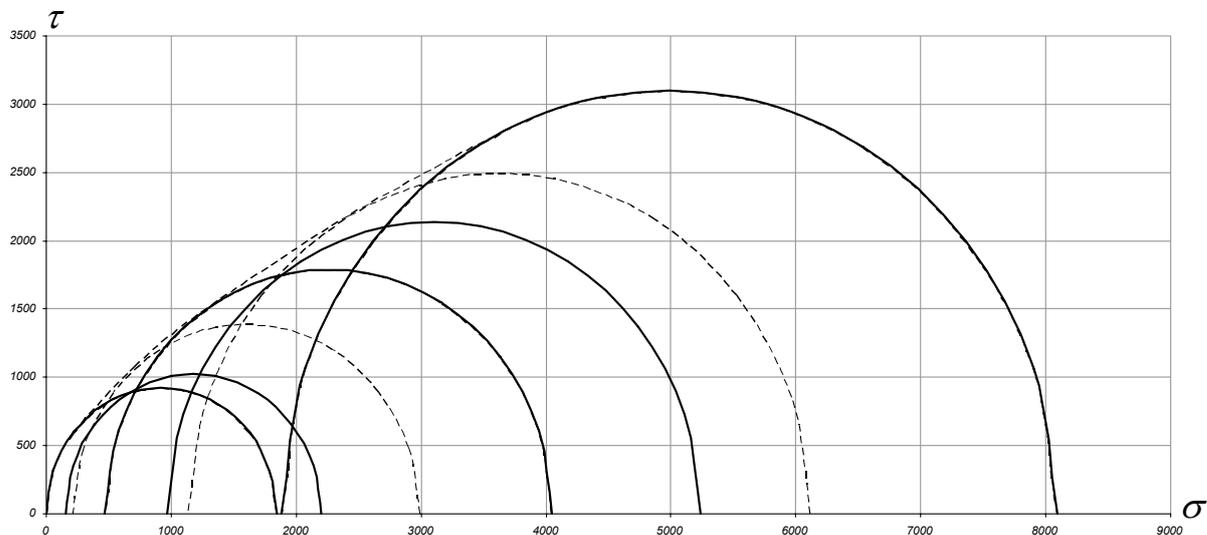


Рис. 8

## Определение предела прочности на растяжение

Таблица 3

$c$	$\sigma_1$	$\sigma_3$	$\sigma_c$	$\sigma$	$\tau$	$q$	$z$
0,000	1845,00	0,00	1845	219,28	597,07	2,7228	0,3673
0,069	2994,92	206,65	1845	708,40	1071,11	1,5120	0,4684
0,116	4050,00	469,80	1845	1246,42	1475,57	1,1838	0,5263
0,185	6118,55	1131,93	1845	2443,76	2195,61	0,8985	0,5975
0,233	8090,00	1884,97	1845	3665,80	2806,91	0,7657	0,6344

Таблица 4

$c$	$\Pi$	$(a - \sigma)^2$	$\kappa^2/4$	$\kappa^2$	$\kappa/2$	$(a + \sigma)/2$	$\sigma_p$
0,000							
0,070	-1254807743	28551983570	8392803636	33571214543	91612,25	-91487,90	-124,35
0,116	87820596,21	522560104,46	42819429,91	171277719,64	6543,66	-6669,27	-125,61
0,192	56286729,65	296976859,36	17957485,18	71829940,74	4237,63	-4363,88	-126,26
0,245	50127452,80	257878812,78	14342250,40	57369001,59	3787,12	-3913,59	-126,47

Экспериментальный предел прочности на растяжение = 120.

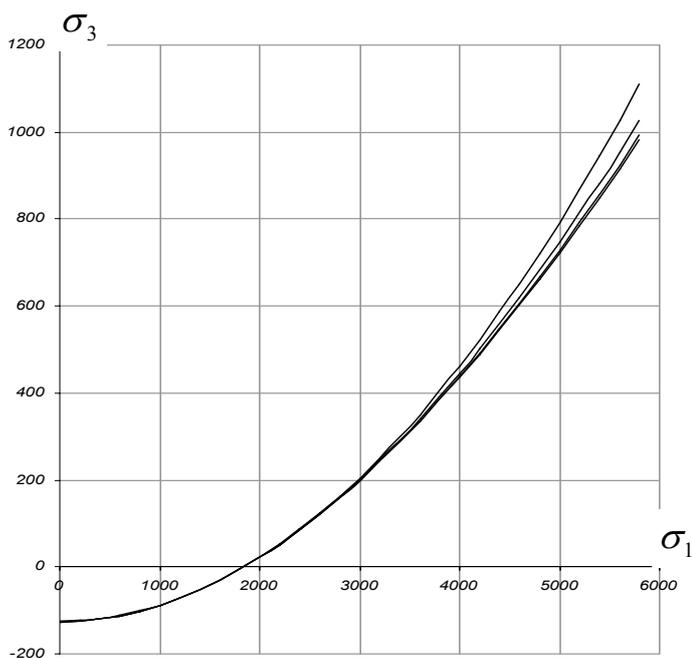


Рис. 9

**ПЕСЧАНИК П-0**

$E = 640000$ ;  $\nu = 0,3$ ;  $\alpha = 0,0676$ ;  $\beta = 0,0509$

Таблица 1

$c$	$\sigma_{1T}^y$	$\sigma_{1P}^y$	$\sigma_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_1^n$	$\mu$	$\varepsilon_2^n$	$\varepsilon_1^e$	$\varepsilon_2^e$	$e_1$	$e_2$	$e_1^{OKOH}$	$e_2^{OKOH}$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\lambda^{анр}$	$\Gamma_1^0$	$\frac{\sigma_1}{\sigma_{1P}^y} - 1$	$\Gamma_1^{OKOH}$	$\Gamma_2^{OKOH}$	$\varepsilon_1^{OKOH}$	$\varepsilon_2^{OKOH}$	$\theta$			
0,000	1860	2350	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000			
			493	0,0007	-0,0002								0,0007	-0,0002	0,0008	-0,0002									0,0008	-0,0002	
			1000	0,0015	-0,0004								0,0015	-0,0004	0,0016	-0,0005									0,0016	-0,0005	
			1500	0,0023	-0,0006								0,0023	-0,0007	0,0023	-0,0007									0,0023	-0,0007	
			1860	0,0029	-0,0008	0,0002	0,65	-0,0001	0,0029	-0,0008	0,0029	-0,0008	0,0029	-0,0008	0,0029	-0,0009									0,0029	-0,0009	
			2000	0,0031	-0,0009									0,0031	-0,0009	0,0031	-0,0009								0,0031	-0,0009	
			2350	0,0038	-0,0012									0,0038	-0,0012	0,0037	-0,0011			0,6011					0,0037	-0,0011	
			0,069	2300	3270	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000
500	0,0007	-0,0001									0,0007	-0,0001	0,0007	-0,0001									0,0007	-0,0001			
1000	0,0013	-0,0002									0,0014	-0,0003	0,0015	-0,0003									0,0015	-0,0003			
1500	0,0020	-0,0003									0,0021	-0,0004	0,0022	-0,0004									0,0022	-0,0004			
1987	0,0027	-0,0005									0,0027	-0,0005	0,0029	-0,0005									0,0029	-0,0005			
2300	0,0032	-0,0006	0,0004	2,16	-0,0008	0,0032	-0,0006	0,0032	-0,0006	0,0032	-0,0006	0,0034	-0,0006										0,0034	-0,0006			
2500	0,0034	-0,0007									0,0034	-0,0007	0,0037	-0,0007									0,0037	-0,0007			
3000	0,0042	-0,0011									0,0042	-0,0011	0,0044	-0,0008									0,0044	-0,0008			
3500	0,0052	-0,0016									0,0052	-0,0016	0,0052	-0,0009	0,0000	-0,0007		0,0001	0,0703	0,0000	-0,0007	0,0052	-0,0016	0,0014			
3670	0,0055	-0,0018									0,0055	-0,0018	0,0054	-0,0010	0,0001	-0,0009	0,4705	0,0002	0,1223	0,0001	-0,0012	0,0055	-0,0021	0,0016			
0,116	3200	4000	0	0,0000	0,0000							0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000		
			1000	0,0013	-0,0001								0,0014	-0,0002	0,0014	-0,0002									0,0014	-0,0002	
			2000	0,0028	-0,0003								0,0029	-0,0004	0,0029	-0,0004									0,0029	-0,0004	
			3000	0,0043	-0,0005								0,0043	-0,0005	0,0043	-0,0006									0,0043	-0,0006	
			3200	0,0046	-0,0006	0,0014	1,34	-0,0019	0,0046	-0,0006	0,0046	-0,0006	0,0046	-0,0006	0,0046	-0,0007									0,0046	-0,0007	
			4000	0,0060	-0,0012								0,0060	-0,0012	0,0057	-0,0008									0,0057	-0,0008	
			5090	0,0090	-0,0028								0,0090	-0,0028	0,0073	-0,0011	0,0017	-0,0018	0,3816	0,0027	0,2725	0,0002	-0,0024	0,0074	-0,0035	0,0018	
			0,178	4400	5400	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000
1000	0,0015	-0,0001									0,0015	-0,0001	0,0014	-0,0001									0,0014	-0,0001			
2000	0,0028	-0,0002									0,0028	-0,0003	0,0027	-0,0003									0,0027	-0,0003			
3000	0,0043	-0,0003									0,0043	-0,0005	0,0041	-0,0004									0,0041	-0,0004			
4000	0,0057	-0,0004									0,0057	-0,0006	0,0055	-0,0006									0,0055	-0,0006			
4400	0,0063	-0,0007	0,0012	1,271186	-0,0015	0,0063	-0,0007	0,0063	-0,0007	0,0063	-0,0007	0,0060	-0,0006										0,0060	-0,0006			
5000	0,0072	-0,0008									0,0072	-0,0008	0,0068	-0,0007									0,0068	-0,0007			
6000	0,0092	-0,0018									0,0092	-0,0018	0,0082	-0,0009	0,0010	-0,0009		0,0013	0,1111	0,0001	-0,0008	0,0083	-0,0017	0,0009			
6200	0,0100	-0,0025									0,0100	-0,0025	0,0085	-0,0009	0,0015	-0,0016	0,2643	0,0021	0,1481	0,0001	-0,0011	0,0086	-0,0020	0,0017			

# Полученная единая кривая деформации

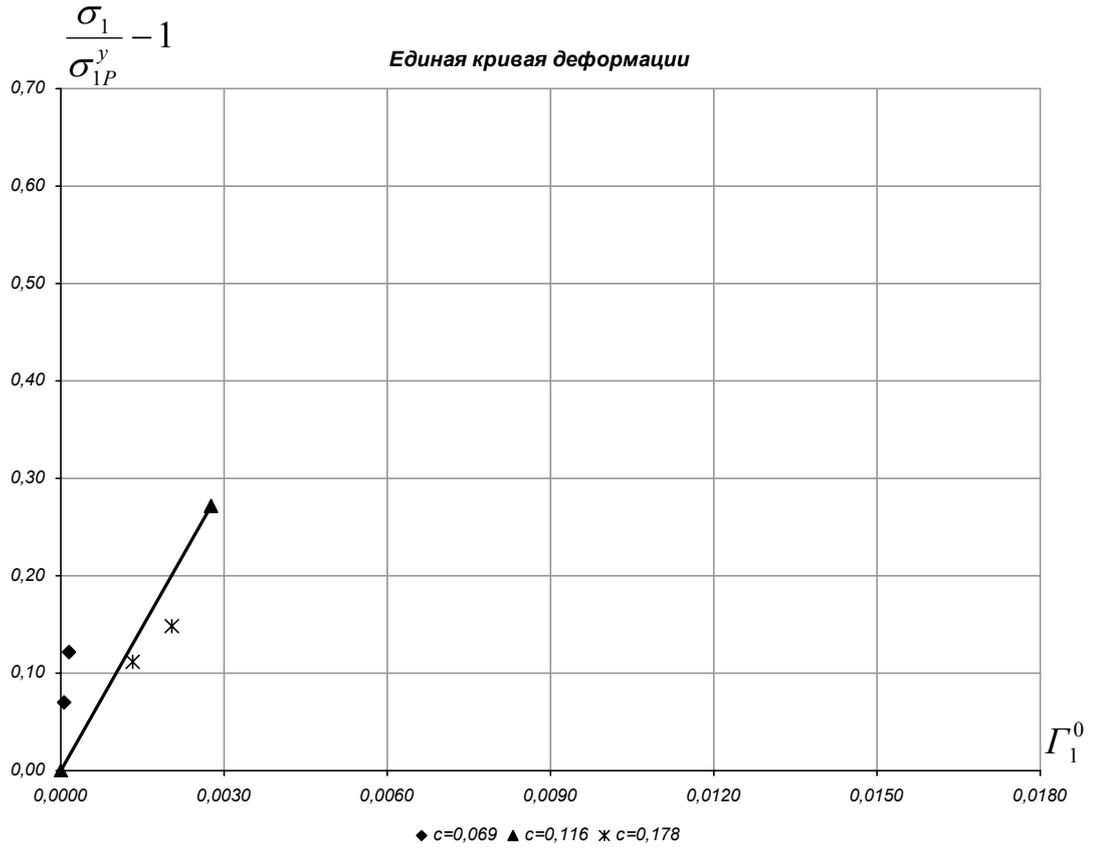


Рис. 1

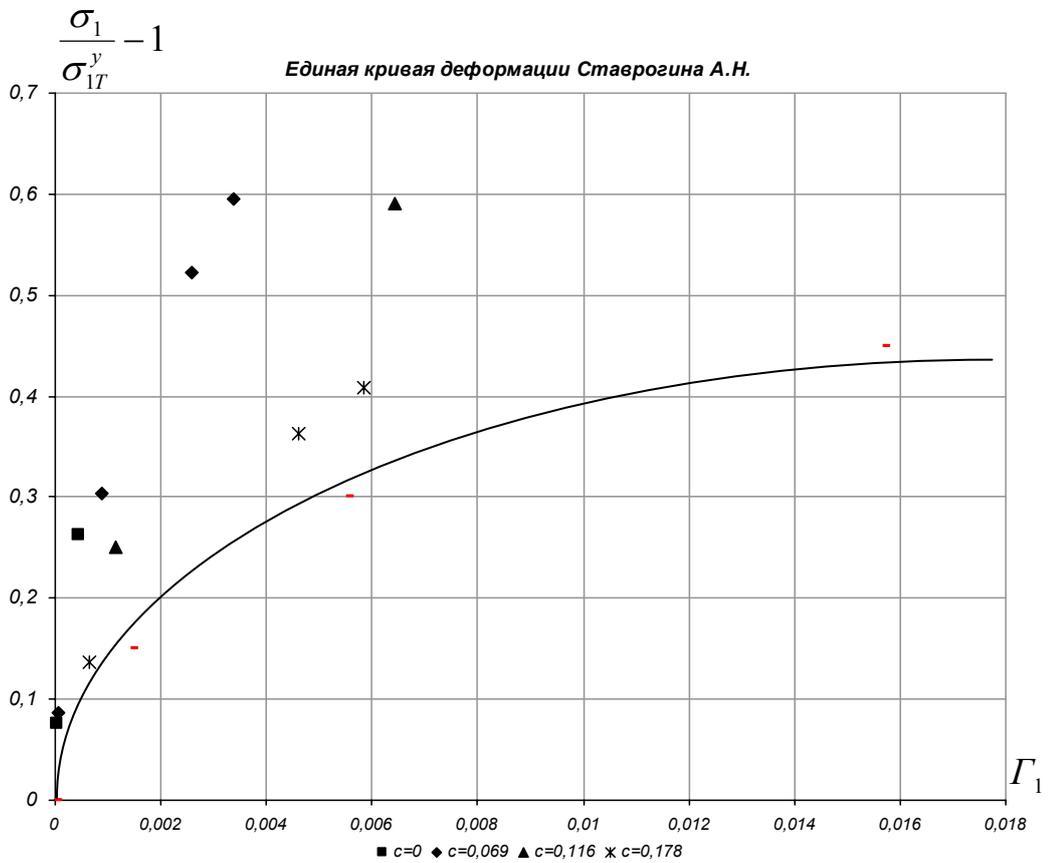


Рис. 2

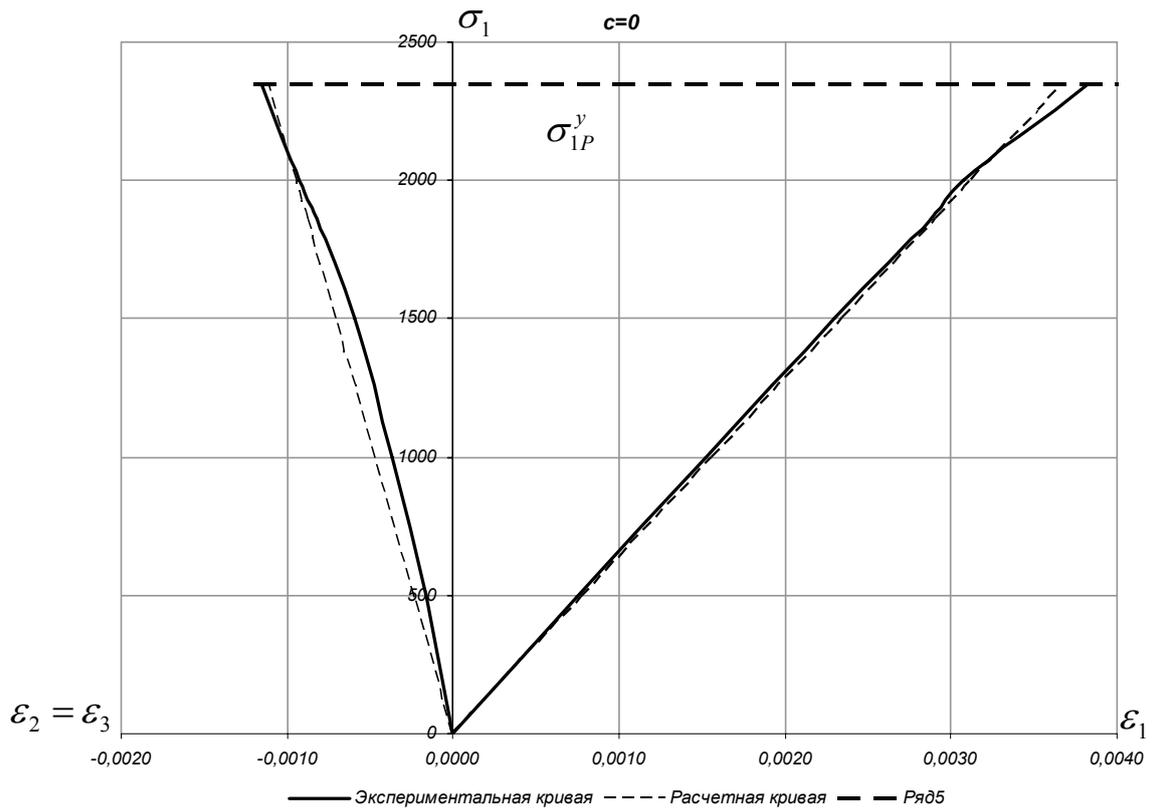


Рис. 3

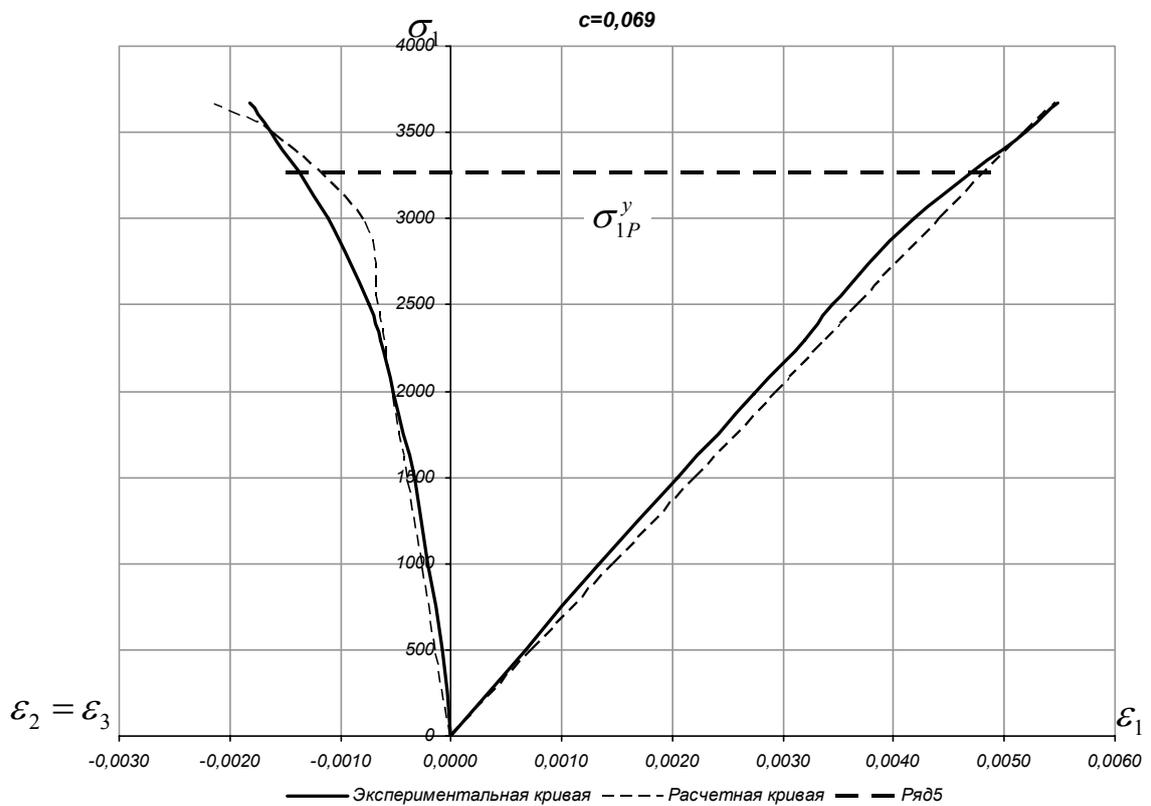
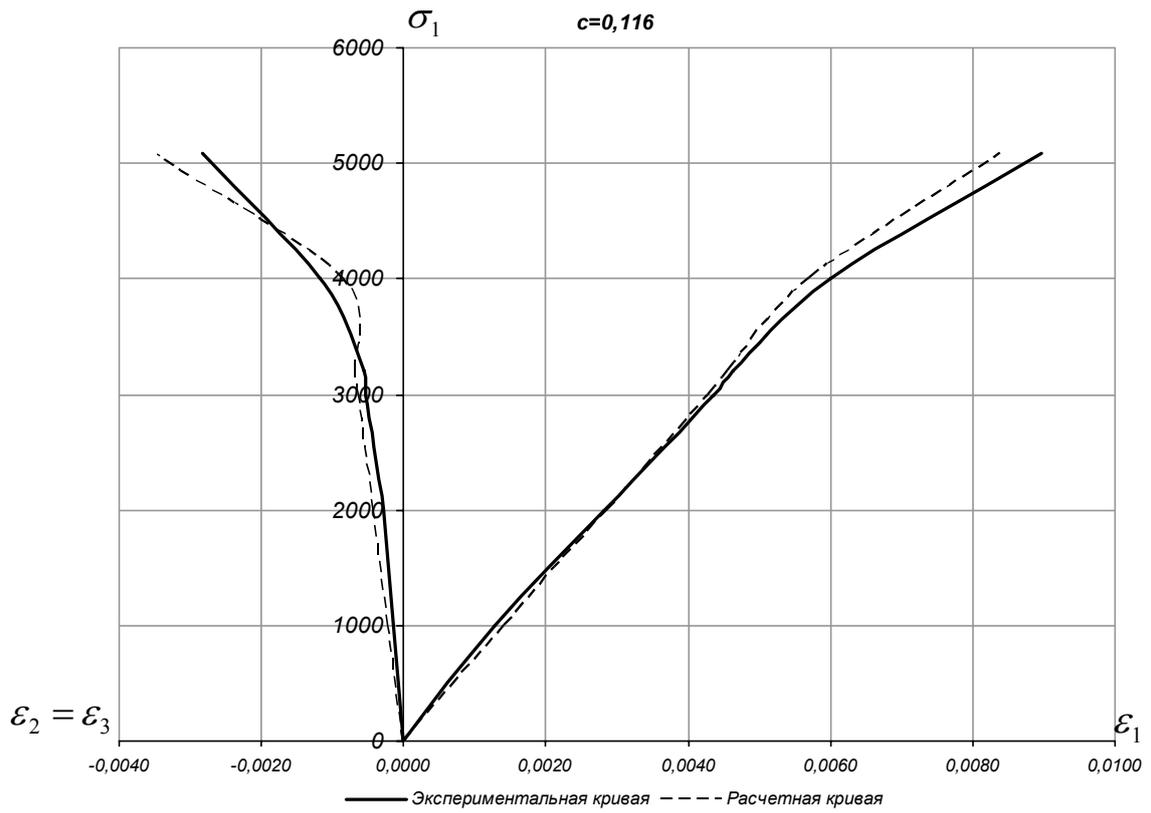
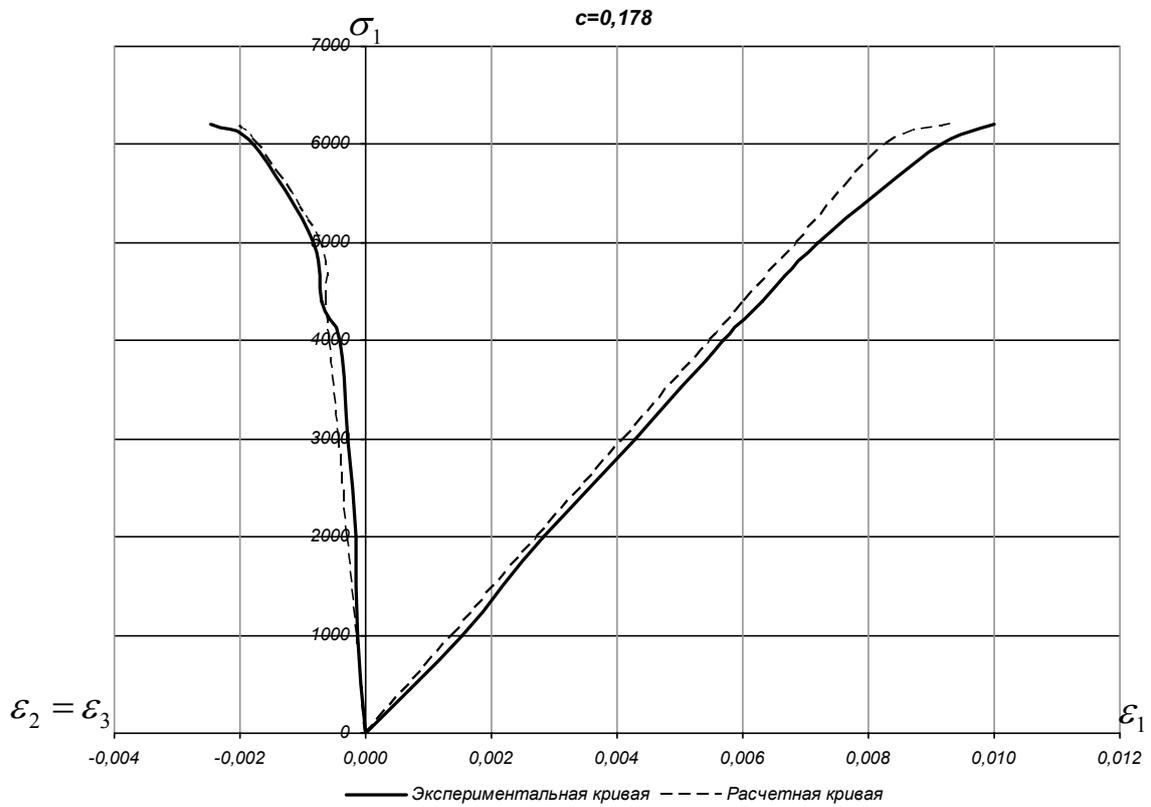


Рис. 4



*Рис. 5*



*Рис. 6*

## Построение огибающей кругов Мора

$$\xi = 5,9197, \text{ а } \eta = -1,7082$$

Таблица 2

$c$	$\sigma_1^n$	$S_0$	$\sin 2\beta$	$\sigma_1^{расч}$	$(S_0)'_c / S_0$	$(\sin 2\beta)'_c$	$(\sigma_1)'_c$	$\sigma$	$\tau$
0,000	1369	1369,0	0,6000	1369,0	5,9197	-0,8000	10157,5	162,6	442,9
0,069	2972	2043,0	0,5379	2287,3	5,6840	-1,0138	17103,9	516,8	797,2
0,116	3259	2658,5	0,4858	3259,0	5,5234	-1,2121	24778,7	949,7	1148,9
0,178	5494	3719,8	0,4000	5272,8	5,3116	-1,5805	42012,9	1947,7	1831,8

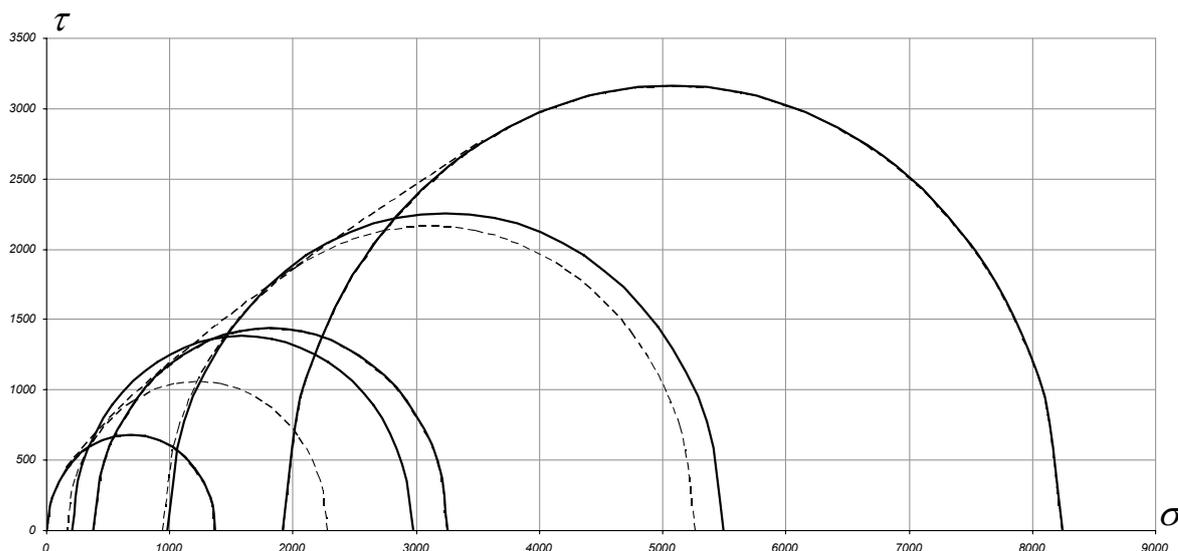


Рис. 7

## Определение предела прочности на растяжение

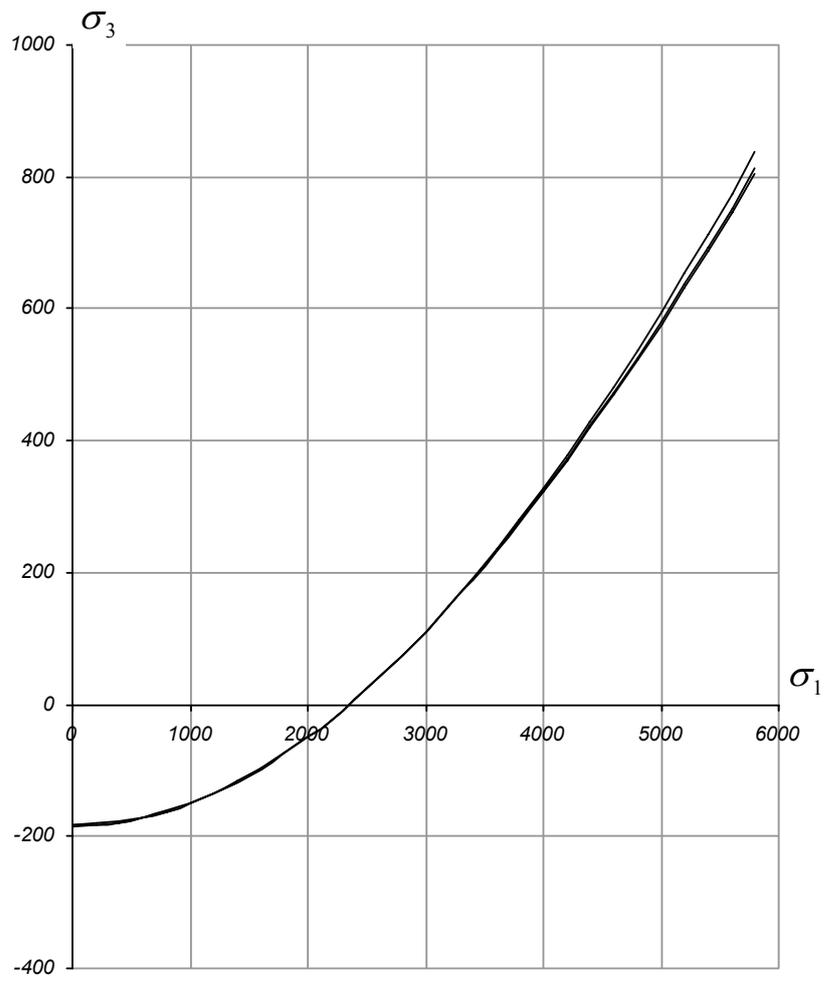
Таблица 3

$c$	$\sigma_1$	$\sigma_3$	$\sigma_c$	$\sigma$	$\tau$	$q$	$z$
0,000	2350,0	0,0	2350	310,35	795,62	2,5636	0,3901
0,069	3670,0	253,2	2350	883,14	1324,95	1,5003	0,4754
0,116	4942,6	573,3	2350	1513,98	1795,85	1,1862	0,5238
0,178	7329,3	1304,6	2350	2810,23	2608,45	0,9282	0,5772

Таблица 4

$c$	$\Pi$	$(a - e)^2$	$\kappa^2 / 4$	$\kappa^2$	$\kappa / 2$	$(a + e) / 2$	$\sigma_p$
0,000							
0,069	69977148,98	368506576,63	22149495,18	88597980,71	4706,33	-4888,51	-182,18
0,116	46889798,23	228772191,52	10303249,65	41212998,60	3209,87	-3393,63	-183,76
0,168	41319751,47	197736733,30	8114431,85	32457727,42	2848,58	-3032,98	-184,39

Экспериментальный предел прочности на растяжение = 208.



*Рис. 8*

**ПЕСЧАНИК П-01**

$E = 500000$ ;  $\nu = 0,37$ ;  $\alpha = 0,0941$ ;  $\beta = 0,0948$

Таблица 1

$c$	$\sigma_{1T}^y$	$\sigma_{1P}^y$	$\sigma_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_1^n$	$\mu$	$\varepsilon_2^n$	$\varepsilon_1^e$	$\varepsilon_2^e$	$e_1$	$e_2$	$e_1^{ОКОН}$	$e_2^{ОКОН}$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\lambda_{анр}$	$\Gamma_1^0$	$\frac{\sigma_1}{\sigma_{1P}^y} - 1$	$\Gamma_1^{ОКОН}$	$\Gamma_2^{ОКОН}$	$\varepsilon_1^{ОКОН}$	$\varepsilon_2^{ОКОН}$	$\theta$			
0,000	2000	2280	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000			
			500	0,0008	-0,0002							0,0010	-0,0003	0,0010	-0,0004									0,0010	-0,0004		
			1000	0,0017	-0,0005							0,0020	-0,0007	0,0020	-0,0007									0,0020	-0,0007		
			1500	0,0029	-0,0009							0,0030	-0,0010	0,0030	-0,0011									0,0030	-0,0011		
			2000	0,0040	-0,0013	0,0003	2,17	-0,0006	0,0040	-0,0013	0,0040	-0,0013	0,0040	-0,0013	0,0040	-0,0015	0,0002	-0,0005	0,7280	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0040	-0,0015	
			2320	0,0048	-0,0022							0,0048	-0,0022	0,0046	-0,0017				0,0007	0,0175	0,0000	-0,0001	0,0047	-0,0019	0,0008		
0,069	3500	3800	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000			
			500	0,0010	-0,0001							0,0010	-0,0002	0,0009	-0,0002									0,0009	-0,0002		
			1000	0,0019	-0,0001							0,0019	-0,0004	0,0019	-0,0004									0,0019	-0,0004		
			1500	0,0027	-0,0004							0,0029	-0,0007	0,0028	-0,0006									0,0028	-0,0006		
			2000	0,0037	-0,0006							0,0039	-0,0009	0,0038	-0,0007									0,0038	-0,0007		
			2500	0,0048	-0,0009							0,0048	-0,0011	0,0047	-0,0009									0,0047	-0,0009		
			3000	0,0057	-0,0012							0,0058	-0,0013	0,0057	-0,0011									0,0057	-0,0011		
			3500	0,0067	-0,0015	0,0007	1,84	-0,0013	0,0067	-0,0015	0,0067	-0,0015	0,0066	-0,0013	0,0066	-0,0013								0,0066	-0,0013		
			4000	0,0079	-0,0021							0,0079	-0,0021	0,0076	-0,0015	0,0003	-0,0006	0,5045	0,0005	0,0526	0,0002	-0,0003	0,0078	-0,0018	0,0010		
			4500	0,0092	-0,0031							0,0092	-0,0031	0,0085	-0,0017	0,0006	-0,0014	0,5045	0,0013	0,1842	0,0006	-0,0012	0,0091	-0,0029	0,0023		
4725	0,0098	-0,0037							0,0098	-0,0037	0,0090	-0,0017	0,0008	-0,0019	0,5045	0,0016	0,2434	0,0008	-0,0016	0,0098	-0,0034	0,0030					
0,116	3500	4150	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000			
			1000	0,0017	-0,0002							0,0018	-0,0003	0,0018	-0,0003									0,0018	-0,0003		
			2000	0,0036	-0,0004							0,0036	-0,0006	0,0037	-0,0006									0,0037	-0,0006		
			3000	0,0056	-0,0007							0,0055	-0,0009	0,0055	-0,0009									0,0055	-0,0009		
			3500	0,0064	-0,0011	0,0007	1,74	-0,0013	0,0064	-0,0011	0,0064	-0,0011	0,0064	-0,0011	0,0064	-0,0011								0,0064	-0,0011		
			4000	0,0074	-0,0015							0,0074	-0,0015	0,0073	-0,0012	0,0001	-0,0003	0,3523	0,0000	0,0000				0,0073	-0,0012		
5000	0,0099	-0,0027							0,0099	-0,0027	0,0091	-0,0016	0,0008	-0,0011	0,3523	0,0012	0,2048	0,0009	-0,0011	0,0100	-0,0027	0,0015					
0,168	5000	6000	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000			
			1000	0,0019	0,0000							0,0017	-0,0002	0,0018	-0,0002									0,0018	-0,0002		
			2000	0,0037	-0,0001							0,0035	-0,0004	0,0035	-0,0005									0,0035	-0,0005		
			3000	0,0054	-0,0003							0,0052	-0,0006	0,0053	-0,0007									0,0053	-0,0007		
			4000	0,0070	-0,0006							0,0069	-0,0008	0,0070	-0,0010									0,0070	-0,0010		
			5000	0,0087	-0,0010	0,0011	0,83	-0,0009	0,0087	-0,0010	0,0087	-0,0010	0,0088	-0,0012	0,0088	-0,0012								0,0088	-0,0012		
			6000	0,0105	-0,0015							0,0105	-0,0015	0,0105	-0,0015				0,0000	0,0000				0,0105	-0,0015		
			7180	0,0132	-0,0028							0,0132	-0,0028	0,0126	-0,0018			0,1839	0,0008	0,1967	0,0011	-0,0009	0,0136	-0,0026	0,0014		

## Полученная единая кривая деформации

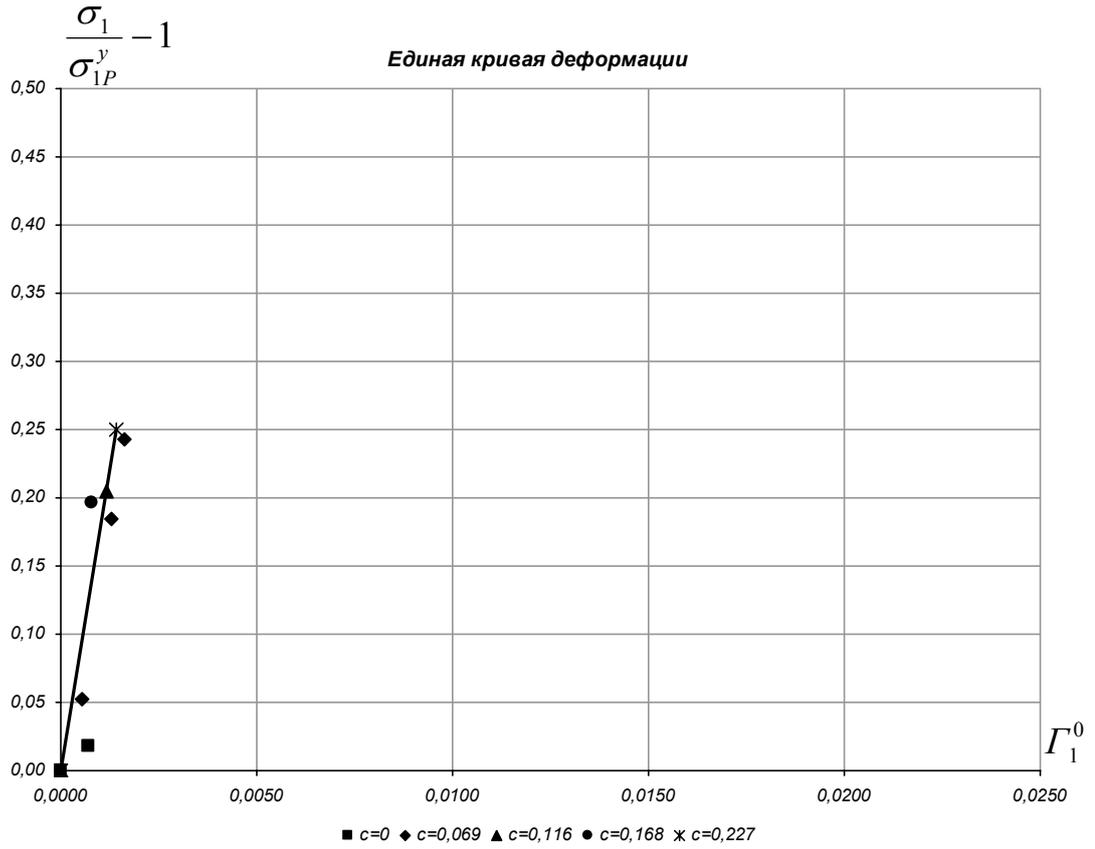


Рис. 1

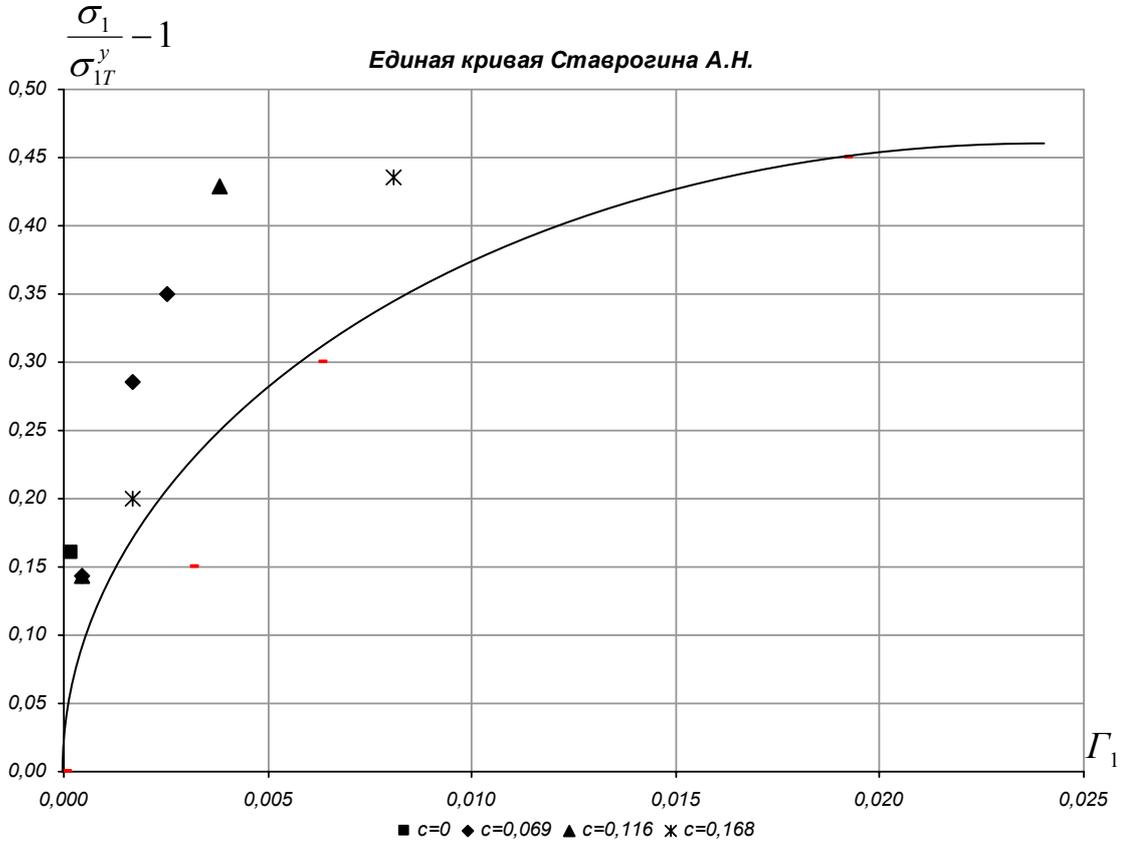


Рис. 2

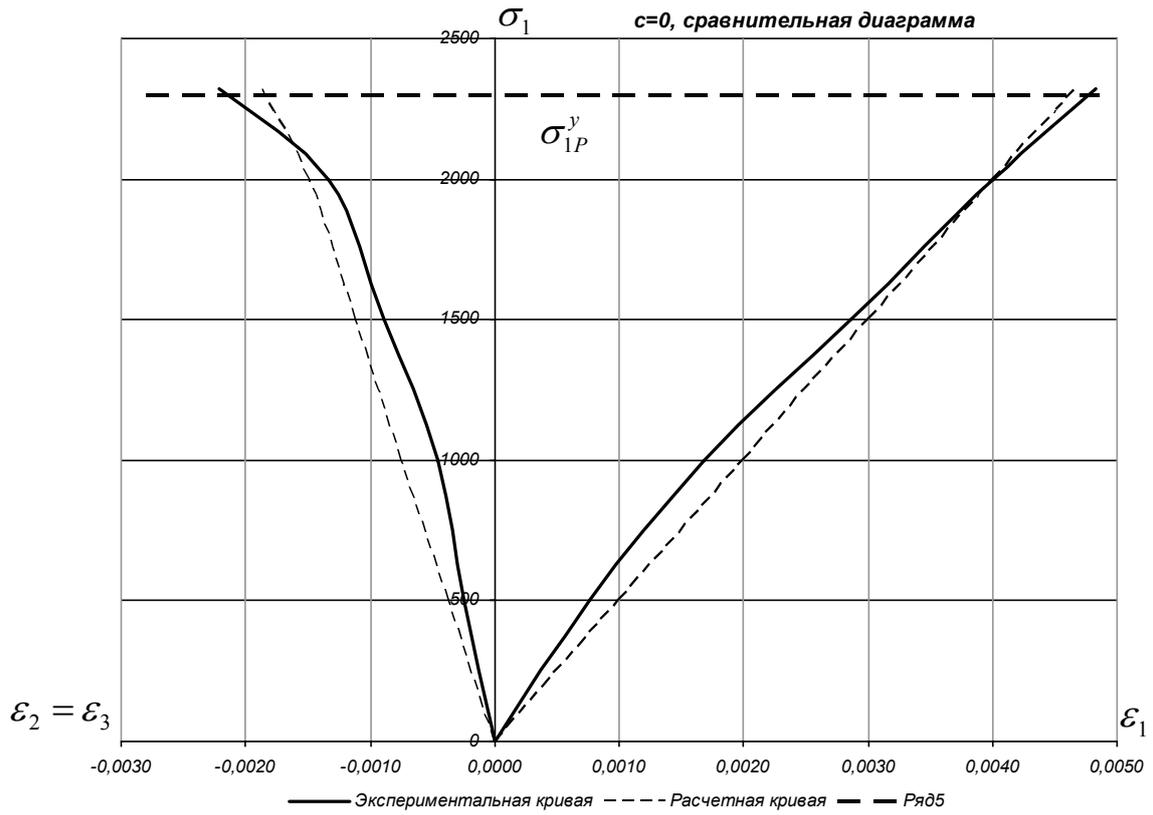


Рис. 3

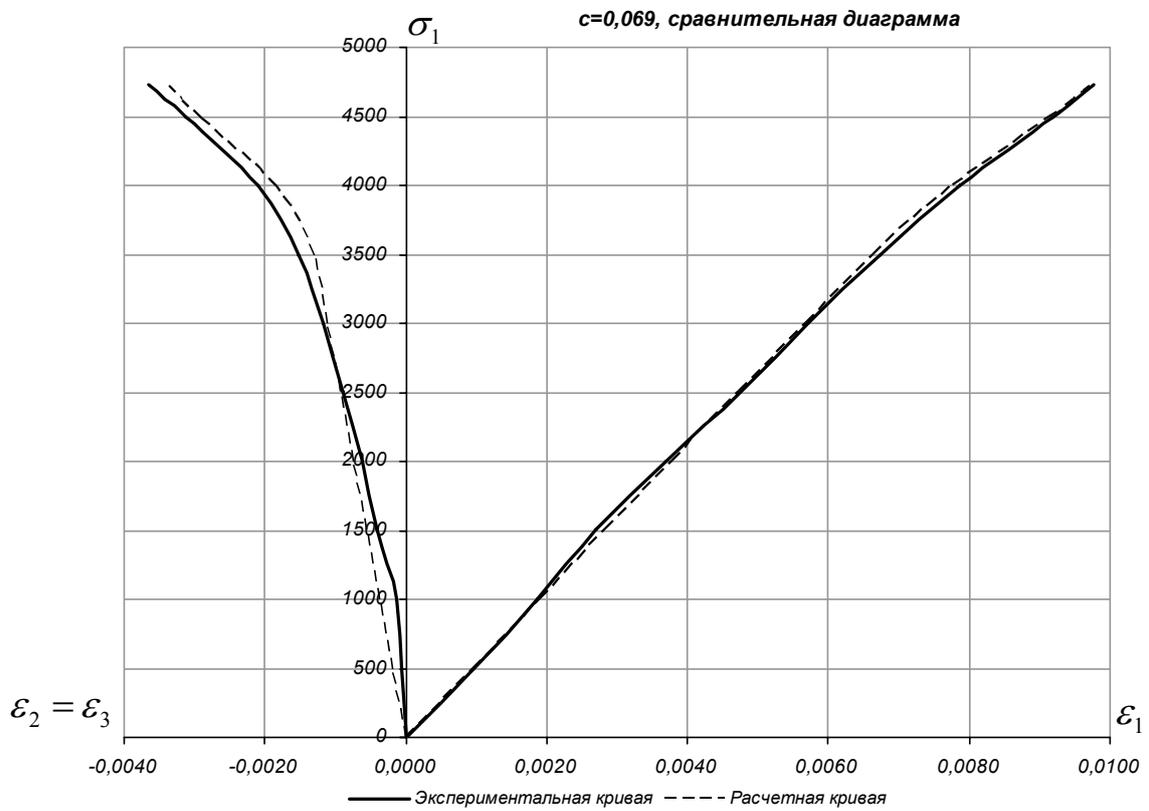


Рис. 4

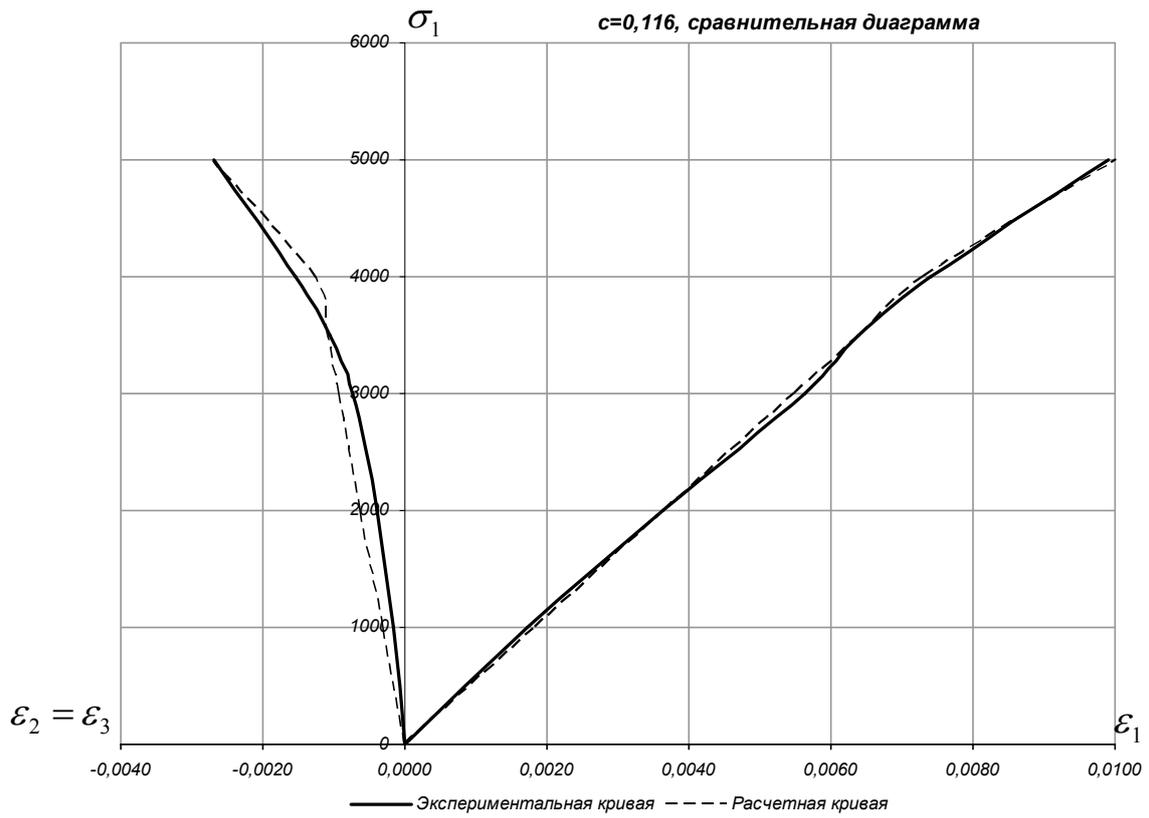


Рис. 5

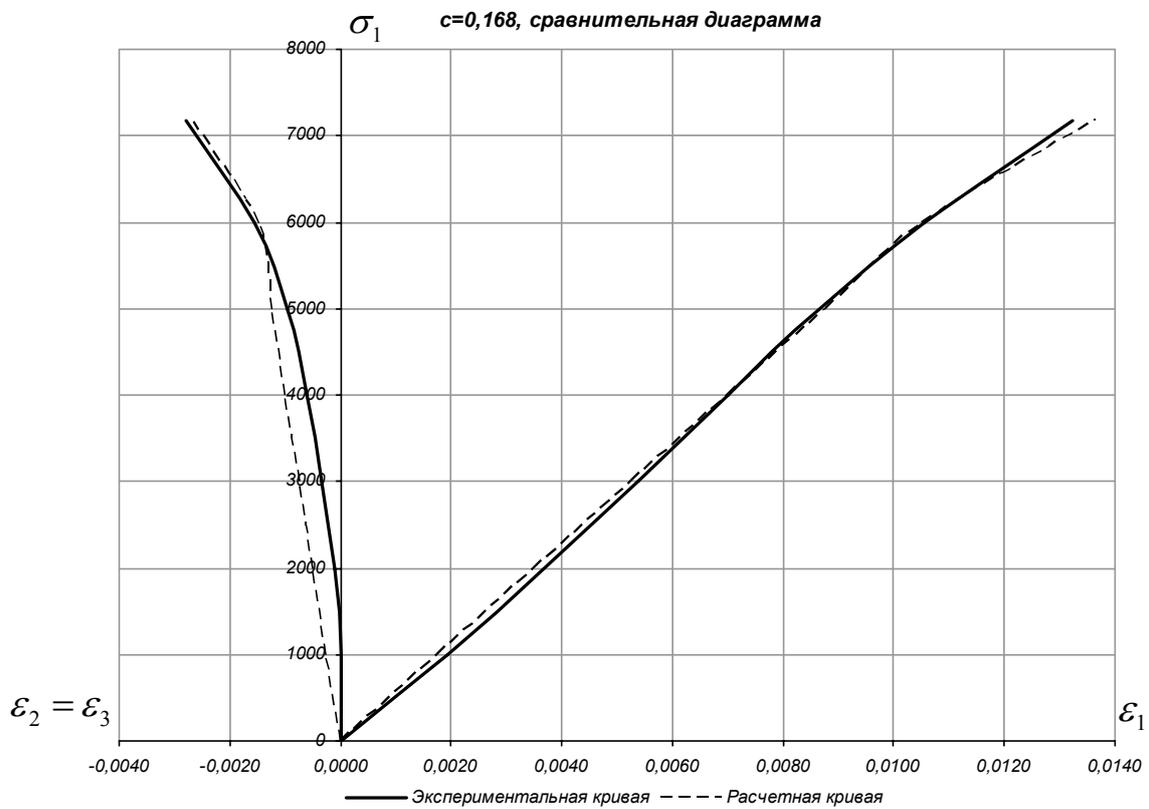


Рис. 6

## Построение огибающей кругов Мора

$$\xi = 5,1415, \text{ а } \eta = -2,3915$$

Таблица 2

$c$	$\sigma_1^n$	$S_0$	$\sin 2\beta$	$\sigma_1^{расч}$	$(S_0)'_c / S_0$	$(\sin 2\beta)'_c$	$(\sigma_1)'_c$	$\sigma$	$\tau$
0,000	2320	2320,0	0,6000	2320,0	5,1415	-0,8000	15408,2	303,6	782,4
0,069	4725	3270,5	0,5379	3661,7	4,8114	-1,0138	24186,0	868,3	1311,4
0,116	5000	4078,8	0,4858	5000,0	4,5866	-1,2121	33332,0	1508,7	1800,7
0,168	7180	5144,0	0,4154	7104,7	4,3379	-1,5100	48871,7	2604,0	2519,5
0,227	10825	6589,3	0,3125	10825	4,0557	-2,0188	81093,8	4674,5	3692,8

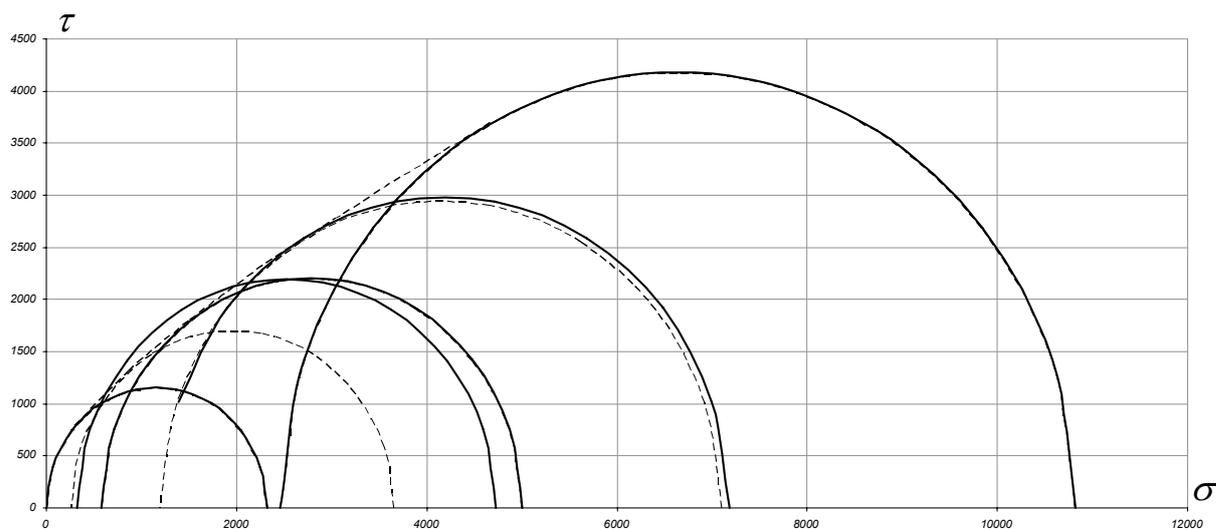


Рис. 7

## Определение предела прочности на растяжение

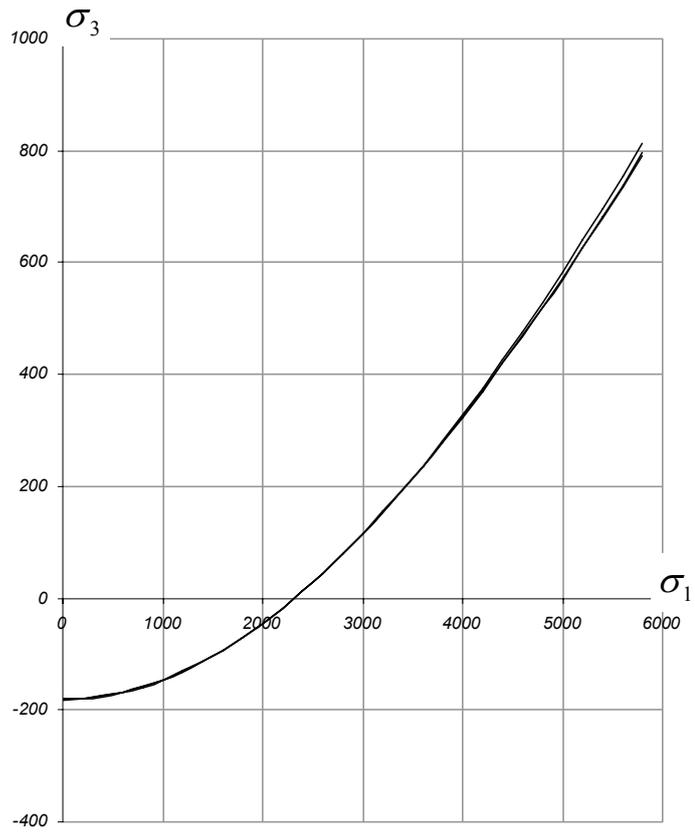
Таблица 3

$c$	$\sigma_1$	$\sigma_3$	$\sigma_c$	$\sigma$	$\tau$	$q$	$z$
0,000	2320,00	0,00	2320	303,61	782,43	2,5771	0,3880
0,069	3661,65	252,65	2320	868,30	1311,38	1,5103	0,4695
0,116	5000,00	580,00	2320	1508,70	1800,66	1,1935	0,5158
0,168	7104,67	1193,59	2320	2603,98	2519,48	0,9675	0,5598

Таблица 4

$c$	$\Pi$	$(a - b)^2$	$\kappa^2 / 4$	$\kappa^2$	$\kappa / 2$	$(a + b) / 2$	$\sigma_p$
0,000							
0,069	43962071,41	212397093,36	9137201,93	36548807,71	3022,78	-3202,48	-179,70
0,116	34803135,22	162776306,32	5890941,36	23563765,45	2427,13	-2608,06	-180,94
0,168	33324715,69	155031569,98	5433176,80	21732707,21	2330,92	-2512,11	-181,19

Экспериментальный предел прочности на растяжение = 200.



*Puc. 8*

**ПЕСЧАНИК П-03**

$E = 580000$ ;  $\nu = 0,27$ ;  $\alpha = 0,0064$ ;  $\beta = 0,0234$

Таблица 1

$c$	$\sigma_{1T}^y$	$\sigma_{1P}^y$	$\sigma_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_1^n$	$\mu$	$\varepsilon_2^n$	$\varepsilon_1^e$	$\varepsilon_2^e$	$e_1$	$e_2$	$e_1^{OKOH}$	$e_2^{OKOH}$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\lambda^{анр}$	$\Gamma_1^0$	$\frac{\sigma_1}{\sigma_{1P}^y} - 1$	$\Gamma_1^{OKOH}$	$\Gamma_2^{OKOH}$	$\varepsilon_1^{OKOH}$	$\varepsilon_2^{OKOH}$	$\theta$		
0,000	2100	2700	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000		
			500	0,0008	-0,0002							0,0008	-0,0003	0,0009	-0,0002									0,0009	-0,0002	
			1000	0,0017	-0,0003							0,0017	-0,0005	0,0017	-0,0005									0,0017	-0,0005	
			1500	0,0026	-0,0006							0,0026	-0,0007	0,0026	-0,0007									0,0026	-0,0007	
			2000	0,0034	-0,0009							0,0034	-0,0010	0,0034	-0,0009									0,0034	-0,0009	
			2100	0,0037	-0,0010	0,0004	2,44	-0,0009	0,0037	-0,0010	0,0037	-0,0010	0,0036	-0,0010	0,0036	-0,0010	0,0001	-0,0003						0,0036	-0,0010	
			2500	0,0044	-0,0015							0,0044	-0,0015	0,0043	-0,0012	0,0001	-0,0003							0,0043	-0,0012	
			2810	0,0052	-0,0022							0,0052	-0,0022	0,0048	-0,0013	0,0003	-0,0009	0,6000	0,0008	0,0407	0,0002	-0,0005	0,0050	-0,0018	0,0014	
0,070	2920	3700	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000		
			500	0,0006	-0,0001							0,0008	-0,0001	0,0008	-0,0002									0,0008	-0,0002	
			1000	0,0013	-0,0001							0,0016	-0,0003	0,0017	-0,0003									0,0017	-0,0003	
			1500	0,0021	-0,0002							0,0024	-0,0004	0,0025	-0,0005									0,0025	-0,0005	
			2000	0,0030	-0,0005							0,0032	-0,0006	0,0034	-0,0007									0,0034	-0,0007	
			2920	0,0047	-0,0008	0,0018	1,3	-0,0023	0,0047	-0,0008	0,0047	-0,0008	0,0049	-0,0010	0,0049	-0,0010	0,0001	-0,0002		0,0002	0,0811	0,0005	-0,0010	0,0072	-0,0023	0,0003
			3500	0,0058	-0,0010							0,0058	-0,0010	0,0059	-0,0012	0,0006	-0,0009		0,0012	0,2162	0,0012	-0,0027	0,0088	-0,0042	0,0013	
			4915	0,0100	-0,0035							0,0100	-0,0035	0,0083	-0,0016	0,0017	-0,0019	0,5307	0,0036	0,3284	0,0018	-0,0041	0,0101	-0,0057	0,0020	
0,116	4300	4500	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000		
			2000	0,0033	-0,0005							0,0036	-0,0007	0,0033	-0,0005									0,0033	-0,0005	
			4000	0,0069	-0,0014							0,0072	-0,0015	0,0066	-0,0011									0,0066	-0,0011	
			4300	0,0077	-0,0016	0,0015	1,07	-0,0016	0,0077	-0,0016	0,0077	-0,0016	0,0071	-0,0012	0,0071	-0,0012	0,0031	-0,0020	0,4851	0,0060	0,2800	0,0017	-0,0033	0,0112	-0,0049	
0,178	4900	5200	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000		
			2000	0,0033	-0,0003							0,0033	-0,0003	0,0032	-0,0004									0,0032	-0,0004	
			4000	0,0066	-0,0006							0,0066	-0,0007	0,0064	-0,0008									0,0064	-0,0008	
			4900	0,0080	-0,0009	0,0000	0,92	-0,0026	0,0080	-0,0009	0,0080	-0,0009	0,0078	-0,0010	0,0078	-0,0010								0,0078	-0,0010	
			6000	0,0105	-0,0016							0,0105	-0,0016	0,0095	-0,0012									0,0095	-0,0012	
0,227	6500	9100	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000		
			2000	0,0026	0,0003							0,0026	0,0003	0,0031	-0,0003									0,0031	-0,0003	
			4000	0,0055	0,0000							0,0055	0,0000	0,0062	-0,0005									0,0062	-0,0005	
			5970	0,0085	-0,0005							0,0085	-0,0005	0,0092	-0,0008									0,0092	-0,0008	
			6500	0,0093	-0,0007	0,0031	0,68	-0,0021	0,0093	-0,0007	0,0093	-0,0007	0,0100	-0,0009	0,0100	-0,0009								0,0100	-0,0009	
			8000	0,0114	-0,0011							0,0114	-0,0011	0,0123	-0,0011									0,0123	-0,0011	
			10000	0,0150	-0,0019							0,0150	-0,0019	0,0154	-0,0013	0,0005	-0,0017		0,0007	0,3187	0,0024	-0,0033	0,0209	-0,0050	0,0029	
13200	0,0219	-0,0046							0,0219	-0,0046	0,0204	-0,0018	0,0015	-0,0028	0,3752	0,0025	0,4505	0,0034	-0,0047	0,0237	-0,0065	0,0040				

# Полученная единая кривая деформации

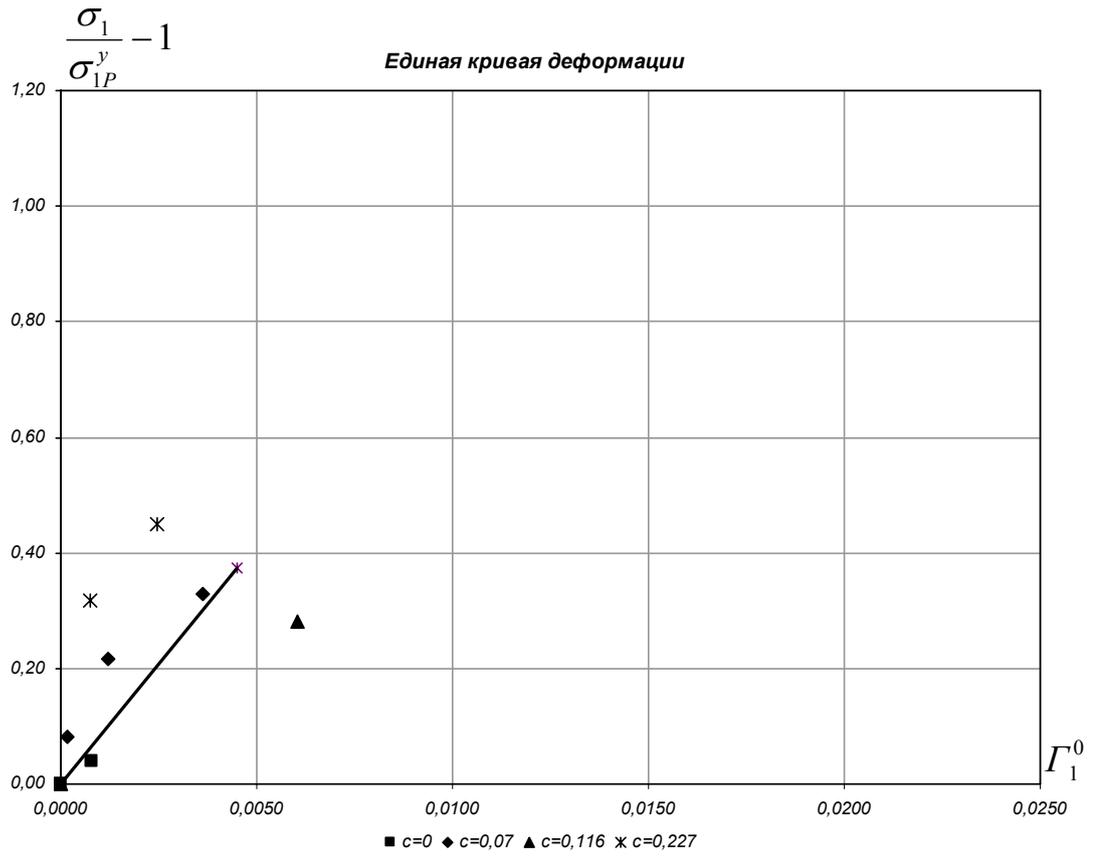


Рис. 1

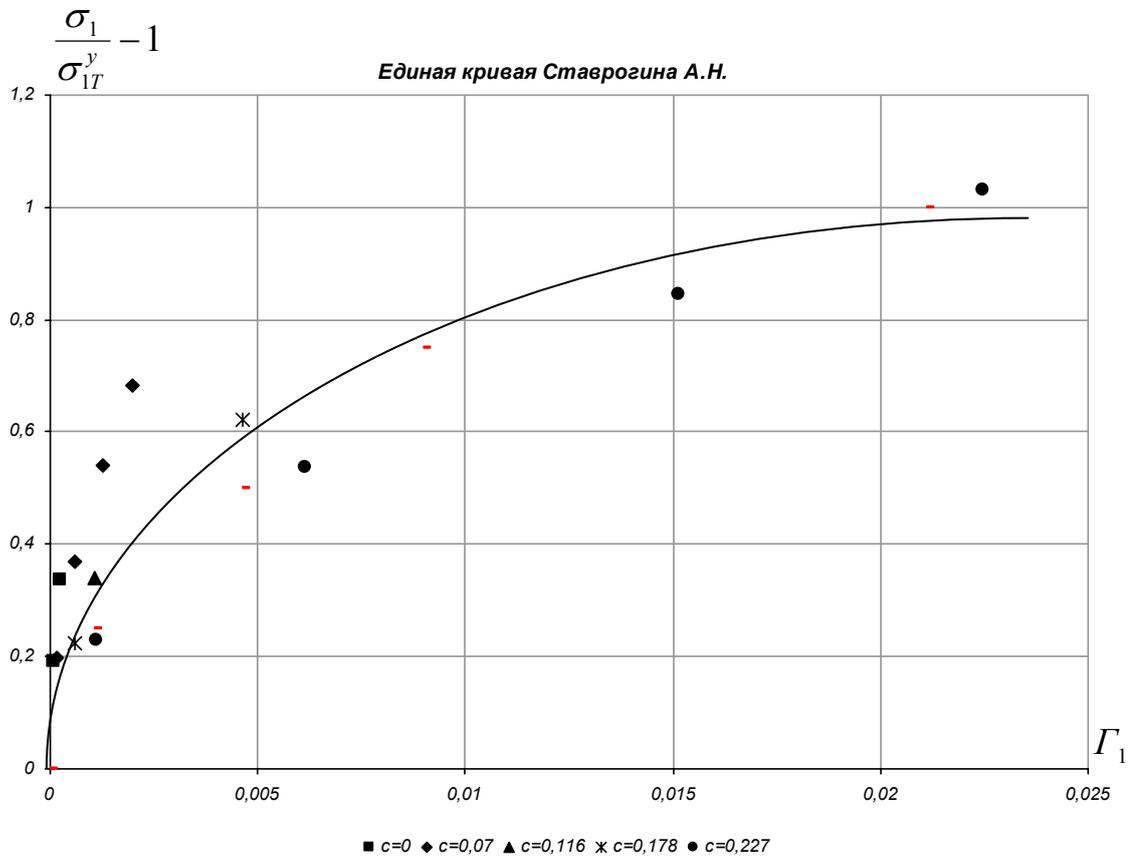


Рис. 2

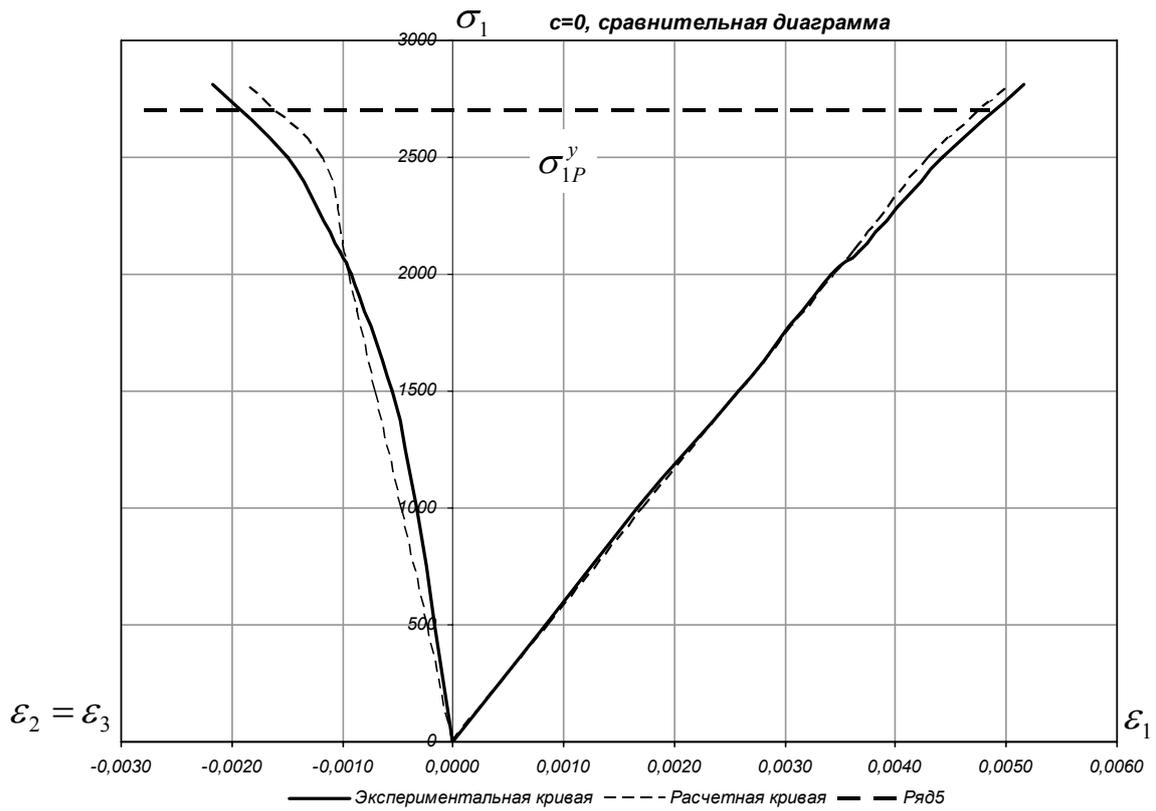


Рис. 3

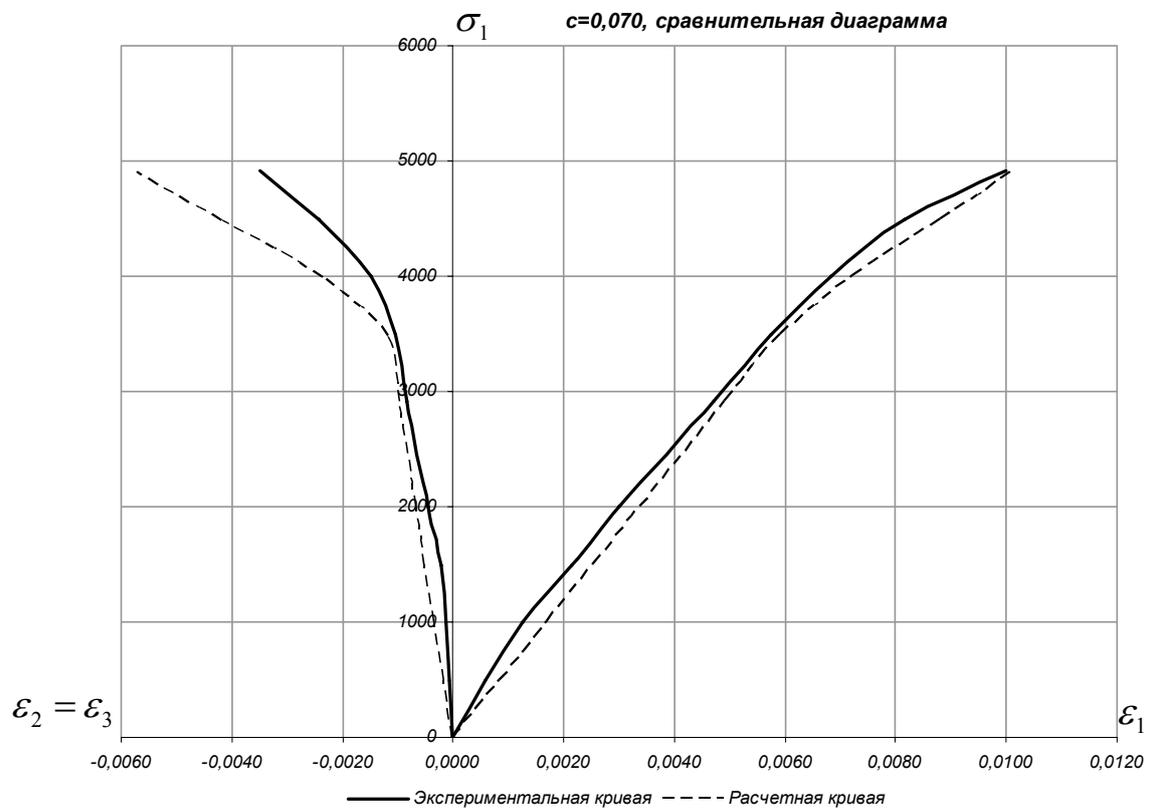


Рис. 4

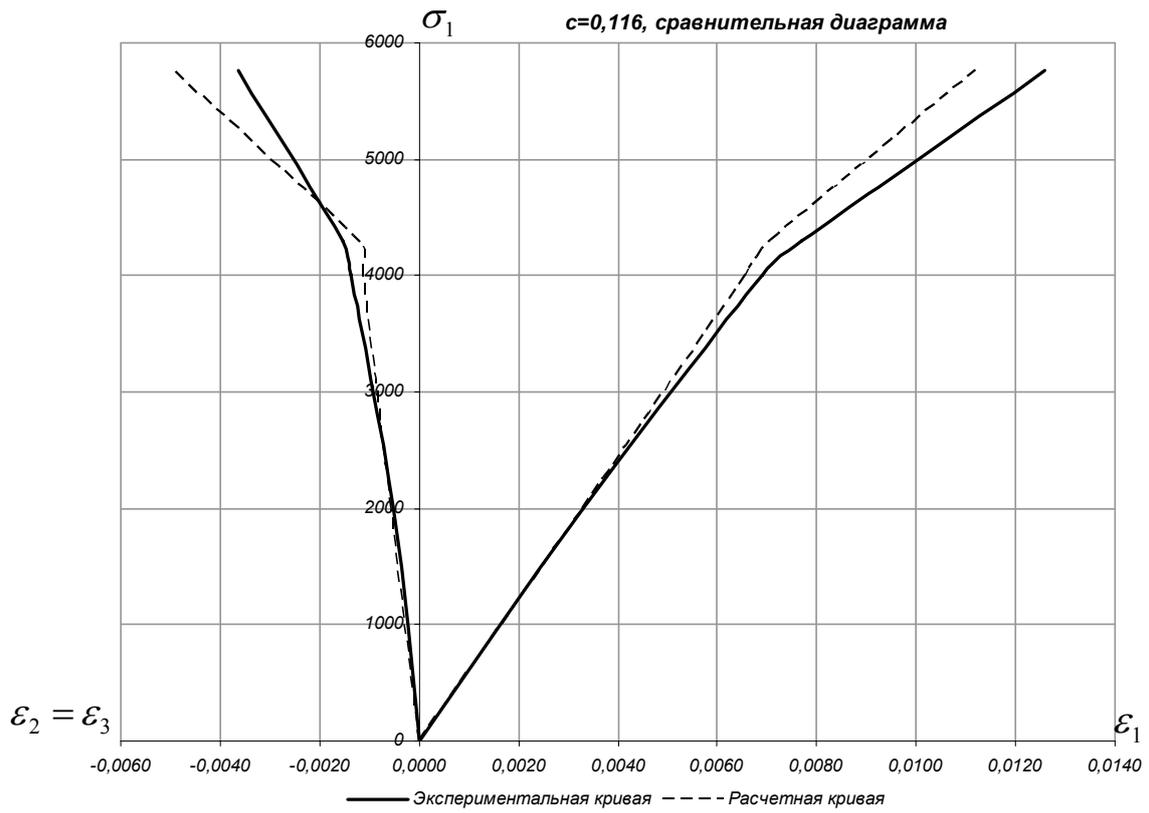


Рис. 5

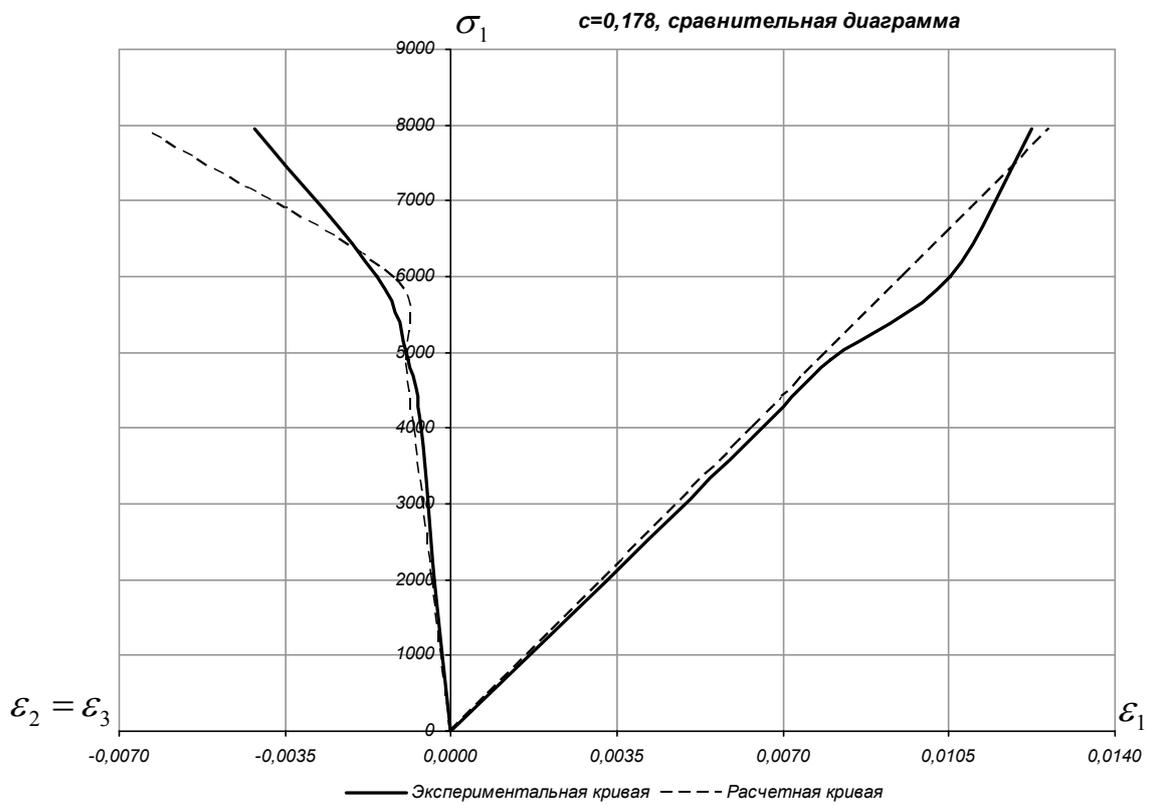


Рис. 6

## Построение огибающей кругов Мора

$$\xi = 4,2269, \text{ а } \eta = 1,7684$$

Таблица 2

$c$	$\sigma_1^n$	$S_0$	$\sin 2\beta$	$\sigma_1^{расч}$	$(S_0)'_c / S_0$	$(\sin 2\beta)'_c$	$(\sigma_1)'_c$	$\sigma$	$\tau$
0,000	2810	2810,0	0,6000	2810,0	4,2269	-0,8000	417,7	999,7	0,0
0,070	4915	3810,4	0,5368	4273,8	4,4744	-1,0175	1040,8	1548,5	299,2
0,116	5760	4698,7	0,4858	5760,0	4,6371	-1,2121	1734,4	2071,8	668,2
0,178	7940	6306,6	0,4000	8939,6	4,8564	-1,5805	3334,9	3126,1	1591,2
0,227	13200	8035,0	0,3125	13200	5,0297	-2,0188	5614,4	4456,4	2996,4

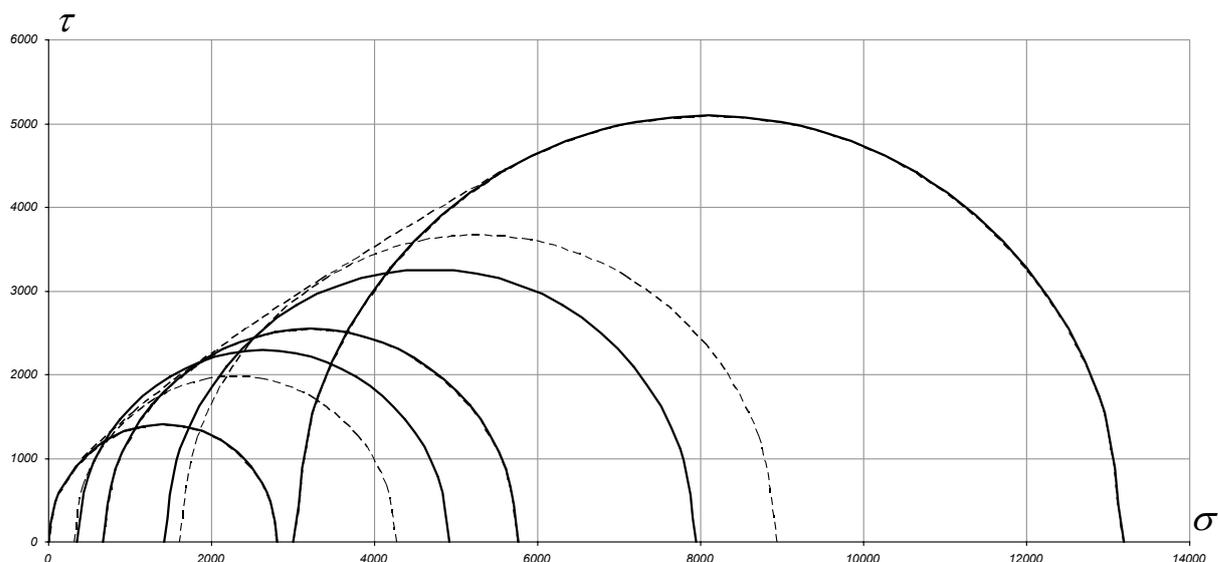


Рис. 7

## Определение предела прочности на растяжение

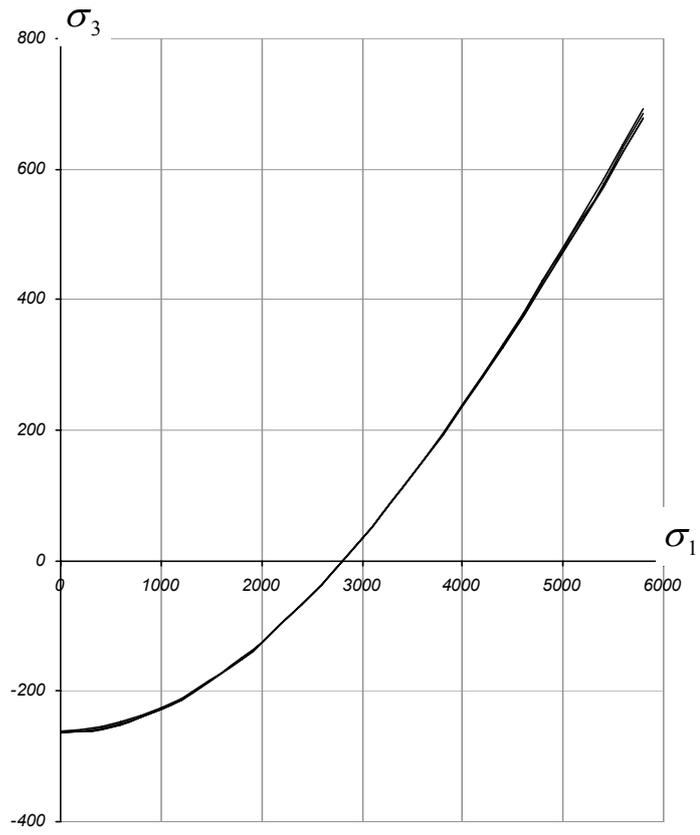
Таблица 3

$c$	$\sigma_1$	$\sigma_3$	$\sigma_c$	$\sigma$	$\tau$	$q$	$z$
0,000	2810,00	0,00	2810	417,73	999,66	2,3931	0,4179
0,070	4273,78	299,16	2810	1040,82	1548,46	1,4877	0,4790
0,116	5760,00	668,16	2810	1734,44	2071,81	1,1945	0,5147
0,178	8939,60	1591,25	2810	3334,91	3126,13	0,9374	0,5578
0,227	13200,00	2996,40	2810	5614,41	4456,36	0,7937	0,5875

Таблица 4

$c$	$\Pi$	$(a - e)^2$	$\kappa^2 / 4$	$\kappa^2$	$\kappa / 2$	$(a + e) / 2$	$\sigma_p$
0,000	22580564,18	100951818,53	2657390,45	10629561,80	1630,15	-1893,84	-263,69
0,070	22710243,99	101577072,27	2684024,07	10736096,30	1638,30	-1901,90	-263,60
0,116	25014544,80	112773933,83	3178938,65	12715754,62	1782,96	-2045,09	-262,13
0,178	27887797,26	126965176,24	3853496,80	15413987,19	1963,03	-2223,64	-260,61
0,227	22580564,18	100951818,53	2657390,45	10629561,80	1630,15	-1893,84	-263,69

Экспериментальный предел прочности на растяжение = 250.



*Puc. 8*

**ДИАБАЗ**

$E = 860000$ ;  $\nu = 0,29$ ;  $\alpha = 0,0524$ ;  $\beta = 0,0023$

Таблица 1

$c$	$\sigma_{IT}^y$	$\sigma_{IP}^y$	$\sigma_1$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_1^n$	$\mu$	$\varepsilon_2^n$	$\varepsilon_1^e$	$\varepsilon_2^e$	$e_1$	$e_2$	$e_1^{OKOH}$	$e_2^{OKOH}$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\lambda^{анр}$	$\Gamma_1^0$	$\frac{\sigma_1}{\sigma_{IP}^y} - 1$	$\Gamma_1^{OKOH}$	$\Gamma_2^{OKOH}$	$\varepsilon_1^{OKOH}$	$\varepsilon_2^{OKOH}$	$\theta$			
0,000	1700	1750	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000			
			500	0,0006	-0,0002								0,0006	-0,0002	0,0006	-0,0002									0,0006	-0,0002	
			1000	0,0012	-0,0003								0,0012	-0,0003	0,0012	-0,0003									0,0012	-0,0003	
			1500	0,0018	-0,0005								0,0017	-0,0005	0,0017	-0,0005									0,0017	-0,0005	
			1700	0,0020	-0,0006	0,0002	1,59	-0,0003	0,0020	-0,0006	0,0020	-0,0006	0,0020	-0,0006	0,0020	-0,0006	0,0003	-0,0003	0,5000	0,0005	0,1429	0,0001	-0,0002	0,0020	-0,0006		
			2000	0,0026	-0,0010								0,0026	-0,0010	0,0023	-0,0007								0,0026	-0,0008	0,0004	
0,068	3400	4100	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000			
			500	0,0005	-0,0001								0,0005	-0,0001	0,0005	-0,0001								0,0005	-0,0001		
			1500	0,0016	-0,0004								0,0016	-0,0004	0,0016	-0,0004								0,0016	-0,0004		
			3000	0,0031	-0,0008								0,0031	-0,0008	0,0032	-0,0007								0,0032	-0,0007		
			3400	0,0035	-0,0009	0,0004	1,37	-0,0005	0,0035	-0,0009	0,0035	-0,0009	0,0035	-0,0009	0,0036	-0,0008								0,0036	-0,0008		
			3500	0,0037	-0,0009								0,0037	-0,0009	0,0037	-0,0009								0,0037	-0,0009		
0,116	3460	4100	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000			
			1000	0,0010	-0,0002								0,0010	-0,0002	0,0010	-0,0002								0,0010	-0,0002		
			2000	0,0019	-0,0004								0,0020	-0,0004	0,0021	-0,0004								0,0021	-0,0004		
			3000	0,0030	-0,0006								0,0030	-0,0006	0,0031	-0,0006								0,0031	-0,0006		
			3460	0,0035	-0,0007	0,0007	2,03	-0,0014	0,0035	-0,0007	0,0035	-0,0007	0,0035	-0,0007	0,0036	-0,0007								0,0036	-0,0007		
			4000	0,0042	-0,0010								0,0042	-0,0010	0,0041	-0,0008				0,0000	0,0000			0,0041	-0,0008		
0,182	5020	5650	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000			
			4000	0,0043	-0,0007								0,0042	-0,0007	0,0039	-0,0006								0,0039	-0,0006		
			5000	0,0053	-0,0009								0,0053	-0,0009	0,0049	-0,0008								0,0049	-0,0008		
			5020	0,0053	-0,0009	0,0006	0,63	-0,0004	0,0053	-0,0009	0,0053	-0,0009	0,0053	-0,0009	0,0049	-0,0008								0,0049	-0,0008		
			5580	0,0060	-0,0012								0,0060	-0,0012	0,0055	-0,0009				0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0055	-0,0009	0,0001	
			6070	0,0070	-0,0015								0,0070	-0,0015	0,0060	-0,0009	0,0010	-0,0006	0,4862	0,0020	0,0743	0,0000	-0,0001	0,0065	-0,0010	0,0001	
0,227	5500	8200	0	0,0000	0,0000						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000									0,0000	0,0000			
			1000	0,0011	-0,0001								0,0009	-0,0001	0,0010	-0,0001								0,0010	-0,0001		
			2000	0,0021	-0,0002								0,0019	-0,0002	0,0019	-0,0002								0,0019	-0,0002		
			3000	0,0029	-0,0002								0,0028	-0,0002	0,0029	-0,0003								0,0029	-0,0003		
			4000	0,0038	-0,0003								0,0037	-0,0003	0,0038	-0,0005								0,0038	-0,0005		
			5500	0,0051	-0,0004	0,0008	0,945	-0,0008	0,0051	-0,0004	0,0051	-0,0004	0,0051	-0,0004	0,0052	-0,0006								0,0052	-0,0006		
			6000	0,0056	-0,0006								0,0056	-0,0006	0,0057	-0,0007								0,0057	-0,0007		
			8000	0,0076	-0,0011								0,0076	-0,0011	0,0076	-0,0009				0,0000	0,0000			0,0076	-0,0009		
			9070	0,0089	-0,0016								0,0089	-0,0016	0,0086	-0,0011	0,0003	-0,0005	0,4828	0,0005	0,1061	0,0001	-0,0001	0,0095	-0,0012	0,0008	

# Полученная единая кривая деформации

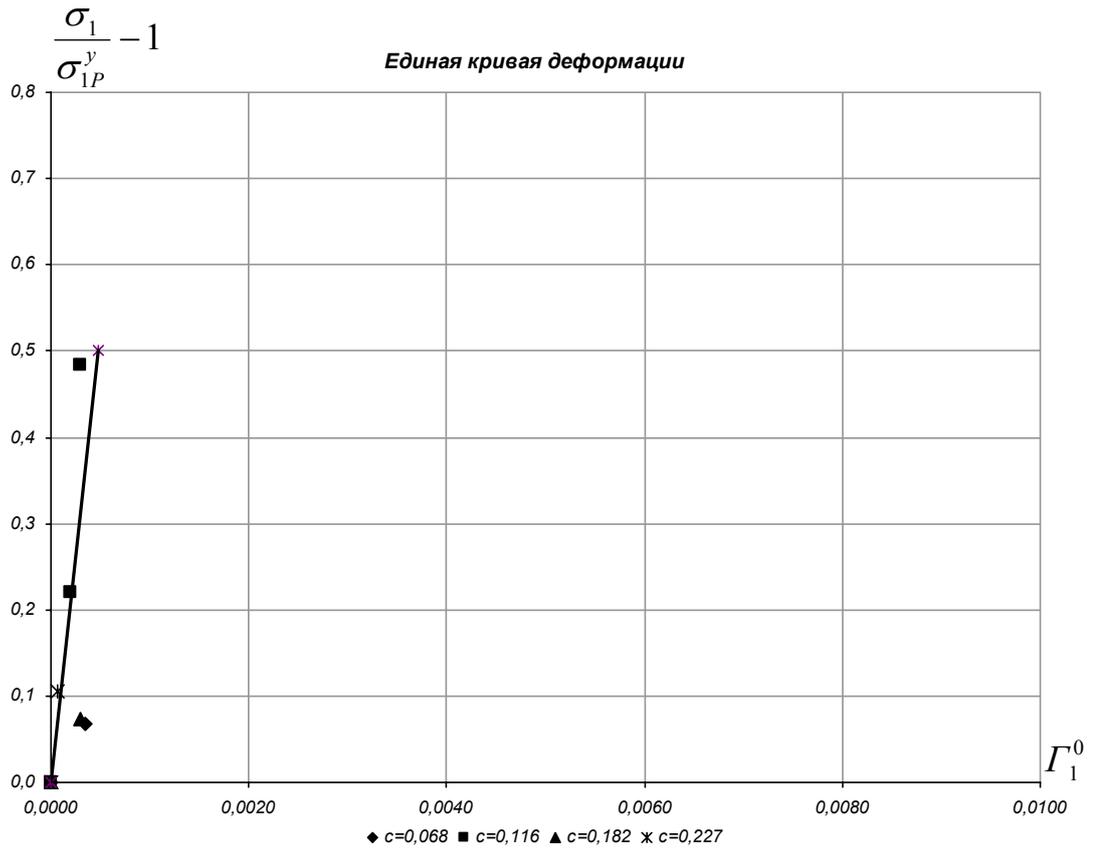


Рис. 1

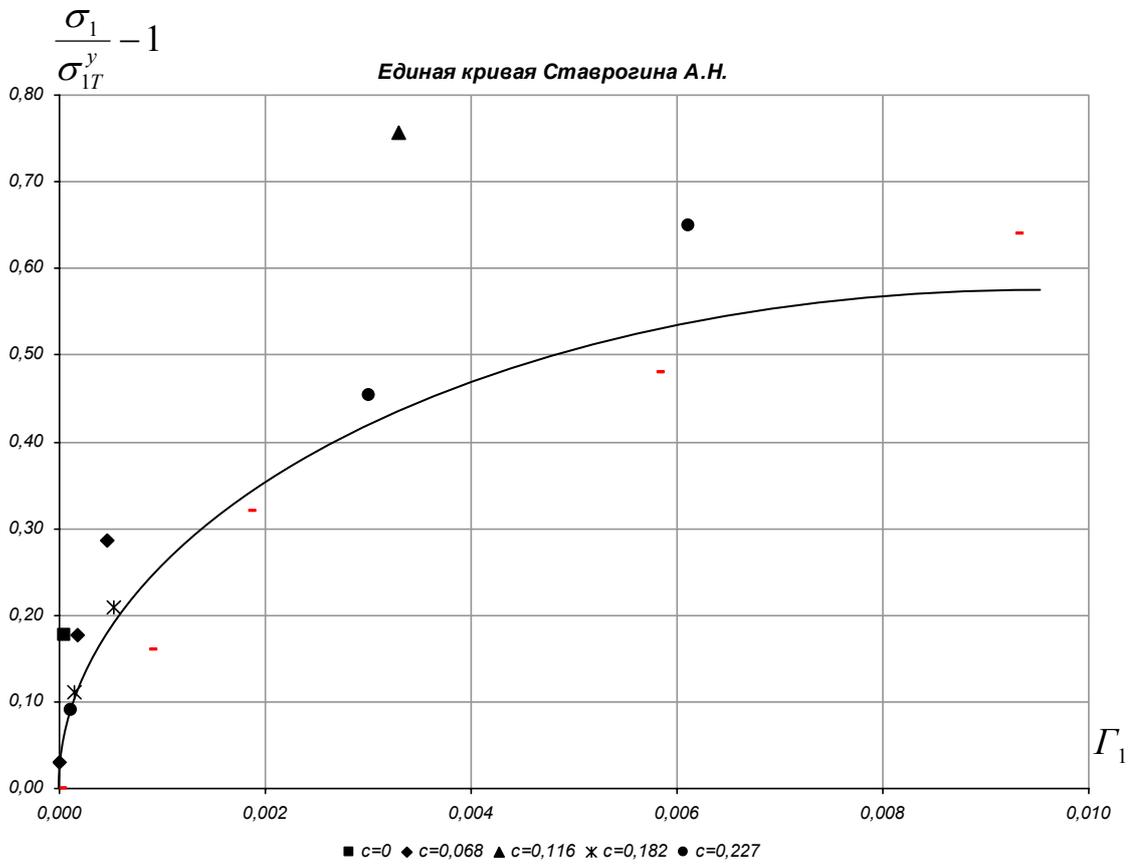
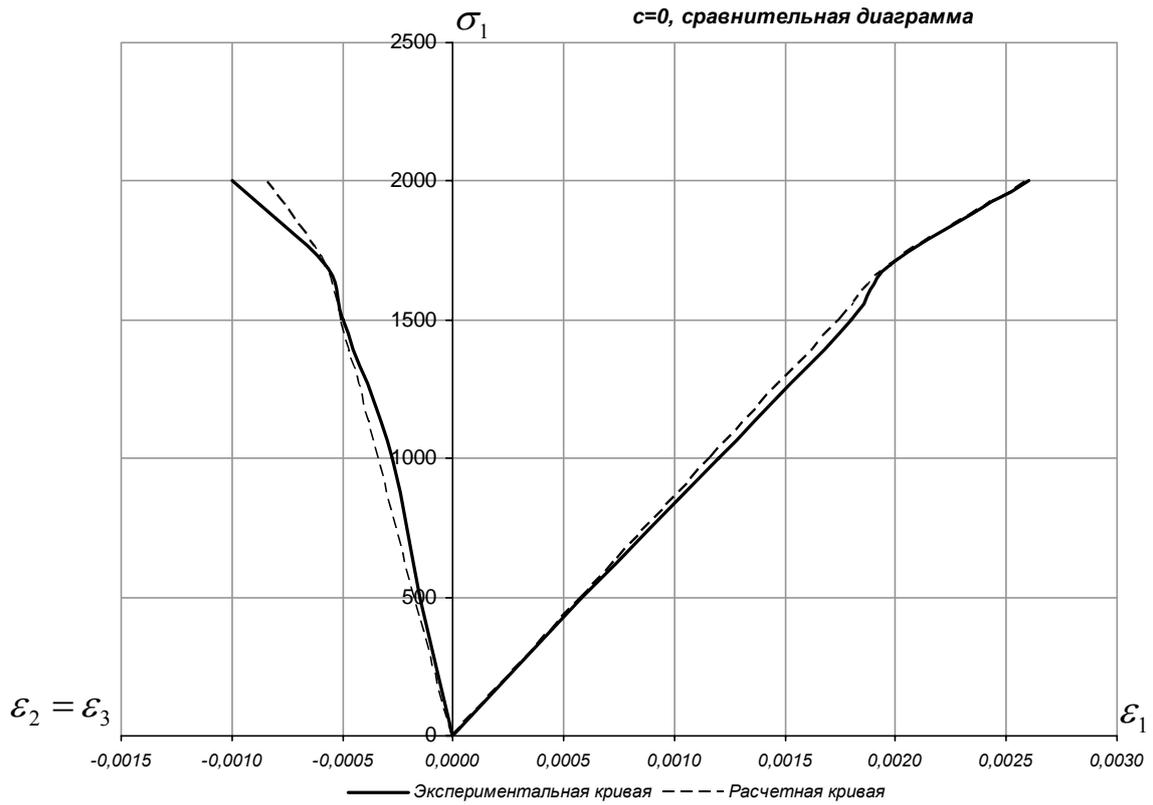
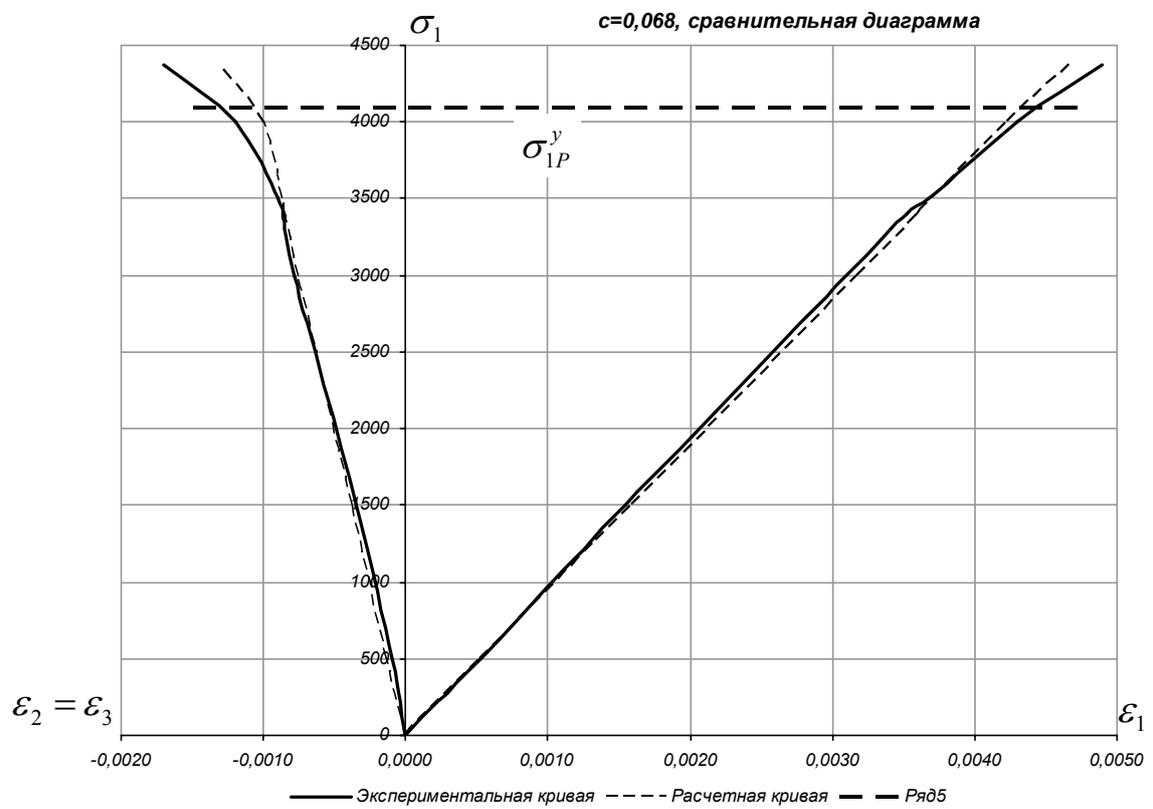


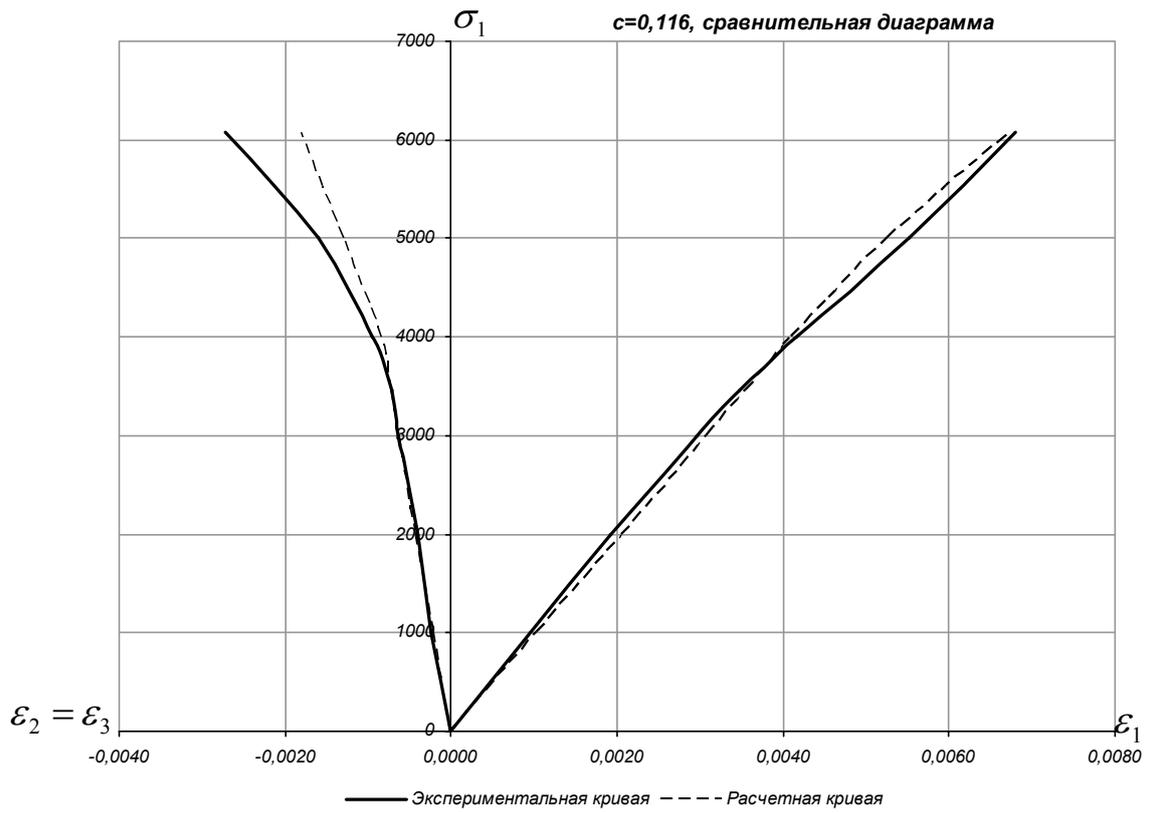
Рис. 2



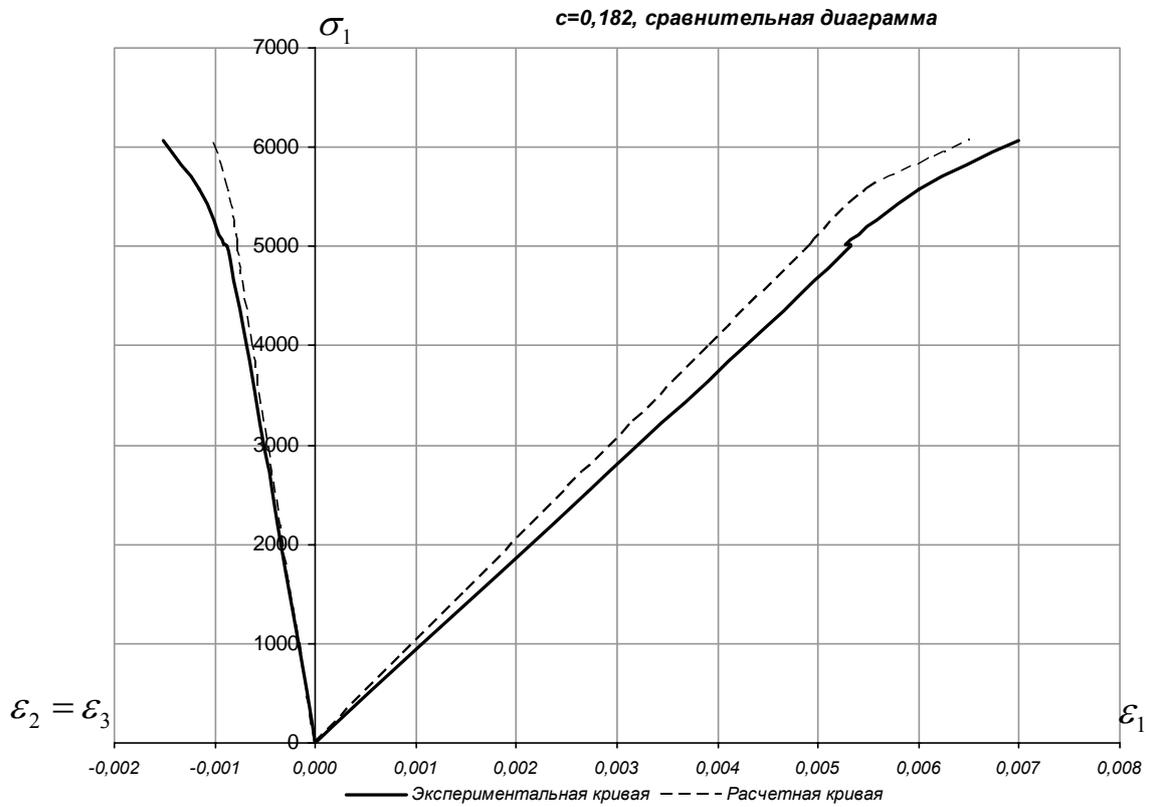
*Рис. 3*



*Рис. 4*



*Рис. 5*



*Рис. 6*

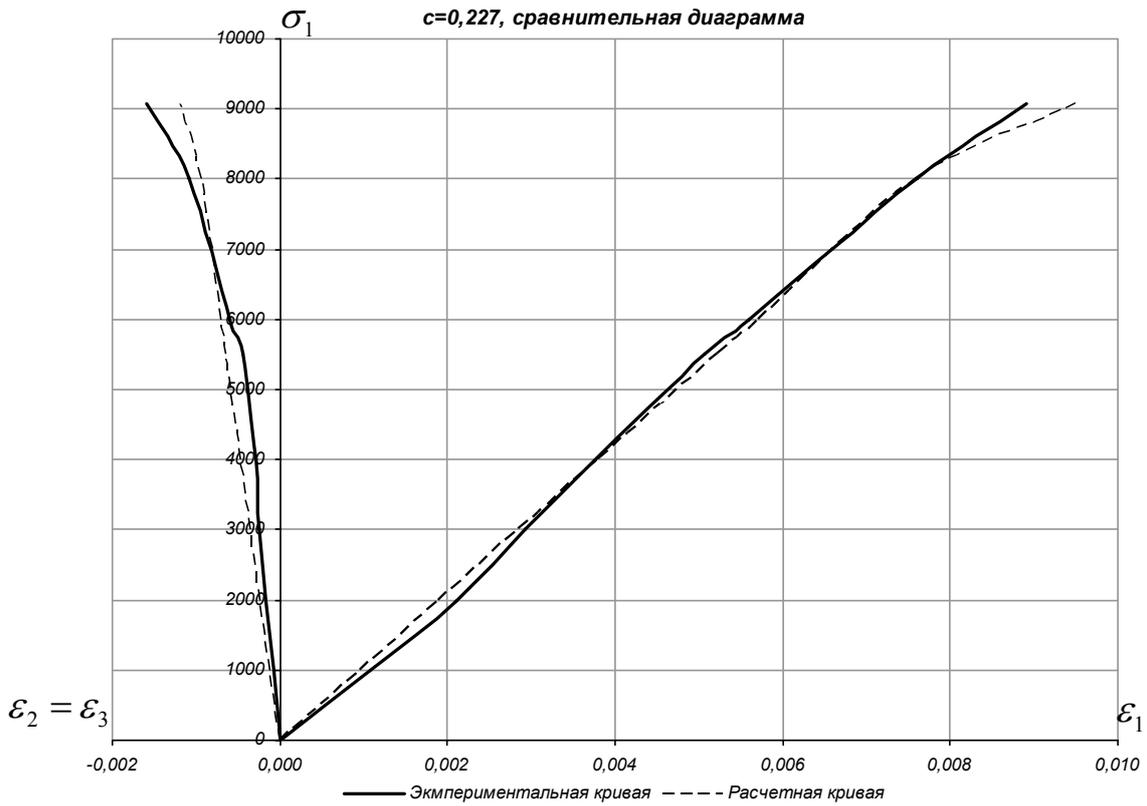


Рис. 7

**Построение огибающей кругов Мора**

$\xi = 2,7015$ , а  $\eta = 7,6650$

Таблица 2

$c$	$\sigma_1^n$	$S_0$	$\sin 2\beta$	$\sigma_1^{расч}$	$(S_0)'_c / S_0$	$(\sin 2\beta)'_c$	$(\sigma_1)'_c$	$\sigma$	$\tau$
0,000	2020	2020,0	0,6000	2020,0	2,7015	-0,8000	8487,1	388,3	796,0
0,068	4365	2514,9	0,5389	2810,7	3,7440	-1,0101	15550,3	712,9	1046,2
0,116	6100	3063,7	0,4858	3755,6	4,4798	-1,2121	24635,4	1138,3	1356,1
0,182	6100	4257,5	0,3936	6100,0	5,4916	-1,6102	50003,3	2273,4	2109,8
0,227	9095	5536,2	0,3125	9095,0	6,1814	-2,0188	87467,1	3812,9	3038,9

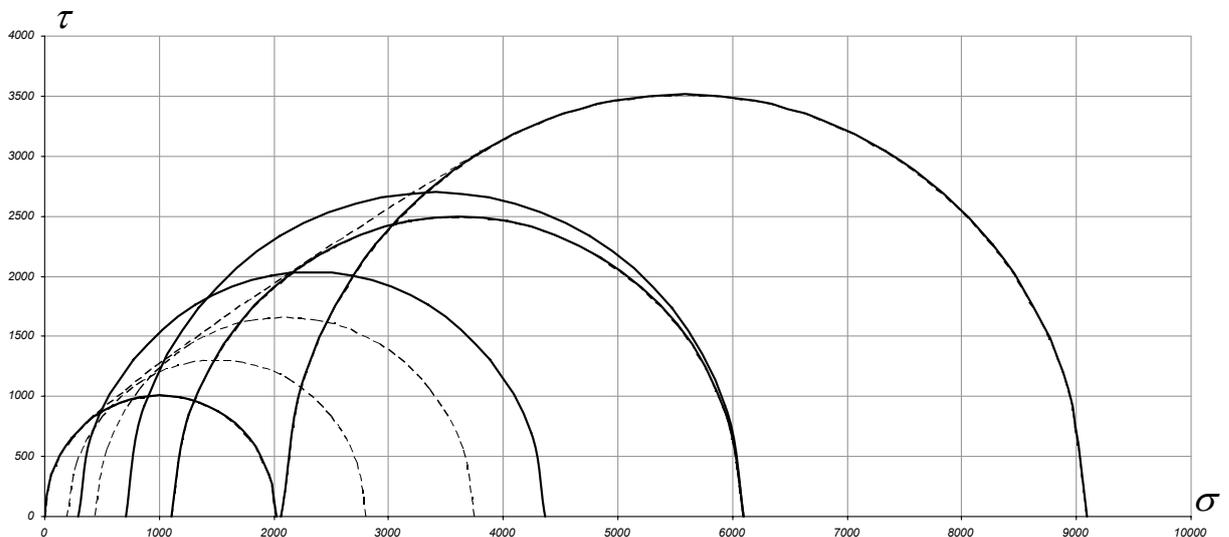


Рис. 8

## Определение предела прочности на растяжение

Таблица 3

$c$	$\sigma_1$	$\sigma_3$	$\sigma_c$	$\sigma$	$\tau$	$q$	$z$
0,000	2020,00	0,00	2020	388,35	796,02	2,0498	0,4879
0,068	2810,68	191,13	2020	712,94	1046,24	1,4675	0,4987
0,116	3755,63	435,65	2020	1138,28	1356,10	1,1914	0,5181
0,182	6100,00	1110,20	2020	2273,44	2109,79	0,9280	0,5514
0,227	9095,00	2064,57	2020	3812,86	3038,87	0,7970	0,5753

Таблица 4

$c$	$\Pi$	$(a - \sigma)^2$	$\kappa^2/4$	$\kappa^2$	$\kappa/2$	$(a + \sigma)/2$	$\sigma_p$
0,000						□	
0,068	863963,37	3693071,48	59304,50	237217,99	243,53	-582,57	-339,05
0,116	1757152,80	7598227,33	142404,03	569616,12	377,36	-687,82	-310,45
0,182	3137270,79	13806533,95	314362,69	1257450,78	560,68	-850,43	-289,75
0,227	4212335,06	18789165,54	484956,32	1939825,29	696,39	-977,10	-280,71

Экспериментальный предел прочности на растяжение = 150.

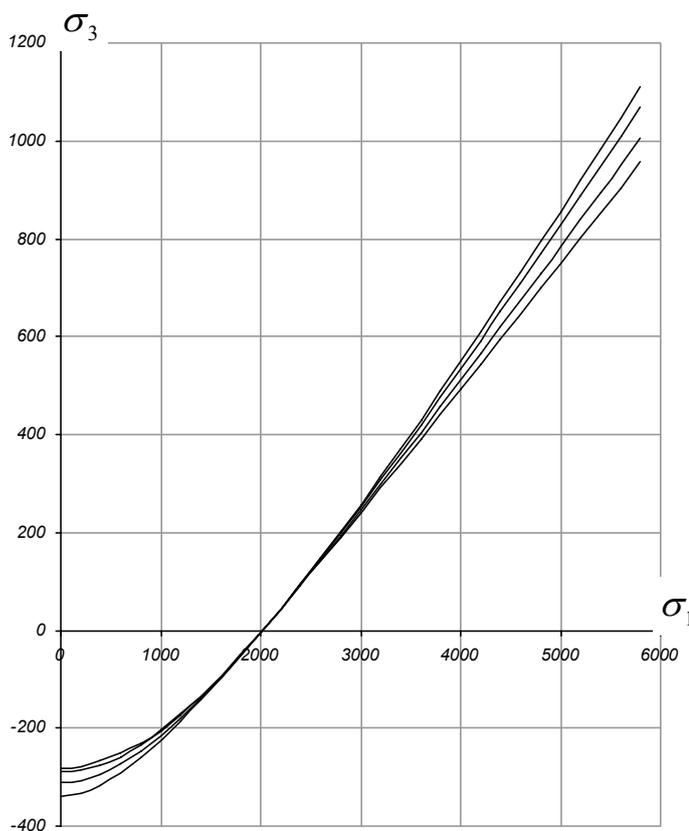


Рис. 8