

**ТЕОРИЯ РАДУЖНОЙ ГОЛОГРАФИИ И ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА ТАЛЬБОТА***Марипов А.**Кыргызский государственный технический университет им. И.Раззакова,**Бишкек, Кыргызская Республика**E-mail: [arapbay2013@yandex.ru](mailto:arapbay2013@yandex.ru)***THEORY OF THE RAINBOW HOLOGRAPHY END THE TALBOT EFFEKT IN HOLOGRAPHY***Maripov A.**Kyrgyz State Technical University named after I Razzakakov,**Bishkek, Kyrgyz Republic**E-mail: [arapbay2013@yandex.ru](mailto:arapbay2013@yandex.ru)*

Установлена общность физической сущности явлений, на первый взгляд далеких друг от друга, Бесщелевой радужной голографии и Эффекта Тальбота в голографии. Теория этих явлений создана и развита на основе габоровского представления предметной волны, используя теории модуляции и Фурье-анализа оптических сигналов. Этот метод позволил исключить узкую апертурную щель из схем записи радужных голограмм, благодаря этому существенно упростилась схема записи радужных голограмм и в 100-1000 раз уменьшилось время экспозиции голограмм. Это существенно увеличило функциональные возможности таких голограмм.

Еще одним из важных моментов является то, что такая голограмма объединяет в себе свойства голограмм Габора, Лейта, Фурье, Бентона и некоторые другие новые свойства. Это позволило создать единую теорию Бесщелевой радужной голографии и Эффекта Тальбота в голографии

**Схема записи бесщелевой радужной голограммы (БРГ)**

Рассмотрим запись голограммы пропускающего объекта (ПО) типа транспарант по внеосевой схеме с коэффициентом пропускания [56-70]

$$t(x_0, y_0) = t_0 + \Delta t(x_0, y_0), \tag{1}$$

где  $t_0$  - постоянная составляющая функции пропускания (с нулевой пространственной частотой),  $\Delta t$  - составляющая с ненулевой пространственной частотой (рис. 1). Тогда, согласно Габору [1], предметную волну, прошедшую через объект, можно представить как

$$\vec{a}(x, y) = a_0 \exp(-i\varphi_0) + a_1 \exp(-i\varphi_1(x, y)), \tag{2}$$

где  $a_0, \varphi_0$  - амплитуда и фаза когерентного фона, соответствующие наличию в (1) члена  $t_0$ ;  $a_1, \varphi_1$  - амплитуда и фаза рассеянной волны, соответствующие  $\Delta t(x_0, y_0)$ .

Для простоты сначала предположим, что голограмма записывается с помощью **плоской предметной волной  $\vec{A}$**  и **плоской опорной волны  $\vec{A}$** , падающей под углом  $\theta$  к оси (рис. 1). При этом предлагается выполнения условия приближения «тени» [71,72]

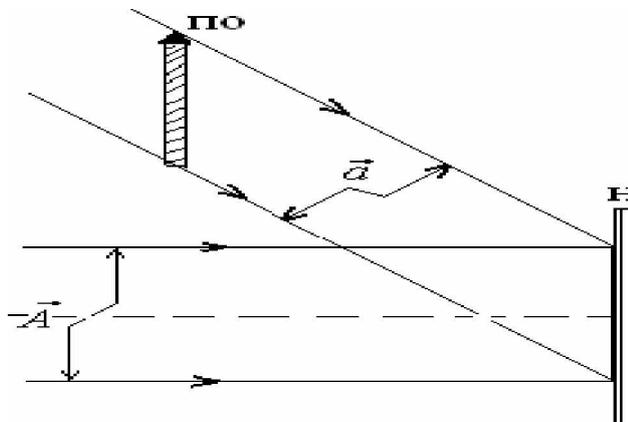


Рис.1. Схема записи радужные голограмма (РГ) пропускающего объекта

где  $l_{\min}$  - минимальная неоднородность поля в плоскости объекта,  $Z$  - максимальная расстояние от объекта до голограммы,  $\lambda$  - длина просвечивающей волны. Выполнение условия (2.1.3) означает, что при освещении объекта осуществляется неискаженный перенос изображения объекта в плоскость голограммы за счет когерентного фона  $a_0$ . Если теневое (сфокусированное) изображение обозначим через  $T^2(x_1, y_1)$ , то  $a_0 \cong T$ . Обозначим координаты объекта через  $(x_0, y_0, z_0)$ , координаты фотопластинки через  $(x_1, y_1, z_1)$ . Оценивая выполнение условия (3) для плоского объекта типа транспарант, имеющего минимальную неоднородность  $l_{\min} = 2\text{мм}$ , освещаемого волной длиной  $\lambda = 0.63\mu\text{м}$ , получим  $z \cong 1,2\lambda$ . интенсивность света падающего света на фотопластинку, будет

$$I(x_1, y_1) = \left| A \exp(-iky_1 \sin \theta) + a_0 \exp(-i\varphi_0) + a_1(x_1, y_1) \exp(-i\varphi_1(x_1, y_1)) \right|^2 = A^2 + T^2 + a_1^2 + 2Aa_1 \cos(2\pi\alpha y_1 - \varphi_1) + 2Ta_1 \cos(\varphi_0 - \varphi_1) + 2AT \cos(2\pi\alpha y_1 - \varphi_0), \tag{4}$$

где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  - волновое число,  $\lambda$  - длина записывающей волны,  $\alpha = \frac{\sin \theta}{\lambda}$  - пространственная частота,

$A^2$  - фоновая засветка,  $T^2$  - неискаженное негативное изображение объекта за счет когерентного фона  $a_0$ ,  $a_1^2$  - негативное размазанное изображение объекта за счет рассеянного компонента поля  $a_1$ .

В этом выражении имеются три интерференционных члена:

$2Aa_1 \cos(2\pi\alpha y_1 - \varphi_1)$  - описывает голограмму Френеля;

$2T a_1 \cos(\varphi_0 - \varphi_1)$  - соответствует голограмма Габора;

$2AT \cos(2\pi x y_1 - \varphi_0)$  - описывает сфокусированное изображение.

Действительно здесь имеет место оптическое переумножение двух функции пространственных переменных  $\vec{T}(x_1, y_1)$  и  $\vec{a}_1(x_1, y_1)$ , одна из которых  $\vec{a}_1(x_1, y_1)$  описывает структуру объекта, а вторая  $\vec{T}(x_1, y_1)$  - структуру опорной волны в плоскости голограммы. Третий член  $2AT \cos(2\pi x y_1 - \varphi_0)$  представляет собой произведение «сфокусированного» изображения объекта  $T$  на интерференционную картину параллельных линий (одномерная периодическая решетка) с пространственной частотой  $\alpha$ , локализованных на самой голограмме. Этот процесс записи происходит по схеме голограммы сфокусированных изображений без фокусирующих линз за счет выполнения условия (3). Если при регистрации голограммы и ее обработке выполнены условия, при которых прозрачность фотопластинки оказывается пропорциональной  $I(x_1, y_1)$ , то выражение (4) с точностью до постоянного множителя описывает функцию амплитудного пропускания голограммы объекта,

$$\tau(x_1, y_1) = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 + \tau_5 + \tau_6, \tag{5}$$

Такую голограмму будем подвергать процессу отбеливания так, чтобы она превратилась фазовую. При этом фоновой ( $A^2$ ) и негативные ( $O^2, \dot{a}_1^2$ ) изображения устраняются и компоненты  $\tau_1, \tau_2$  и  $\tau_3$  будут соответствовать постоянной составляющей коэффициента пропускания голограммы. Амплитуды интерференционных членов принимают постоянные значения по всей плоскости голограммы.

При освещении такой голограмм нормально падающей плоской волной с амплитудой  $\vec{A}$ , первые три члена коэффициенты пропускания  $\tau_1, \tau_2$  и  $\tau_3$  не меняют направления и структуру падающей волны, она просто ослабляется. За счет компонента  $\tau_4$  восстанавливаются волны, описывающие действительное и мнимое изображения объекта, наблюдаемые под углами  $\pm \theta$  и на расстояниях  $\pm z_0$  от голограммы (изображения Френеля). Взаимодействие падающей волны с компонентом пропускания  $\tau_5$  приводит к восстановлению изображения Габора. Эти изображения лежат на оптической оси, пространственно не разделены. Необходимым условием для наблюдения этих изображений является условия  $|t_0| \gg |\Delta t|$ .

Компоненты  $\tau_4$  и  $\tau_5$  отличаются только постоянными и фазовыми множителями (после отбеливания)  $\exp(i\varphi_0)$  и  $\exp(2\pi\alpha y_1)$ . Следовательно, соответствующие восстановленные изображения идентичны. Восстанавливающая волна за счет компонента  $\tau_6$  формирует «сфокусированное» изображение объекта на самой голограмме и три пучка соответствующие трем порядкам дифракции. Эти волны, соответствующие  $\pm 1$  порядкам, переносят с собой «сфокусированное» изображение объекта, так как волна нулевого порядка не несет информации.

Рассмотрим восстановления изображений объекта при различных условиях освещения:

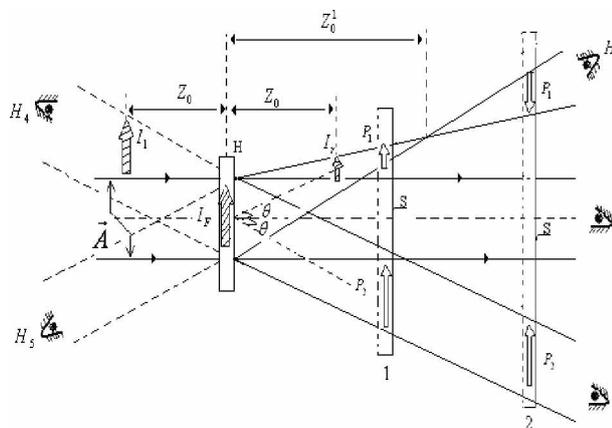


Рис.2. Схема освещения голограммы плоской волной  $\vec{A}$ :

1. Гол로그램 освещается когерентной плоской волной  $\vec{A}$ , падающей нормально к голограмме  $I$  (рис.2.).

$H$ -гологрмма;  $I_r, I_1$  и  $I_F$  -соответственно действительное, мнимое и сфокусированное изображения объекта;  $P_1$  и  $P_2$  - проекционные изображения объекта;  $S$  -экран; 1,2- пространственные положения экрана  $S$ .

При этом восстанавливаются действительное  $I_r$  и мнимое  $I_1$  изображения объекта, расположенные симметрично относительно голограммы на расстоянии  $\pm z_0$  от голограммы и сфокусированное изображение объекта  $I_F$  на самой голограмме. С целью упрощения рисунка, восстановленные изображения Габора не показаны (в нулевом порядке дифракции). Кроме этих изображений, возникают два проекционных изображения объектов  $P_1$  и  $P_2$  под углами  $\pm\theta$  от оси голограммы, которые можно наблюдать на экране  $S$ . С приближением экрана  $S$  к голограмме эти изображения перекрываются волной нулевого порядка и в плоскости голограммы совпадают с изображением  $I_F$ .

С удалением экрана  $S$  от голограммы изображение  $P_1$  сначала уменьшается и на расстоянии  $z_0'$  ( $z_0'$  -расстояние от точечного источника предметной волны до голограммы) оно превращается в его Фурье-спектр[73].

При дальнейшем удалении экрана  $S$ , изображение  $P_1$  поворачивается на  $180^\circ$  и увеличивается. В то же время пространственная ориентация и четкость изображения (в пределах расстояния, определяемого условием (2.1.3)) с удалением экрана не меняются, только увеличиваются его размеры. Проекционные изображения объекта (прозрачные буквы на темном фоне) приведены на рис.2.1.4. а). Это фотография получена на фотопленке (без фотоапарата), расположенной на пути изображения  $P_1$  вместо экрана  $S$  на расстоянии  $1M$  от голограммы.

#### Гол로그램 освещается белым светом

При этом она ведет себя как **радужная**. Яркое контрастное изображение объекта, **локализованное на самой голограмме**, можно наблюдать как в отраженном, так и в проходящем свете под углом  $\theta_k$  к оси, в пределах некоторого телесного угла  $\alpha_{\max}$ , определяемого пространственной частотой объекта (индекс  $k$  показывает, что под углом  $\theta_k$  наблюдается изображение, восстановленное светом длиной волны  $\lambda$ ). При этом наблюдается не полное изображение объекта, а некоторая его полоса. Изменяя угол наблюдения в пределах телесного угла, можно просмотреть все поле изображения, установив при этом, что окраска изображения изменяется

Отбеленные голограммы пропускающих объектов, записанные по внесосевой схеме, обладают свойствами голограммы Габора, Френеля, Фурье, и сфокусированного изображения. Кроме того, восстанавливаются два проекционных изображения объекта;

При освещении такой голограммы белым светом она ведет себя как радужная. Яркое контрастное изображение объекта, локализованное на самой голограмме, наблюдается как в отраженном, так и в проходящем свете.

#### Литература

1.Марипов. А Особенности голограммы пропускающих объектов. Известия академия наук Киргизской ССР, №6, 1986.-с.48-53.

2.Maripov A. Rainbow Holography new aspects.// Proc.Soviet-Chinese joint seminar « Holography and optical information processing» (SCJSHOIP-91), BISHKEK, 1991.- P.-37-190.

3. Исманов Ю.Х., Кулмурзаев Н.М. Влияние фазовых сред на эффект Тальбота. Международная конференция «Развитие информационно-коммуникационных технологий в информационном обществе: состояние и перспективы», Бишкек, 2005.-с.98-103.

**О ПОЛУОГРАНИЧЕННОСТИ ОПЕРАТОРА А**

*Кабакбаев С.Ж.*

*Казахская Академия Транспорта и Коммуникации имени М.Тынышпаева,  
г.Алматы, Казахстан, zsatbay@mail.ru*

**ON SEMI-BOUNDED OPERATOR A**

*Kabakbaev S.Zh.*

*Kazakh Academy of Transport and Communication named M. Tynyshpaev,  
Almaty, Kazakhstan, zsatbay@mail.ru*

Рассматриваются параболические уравнения  $\partial_t u = -Au + f_0$ ,  $u|_{t=0} = f_1$  второго порядка с неотрицательной квадратичной формой  $a(x, \zeta)$ , соответствующей пространственным переменным. Эта форма вырождается на границе области:  $a(x, \nu) = 0$ , где  $\nu$  – вектор нормали, что соответствует условию непротекания через границу. Введены специальные функциональные пространства  $E^s$  с весом. Доказана полуограниченность оператора  $A$  в этих пространствах с произвольным  $s$ :  $(Av, v)_{E^s} \geq -C\|v\|_{E^s}^2$ .

Consider parabolic equation of second order  $\partial_t u = -Au + f_0$ ,  $u|_{t=0} = f_1$  with nonnegative quadratic form corresponding to the spatial variables  $a(x, \zeta)$ . This form is degenerate on the boundary  $a(x, \nu) = 0$ , where the  $\nu$  – normal vector, which corresponds to the condition of impermeability across the border. Special function spaces  $E^s$  with weight. Prove semiboundedness operator  $A$  in these spaces with arbitrary  $s$ :  $(Av, v)_{E^s} \geq -C\|v\|_{E^s}^2$ .

Пусть  $\Omega \in R^m$  ограниченная область с гладкой границей  $\partial\Omega$ . Рассматривается параболическое уравнение вида

$$\partial_t u = -Au, \quad u(0) = f, \tag{1.1}$$

где оператор  $A$  определяется формулой

$$Au = -\sum_{i,j=1}^m \partial_i (a_{ij}(x) \partial_j u) - \sum_{i=1}^m a_i(x) \partial_i u + a_{00}(x)u. \tag{1.2}$$

При этом  $a_{ij}(x) = a_{ji}(x)$ ,  $a_{ij}(x)$ ,  $a_i(x)$ ,  $a_{00}(x)$  принадлежат множеству бесконечно гладких функций на  $\bar{\Omega}$ . На коэффициенты оператора  $A$  накладываются следующие условия:

$$\sum_{i,j=1}^m a_{ij}(x) \xi_i \xi_j \geq 0, \quad \forall \xi \in R^m, \quad x \in \bar{\Omega} \tag{1.3}$$

и условия вырождения на границе

$$\sum_{i,j=1}^m a_{ij}(x) \nu_i(x) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m, \tag{1.4}$$

$$\sum_{j=1}^m a_j(x) \nu_j(x) = 0 \tag{1.5}$$

при  $x \in \partial\Omega$ , где  $\nu(x) = (\nu_1(x), \nu_2(x), \dots, \nu_m(x))$  – внутренняя нормаль в точке  $x \in \partial\Omega$ .

Для получения априорной оценки гладких решений уравнения (1.1) мы используем вблизи границы в области  $\Omega$  локальные замены переменных. Чтобы получить область с локально выпрямленной границей в окрестности точки  $z_k \in \partial\Omega$ ,  $k = 1, 2, \dots, N_1$ , берем новую ортогональную систему координат  $x$ , в которой граница задается уравнением

$$x_m = \psi(x_1, x_2, \dots, x_{m-1}), \quad \psi = \psi_k.$$

При этом  $\psi = \psi_k$  бесконечно гладкая функция. Мы осуществляем в окрестности  $z_k$  следующую замену переменных

$$y_{(k)} = \psi_k(x),$$

где  $y_{(k)} = (y_1, \dots, y_m)$  определяются формулами

$$y_1 = x_1, y_2 = x_2, \dots, y_m = x_m - \psi(x_1, x_2, \dots, x_{m-1}). \quad (1.6)$$

Очевидно, что условие  $x \in \partial\Omega$  после замены переменной имеет вид  $y_m = 0$ . Эта замена обратная (обратная замена обозначается  $z = \Phi_k(y_{(k)})$ ). После замены переменной оператор  $A$  записывается в таком виде

$$Au(y) = -\sum_{i,j=1}^m \partial_i(b_{ij}(y)\partial_j u) - \sum_{j=1}^m b_j(y)\partial_j u + b_{00}(y)u. \quad (1.7)$$

Для коэффициентов оператора  $A$ , определяемого формулой (1.7), условия (1.3), (1.4), (1.5) имеют тот же вид, а именно, в малой окрестности  $z_k$

$$\sum_{i,j=1}^m b_{ij}(y)\xi_i\xi_j \geq 0 \quad \forall \xi \in R^m, \quad (1.8)$$

$$b_{im}(y) = 0 \text{ при } y_m = 0, i = 1, \dots, m, \quad (1.9)$$

$$b_m(y) = 0 \text{ при } y_m = 0. \quad (1.10)$$

Пусть  $\omega_k, \Omega_k, U_k, \omega'_k$  окрестности точки  $z_k \in \partial\Omega, k = 1, \dots, N_1$ , а именно

$$\omega_k = \{x \in R^m : |z_k - x| \leq \delta\} \cap \bar{\Omega}, \quad k = 1, \dots, N_1, \quad (1.11)$$

$$\omega'_k = \{x \in R^m : |z_k - x| \leq 2\delta\} \cap \bar{\Omega}, \quad k = 1, \dots, N_1, \quad (1.12)$$

$$\Omega_k = \{x \in R^m : |z_k - x| \leq 4\delta\} \cap \bar{\Omega}, \quad k = 1, \dots, N_1, \quad (1.13)$$

$$U_k = \{x \in R^m : |z_k - x| \leq 16\delta\} \cap \bar{\Omega}, \quad k = 1, \dots, N_1, \quad (1.14)$$

где  $\delta$  достаточно малое число. Области  $\omega_0, \Omega_0$  таковы, что

$$\omega_0 = \Omega \setminus O_{\delta/2}(\partial\Omega), \quad \Omega_0 = \Omega \setminus O_{\delta/4}(\partial\Omega), \quad \omega_0 \subset \Omega_0,$$

$$\bar{\Omega} \subset \omega_0 \cup \left( \sum_{k=1}^{N_1} \omega_k \right), \quad \Omega \setminus \bigcup_{k=1}^{N_1} \omega_k \subset \Omega_0, \quad \bar{\Omega} \cap \partial\Omega = \emptyset.$$

В  $\Omega_0$  берем  $y_0 = x$ . В каждой области  $U_k, k = 1, \dots, N_1$ , определена замена (1.6), в  $\Omega_0$  замена тождественна. В каждой области  $\Omega_k, k = 1, \dots, N_1$ , после сдвига точки  $z_k$  в нуль и поворота осей координат, при котором нормаль к  $\partial\Omega$  в точке  $z_k$  переходит в ось  $y_m = y_{(k),m}$  и после замены переменных (1.6)  $\bar{\Omega}_k$  переходит в часть полупространства  $y_m \geq 0$ , причем образ области  $U_k$  содержится в области  $U$ , где  $U$  определяется формулой

$$U = \{|y| \leq 20\delta, y_m \geq 0\}. \quad (1.15)$$

Очевидно при малых  $\delta$  замена (1.6) близка к тождественной в  $U_k$ . Используем разбиение единицы  $\varphi_k(x), k = 1, \dots, N_1$ , обладающее свойствами

$$1) \varphi_k(x) \in C_0^\infty(\bar{\Omega});$$

$$2) \sum_{k=0}^{N_1} \varphi_k(x) = 1 \quad x \in \Omega;$$

$$3) \text{Supp}\varphi_k(x) \subset \omega'_k;$$

$$4) \varphi_k(x) \geq C_1 > 0 \text{ при } x \in \omega_k, k = 0, \dots, N_1.$$

Будем в дальнейшем везде предполагать, что в областях определены замены переменных формулами (1.6), причем  $\Psi(U_k) \subset U$ , где  $U$  определяется формулой (1.15). Пусть

$$U' = \{y : y_m \geq 0, |y| \leq 4\delta\}. \quad (1.16)$$

Предполагается, что  $\delta$  настолько мало, что при замене  $y = \Psi(x)$  полусфера  $U'$  содержится в  $\Psi(U_k)$ , где  $U_k$  определяется формулой (1.14), т.е.  $U' \subset \Psi(U_k) \subset U$ , и, что  $\Psi(\omega'_k) \subset U'$ . Введем при целом положительном  $s$  пространство  $E^s$  со скалярным произведением

$$(u, v)_{E^s} = \sum_{k=1}^{N_1} \int_{\Omega_k} \varphi_k(y_{(k)}) \sum_{|\alpha| \leq s} y_{(k),m}^{\alpha_m} |\partial^\alpha u| |\partial^\alpha v| dy_{(k)} + \int_{\Omega_0} \varphi_0(y_0) \sum_{|\alpha| \leq s} |\partial^\alpha u| |\partial^\alpha v| dy_0 \quad (1.17)$$

(здесь  $\partial^\alpha = \partial_1^{\alpha_1} \dots \partial_m^{\alpha_m}$ ,  $\partial_i = \partial / \partial x_i$ ,  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_m)$ ,  $\alpha_m - m$ -я координата  $\alpha$ ).

Норма в пространстве  $E^s$  определяется формулой

$$\|u\|_{E^s}^2 = (u, u)_{E^s}. \quad (1.18)$$

**ЛЕММА 1.1.** Пусть разбиение единицы  $\varphi_k(y)$  удовлетворяет условиям 1)-4). Тогда при  $k = 1, \dots, N_1$  справедливо следующее неравенство

$$\int_{\Omega_k} \sum_{|\beta| \leq s} y_{(k),m}^{\beta_m} |\partial^\beta u|^2 dy_{(k)} \leq C \|u\|_{E^s}^2, \quad (1.19)$$

где  $\|u\|_{E^s}^2$  определяется формулой (1.18). Такое же неравенство (1.19) справедливо в случае  $k = 0$ , если заменить  $(y_{(0),m})^{\beta_m}$  на 1.

Рассмотрим, как преобразуются частные производные  $\partial^\alpha u$  при замене координат  $y = y_{(k)} = \Psi_{(k)}(x)$  в области  $\omega_{ki}$  на координаты  $x = y_{(ki)}$  в этой же области,  $x = \Phi(y)$ ,  $x_m = 0$  при  $y_m = 0$ . Замена осуществляется по формуле

$$\frac{\partial u}{\partial y_i} = \sum_{j=1}^m \frac{\partial u}{\partial x_j} \Phi_{ji}, \quad \text{где } \Phi_{ji} = \frac{\partial \Phi_j}{\partial y_i}. \quad (1.20)$$

**ЛЕММА 1.2.** При указанной замене  $x = \Phi(y)$  при  $i \neq m$ , функция  $\Phi_{mi}$  и  $\partial_y^\beta \Phi_{mi}$  ( $\beta_m = 0$ ) имеет нуль первого порядка при  $x_m = 0$ , т.е.  $\text{ord} \partial_y^\beta \Phi_{mi} \geq 1$  при  $i \neq m, \beta_m = 0$ . Очевидно, после замены, пользуясь (1.23), мы получаем

$$\partial_y^\beta u = \sum_{|\alpha| \leq |\beta|} q_{\alpha,\beta} \partial_x^\alpha u.$$

**ЛЕММА 1.3.** Справедливо неравенство  $\text{ord} q_{\alpha,\beta} \geq \max(\alpha_m - \beta_m, 0)$ .

**ЛЕММА 1.4.** Пусть  $x = y_{(ki)}$  и  $y = y_{(k)}$  две невырожденные системы координат в  $\omega_{ki}$ , причем  $\partial \Omega = \{x_m = 0\} = \{y_m = 0\}$  в  $\omega_{ki}$ . Тогда при  $|\beta| \leq s$  справедливо о неравенство

$$\int_{\omega_{ki}} \varphi_{ki}(y) |y_m|^{\beta_m} |\partial^\beta u|^2 dy \leq C \int_{\omega_{ki}} \varphi_{ki}(x) \sum_{|\alpha| \leq s} |x_m|^{\alpha_m} |\partial^\alpha u|^2 dx. \quad (1.21)$$

**ПРЕДЛОЖЕНИЕ 1.1.** Пространство  $E^s$ , где  $s$  – целое положительное число, обладает следующими свойствами:

- а)  $E^s$  – гильбертово пространство, причем  $H^s \subset E^s$ ;
- б)  $E^{3s} \subset H^s$ . Здесь  $H^s = W_2^s(\Omega)$  – пространство Соболева.

Пункт а) очевиден, пункт б) является следствием следующей леммы.

**ЛЕММА 1.5.** Пусть  $2p \geq 0$  – целое число. Пусть  $r = (r_1, r_2, \dots, r_m), r_m \geq p$ . Пусть  $\Omega_k, k = 1, \dots, N_1$ , определяется формулой (1.13),  $y = y_{(k)}$  – замена определяемая формулой (1.6). Пусть  $\varphi = \varphi_k$  – функция разбиения единицы. тогда при  $k = 1, \dots, N_1$ , справедливо следующее неравенство

$$\int_{\Omega_k} \varphi_k y_{(k),m}^p |\partial_{y_{(k)}}^r|^2 dy_{(k)} \leq C \|E\|_{E^{|r|+2(r_m-p)}}^2, \quad (1.22)$$

где  $\|\cdot\|_{E^s}$  – норма в пространстве  $E^s$ .

Пусть

$$Au = A_2u = -\sum_{i,j=1}^m \partial_i(a_{ij}(x)\partial_j u). \quad (1.23)$$

ТЕОРЕМА 1.1. Пусть оператор  $A = A_2$  где  $A_2$  определяется формулой (1.23). Пусть коэффициенты  $a_{ij}$  класса  $C^{s+2}(\bar{\Omega})$  и выполняются условия (1.3), (1.4). Пусть  $E^s$  - пространство с нормой (1.17), где  $s$  - целое число. Тогда при  $u \in C^{s+2}(\bar{\Omega})$  справедливо неравенство

$$(-A_2u, u)_{E^s} \leq C \|u\|_{E^s}^2. \quad (1.24)$$

Пусть

$$A_1u = \sum_{i=1}^m a_i \partial_i u. \quad (1.25)$$

Пусть при  $x \in \partial\Omega$  выполнено условие

$$\sum_{i=1}^m a_i v_i = 0, \quad (1.26)$$

где  $v_i = \cos(v, x_i)$ ,  $v$  - внутренняя нормаль в точке  $x \in \partial\Omega$ .

ТЕОРЕМА 1.2. Пусть оператор  $A_1$  определяется формулой (1.25), где  $a_i$  - функции класса  $C^{s+1}(\bar{\Omega})$ . Пусть выполнено условие (1.26). Пусть  $E^s$  - пространство с нормой (1.17), где  $s \geq 0$  - целое число. Тогда справедливо неравенство

$$|(A_1u), u| \leq C \|u\|_{E^s}^2. \quad (1.27)$$

#### Литература

1. Бабин А. В. О связи аналитических свойств операторных функций и гладкости решений вырождающихся дифференциальных уравнений // Функцион. анализ и его прил. 1988. Т. 22. JM. С. 60-61.
2. Бабин А.В., Кабакбаев С.Ж. О гладкости вплоть до границы решений параболических уравнений с вырождающимся оператором // Математический сборник. 1994. Том 185, №7 С.13-38.
3. Babin A. V. Iterations of Differential Operators. N.Y.: Gordon and Breach, 1989

УДК 517.948

### ОБ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Сулайманов Б. Э., Мырзапаязова З.К., Токтогулова А.Ш.  
Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова,  
Бишкек, Кыргызская Республика

#### TNE INVERSE PROBLEM FOR integral-DIFFERENTIAL EQUATIONS

Sulaymanov B. E., Merzahaiazova Z.K., Toktogulova A.Sh.  
Kyrgyz State Technical University named after I. Razzakov, Bishkek, Kyrgyz Republic

Бул жумушта биринчи тартыптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелерге коюлган тескери маселелер каралган Маселенин чечилиш шарттары аныкталган. биринчи тартыптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелерге коюлган тескери маселенин чечиминин жашашы жана жалгыздыгы жонундогу теорема далилденген.

В данной работе рассматривается обратная задача для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. Установлено условие разрешимости обратной задачи. Доказана теорема существования и единственности обратных задач для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. Аннотация

In this given work the inverse problem for integral-differential equations is considered for solving the inverse problem is set. The theorem of existing and unity of inverse problem for nonlinear integral-differential equations is proved.

$$Au = A_2u = -\sum_{i,j=1}^m \partial_i(a_{ij}(x)\partial_j u). \quad (1.23)$$

ТЕОРЕМА 1.1. Пусть оператор  $A = A_2$  где  $A_2$  определяется формулой (1.23). Пусть коэффициенты  $a_{ij}$  класса  $C^{s+2}(\overline{\Omega})$  и выполняются условия (1.3), (1.4). Пусть  $E^s$  - пространство с нормой (1.17), где  $s$  - целое число. Тогда при  $u \in C^{s+2}(\overline{\Omega})$  справедливо неравенство

$$(-A_2u, u)_{E^s} \leq C \|u\|_{E^s}^2. \quad (1.24)$$

Пусть

$$A_1u = \sum_{i=1}^m a_i \partial_i u. \quad (1.25)$$

Пусть при  $x \in \partial\Omega$  выполнено условие

$$\sum_{i=1}^m a_i v_i = 0, \quad (1.26)$$

где  $v_i = \cos(v, x_i)$ ,  $v$  - внутренняя нормаль в точке  $x \in \partial\Omega$ .

ТЕОРЕМА 1.2. Пусть оператор  $A_1$  определяется формулой (1.25), где  $a_i$  - функции класса  $C^{s+1}(\overline{\Omega})$ . Пусть выполнено условие (1.26). Пусть  $E^s$  - пространство с нормой (1.17), где  $s \geq 0$  - целое число. Тогда справедливо неравенство

$$|(A_1u), u| \leq C \|u\|_{E^s}^2. \quad (1.27)$$

### Литература

1. Бабин А. В. О связи аналитических свойств операторных функций и гладкости решений вырождающихся дифференциальных уравнений // Функцион. анализ и его прил. 1988. Т. 22. JM. С. 60-61.
2. Бабин А.В., Кабакбаев С.Ж. О гладкости вплоть до границы решений параболических уравнений с вырождающимся оператором // Математический сборник. 1994. Том 185, №7 С.13-38.
3. Babin A. V. Iterations of Differential Operators. N.Y.: Gordon and Breach, 1989