МАТЕМАТИКА, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ФИЗИКА

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ФИЗИКЕ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЫ

Жайнаков А.
Кыргызский государственный технический университет им. И.Раззакова,
Институт горного дела и горных технологий имени академика У. Асаналиева,
Бишкек, Кыргызская Республика
jainakov-41@mail.ru

INFORMATION TECHNOLOGIES AND MATHEMATICAL MODELING IN LOW TEMPERATURE PLASMA PHYSICS

Zhaynakov A.
Kyrgyz State Technical University after I.Razzakov
Institution of Mine and Mountain Technologies named after academician U. Asanalieva,
Bishkek, Kyrgyz Republic
jainakov-41@mail.ru

Рассмотренные основные этапы становления вычислительной школы Кыргызстана в области численного моделирования в физике низкотемпературной плазмы. Подчеркивается важная роль современных вычислительных средств и новых компьютерных технологий в решении ресурсоемких задач магнитной газовой динамики.

Considered the main stages of the computing scale of Kyrgyzstan in the field of numerical simulation of low-temperature plasma physics. Highlights the important role of modern computational tools and new computer technologies in solving demanding tasks magnetic gas dynamics.

Бурное развитие новых плазменных технологий настоятельно требует дальнейшего, более глубокого изучения теплофизических процессов и свойств электродуговой плазмы. Наряду с экспериментальными исследованиями, большое значение имеют теоретические методы. В настоящее время теоретическое исследование электродуговой плазмы происходит в двух основных направлениях. Первое из них - это развитие аналитических методов, которые позволяют в упрошенной форме исследовать зависимость между основными параметрами разряда.

Второе направление - это численное моделирование, или вычислительный эксперимент, потенциальные возможности которого неизмеримо больше аналитических методов. Методика численного моделирования широко применяется в исследованиях теплофизических процессов электродуговой плазмы.

Надо отметить, что задачи вычислительной магнитной газовой динамики относятся к классу ресурсоемких задач. Чрезвычайно большие объемы вычислений требуют привлечения мощных вычислительных средств.

Только появление достаточно мощных вычислительных средств позволили приступить к широкомасштабному численному исследованию с помощью вычислительного эксперимента. Так были разработаны методы решения системы уравнений в приближении пограничного слоя и решен весьма широкий круг более сложных задач в физике низкотемпературной плазмы.

Наряду с ученными зарубежных стран, огромный вклад в деле исследования низкотемпературной плазмы внесли физики Кыргызстана - академик Жеенбаев Ж. профессор Энгельшт В.С., академик Жайнаков А. [1-4] и другие известные ученые.

В середине 70-х годов в Кыргызстане под руководством автора была создана научная школа в области численного моделирования низкотемпературной плазмы, создано новое научное направление – вычислительная магнитная газодинамика.

В рамках каналовых, интегральных и численных методов решения выявлен механизм нагрева газа электрической дугой. Определены зависимости характеристик плазмы от внешних регулируемых параметров.

Впервые выполнен численный анализ с учетом электромагнитных сил на начальном участке плазматрона с аксиальным потоком газа. Проведены расчеты протяженной электрической дуги. Эти исследования внесли существенный вклад в изучении потоков электродуговой плазмы [2,5,6].

Следующим шагом в области численного моделирования явилось решение двумерной системы уравнений дуговой плазмы. Использование двумерных математических моделей позволило заметно расширить круг исследуемых задач [7-12]. Были выполнены численные расчеты открытых электрических дуг и плазматронов при наличии сложных структур газодинамических потоков. Обнаружены качественно новые вихревые режимы течения плазмы в коротких электрических дугах и выявлены условия формирования «плазменных тарелок» как результат соударения катодных и анодных струй. Установлены причины образования колоколообразных и бочкообразных форм коротких электрических дуг.

Рассмотрено влияние закрутки на характеристики электродугового потока. Выполнены численные исследования неравновесных потоков дуговой плазмы. Исследованы параметры сжатых электрических дуг в области перехода ламинарного режима течения в турбулентный режим [10].

Впервые проведены расчеты, учитывающие взаимное влияние столба электрической дуги с расправленным металлом обрабатываемого изделия [22]. Все это позволило глубже понять основные физические закономерности и протекающие процессы в потоках электродуговой плазмы с осевой симметрией.

Двумерные математические модели имели ограниченную область применения они, могли быть использованы только для исследования осесимметричных течений.

Во многих электродуговых устройствах, применяемых на практике, имеют место не осесимметричные потоки плазмы.

Для численного исследования не осесимметричных электродуговых систем необходимо развитие трехмерной математической модели электрической дуги. Следует отметить, что необходимо учитывать не только сложную пространственную структуру, но и, как правило, изменение процессов по времени, наличие химических реакций и ряд других факторов.

Появление в последние годы нового поколения вычислительной техники компьютеров с большим быстродействием и объемом оперативной памяти стимулировало дальнейшее исследование электродуговой плазмы. Разработка новых компьютерных технологий наряду развитием вычислительных средств, позволили поднять исследования на качественно новую ступень.

В последние годы для операционной системы Windows создана среда программирования Delphi с алгоритмическим языком Object Pascal [14]. Скорость счета в среде программирования Delphi превышает соответствующее значение для Pascal более чем в десять раз. Такое резкое увеличение производительности существенно облегчает проведение численных исследований, и позволило приступить к решению сложных задач физики низкотемпературной плазмы. Большое значение имеют также программные средства обработки информации полученных результатов. Проблема достаточно эффективно решается благодаря появлению таких программных продуктов, как MathCad, Matlab и другие. Успешное овладение новыми компьютерными технологиями позволяет эффективно решать новые и сложные научно-практические задачи.

В данной работе рассматривается математическая модель и метод численного решения трехмерных уравнений, описывающих процессы тепло-массообмена в электродуговой аргоновой плазме атмосферного давления. Систему уравнений для расчета характеристик электродуговых потоков плазмы можно записать в следующем виде:

- Уравнение неразрывности газа и электрического тока

$$\mathrm{div}(\rho U)=0; \qquad (1)$$

$$\mathrm{div}\vec{\mathrm{j}} = 0; \qquad (2)$$

-Уравнение энергии

$$\mathrm{div}(\rho \mathrm{C_p} \mathrm{UT}) = \mathrm{div}(\lambda \mathrm{grad}\ \mathrm{T}) + \sigma \mathrm{E}^2 - \psi; \qquad (3)$$

- Уравнения движения для трех компонентов скорости u, v, w;

$$\mathrm{div}(\rho \mathrm{Uu})=\mathrm{div}(\mu\ \mathrm{grad}\ \mathrm{u})-\frac{\partial P}{\partial x} + [\vec{j} \times H]_x + S_x\ ; \qquad (4)$$

$$div(\rho U \mathrm{v}) = div(\mu\ grad\ \mathrm{v}) - \frac{\partial P}{\partial y} + [\vec{j} \times \vec{H}]_y Sy; \qquad (5)$$

$$div\ (\rho U w) = div(\mu\ gard\ w) - \frac{\partial P}{\partial z} = +[\vec{j} \times \vec{H}]_z + S_z; \qquad (6)$$

-Уравнения Максвелла

$$rot\vec{H} = \vec{j};\ rot\vec{E} = 0;\ div\vec{H} = 0; \qquad (7)$$

-Закон Ома

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \qquad (8)$$

При записи уравнений использованы общепринятые для подобных задач обозначения. Коэффициенты переноса теплофизические свойства неравновесной аргоновой плазмы рассчитываются по известным формулам [11]. Предполагается, что процессы стационарны, течение ламинарное, плазма представляет собой сплошную деформируемую квазинейтральную среду и находится в состоянии локального термодинамического равновесия, излучение объемное, работа сил давления и вязкая диссипация не учитываются.

Для создания более эффективного алгоритма решения данной системы уравнений выполнимы некоторые преобразования, а именно вектор напряженности электрического поля $\vec{\mathrm{E}}$ имеет три компонента, что усложняет расчеты, в связи с этим вводится новая скалярная переменная потенциал электрического поля φ, связанный с $\vec{\mathrm{E}}$ соотношением $\vec{\mathrm{E}} = -grad\varphi$. Используя закон Ома (8) и условие сохранения электрического тока (2), а также уравнения Максвелла (7), запишем уравнения для нахождения φ:

$$div(\sigma grad\ \varphi) = div[\sigma \cdot \mu_0(\vec{v} \times \vec{H}) - \sigma(\mu_0 .\vec{j} \times \vec{H} - gradP_e)] \qquad (9)$$

Кроме того, вместо напряженности магнитного поля $\vec{\mathrm{H}}$ удобное ввести векторный потенциал $\vec{\mathrm{A}}$ связанный с $\vec{\mathrm{H}}$ соотношением $rot\vec{A} = \vec{H}$. Использование векторного потенциала позволяет, для довольно широкого круга задач, избежать большого объема вычислений $\vec{H}$ на токопроводящих границах расчетной области. Используя уравнения Максвелла $rot\vec{H} = \vec{j}$ определение $rot\vec{A} = \vec{H}$, запишем уравнения для расчета векторного потенциала $\vec{A}$, которое будет иметь следующий вид:

$$\Delta\vec{A} = -\vec{j} \qquad (10)$$

Решением уравнения (10) является тройной интеграл вида

$$\vec{A} = \frac{1}{4\pi}\iiint\frac{\vec{j}}{R}dv \qquad (11)$$

т.е. по известному распределению $\vec{j}$ можно определить значение $\vec{A}$ в каждой точке расчетной области.

Однако прямое вычисление тройных интегралов требует очень много машинного времени вычисления, поэтому во внутренних узлах расчетной области значения $\vec{A}$ вычисляются из уравнения (10), а по формуле (11) вычисляются значения компонент векторного потенциала только на границах расчетной области. Далее, по известному распределению компонент векторного потенциала Ax, Ay, Az, вычисляются компоненты напряженности магнитного поля дуги из уравнения $\vec{H} = rot\vec{A}$.

Уравнения для рассчитываемых переменных – температуры T (3), компоненты скорости u, v, w (4-6), потенциал электрического поля φ (9) и векторного потенциала $\vec{A}$ (10) можно записать в обобщенной форме:

$$div(\alpha\rho U\phi) = div(\beta\ grad\phi) + \gamma \qquad (12)$$

где ϕ – одно из неизвестных – $T, u, \mathrm{v}, w, \varphi, Ax, Ay, Az$; конкретный вид коэффициентов α, β, γ зависит от смысла переменной ϕ (таблица 1).

Таблица 1

ϕ	α	β	γ
T	$\rho c_p U$	λ	$\sigma E^2 - \psi$
u	1	μ	$-\frac{\partial P}{\partial x} + \mu_0 \cdot [\vec{j} \cdot \vec{H}]_x + S_x$
v	1	μ	$-\frac{\partial P}{\partial y} + \mu_0 \cdot [\vec{j} \cdot \vec{H}]_y + S_y$
W	1	μ	$-\frac{\partial P}{\partial z} + \mu_0 \cdot [\vec{j} \times \vec{H}]_z + S_z$
A_x	0		j_x
A_y	0		j_y
A_z	0		j_z
φ	0		$\mathrm{div}[\sigma \cdot \mu_0(\bar{U} \times \vec{H}) - (\sigma\mu_0 \cdot \vec{j} \times \vec{H} - gradP_e)]$

Единая форма записи уравнений для неизвестных позволяет решать эти уравнения единым методом [17] и использовать единый алгоритм, что существенно облегчает проведение численных расчетов.

Для численного решения обобщенного дифференциального уравнения (12) для каждой из неизвестных $T, u, \mathrm{v}, w, \varphi, Ax, Ay, Az\ и\ P$ необходимо задать граничные условия. Так как данное уравнение (12) является уравнением эллиптического типа, граничные условия должны быть заданы по всему контуру расчетной области. Постановка граничных условий для рассчитываемых переменных приводится на примере открытой осесимметричной дуги (рис.1.).

Расчетная область включает в себя столб дуги, катод и анод. Постановка граничных условий подробно изложено в работах [11], [15].

Обобщенное уравнение (12) решается методом дискретизации [17], сущность которого состоит в следующем. Расчетная область заменяется прямолинейной ортогональной сеткой и разбивается на конечное число непересекающихся контрольных объемов таким образом, что каждая узловая точка содержатся в одном контрольном объеме.

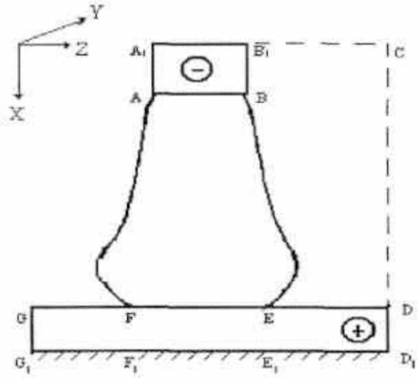

Рис.1. Схема открытой электрической дуги в плоскости X-Z.

Интегрируя дифференциального уравнения (12) по каждому контрольному объему находим дискретный аналог данного уравнения. Первые производные аппроксимируются конечными разностями, ориентированными «против потока», вторые производные – центральными разностями. Расчет поля скоростей и давления по алгоритму SIMPLER [17]. Дискретный аналог представляет собой алгебраическое уравнения, связывающее значение переменной ϕ в узловой точке с ее значениями в соседних точках. Таким образом, система дифференциальных уравнений сводится к системе алгоритмических уравнений, которые затем решаются итерационным полинейным методом.

Таким образом, рассмотрены математическая модель, граничные условия и методика численного решения трехмерной системы уравнений неравновесной электродуговой плазмы.

Прежде чем использовать математическую модель для исследований, необходимо выполнить тестирование, чтобы убедиться в ее корректности. Тестирование трехмерной равновесной модели проведено ранее мною в [15], а в [11] выполнено тестирование двумерной неравновесной модели электрической дуги. В обоих случаях результаты тестирование показали правильность математической модели и алгоритм расчета. Рассчитывалась аргоновая дуга атмосферного давления при следующих параметрах: ток дуги 200А, радиус катодного насадка $R_c = 5мм$, расход газа через насадок $G = 8{,}3 \cdot 10^{-3}\ {}^{г}/_{с}$, радиус дуги на аноде $R_a = 4{,}25мм$, расстояние метод насадкам и анодом $L = 10мм$.

Как следует из результатов численного расчета, вблизи поверхности анода вследствие контрагированной привязки дуги под действием собственных электромагнитных сил формируется анодная струя, направленная навстречу потоку газа из катодного насадка (рис.2.).

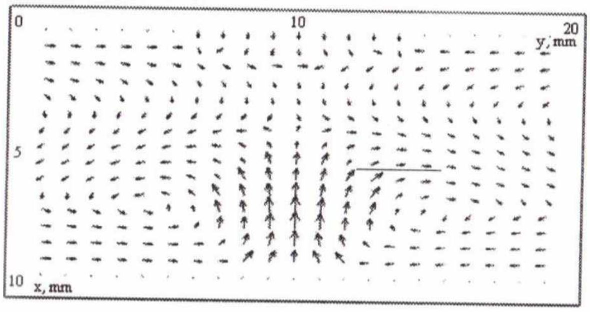

Рис.2. Характер течения газа в плоскости Y-X при z=Z/2 (масштаб векторов не выдержан)

На (рис.3.) приведены распределения температуры тяжелых частиц Т, определенные в результате численного решения.

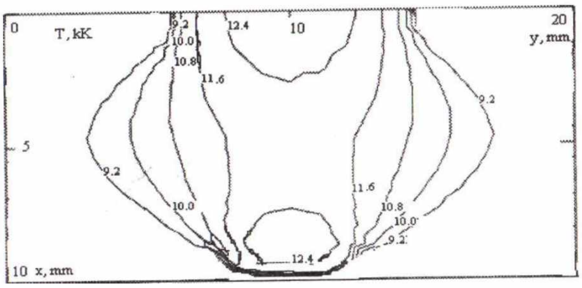

Рис.3. Распределение температуры тяжелых частиц Т в плоскости Y-X при z=Z/2

Развитая в данной работе трехмерная неравновесная модель и алгоритм численного решения также является корректным. В рамках представленной трехмерной математической модели впервые рассмотрена такая важная научно-практическая задача, как численные исследования электрической дуги, горящей во внешних газодинамических и магнитных полях. Исследовано влияние внешних регулируемых параметров на характеристики дугового разряда. Результаты исследований позволили выявить ряд важных закономерностей и свойств, что приведено в моей работе [18-21].

В качестве примера приводятся некоторые результаты численного решения расчета двух электрических дуг во внешнем поперечном магнитном поле, схема которых изображена на (рис.4).

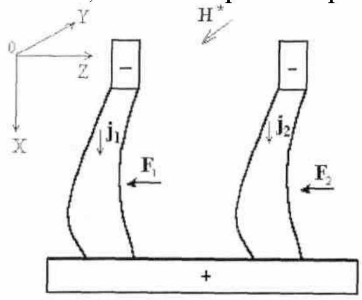

Рис.4. Условная схема двух дуг во внешнем магнитном поле H

Как следует из результатов численного расчета (рис.5), в дуговом разряде в направлении действия электромагнитных сил формирует интенсивный газодинамический поток со скорости $50 \div 120\ ^{м}/_{c}$. Наблюдается значительный до 15 мм, вынос высокотемпературной зоны в окружающее пространство.

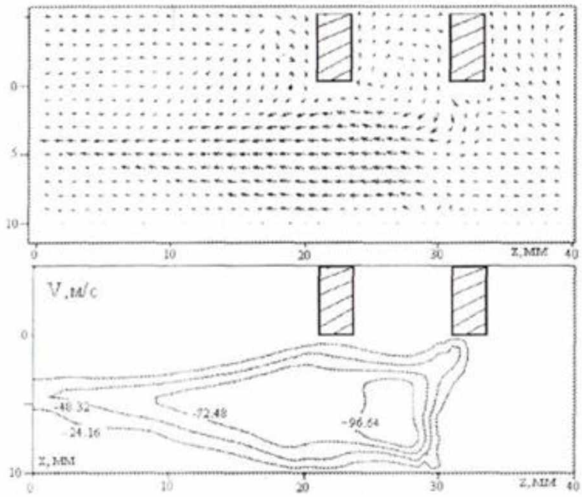

Рис.5. Характер течения газа, поля скорости V

Установлено что с увеличением величины внешнего магнитного поля столб дуги значительно деформируется и смешается. Дальнейшей деформаций и смешению препятствует скольжение дуги.

Таким образом, результаты тестирования позволяют сделать вывод о корректности используемой трехмерной математической модели, численного метода, алгоритм расчета и тем самым использовать их для расчета различных конструкций электродуговых устройств.

Литература

1. Жайнаков А., Жеенбаев Ж., Энгельшт В.С. В кн.: Физика, техника и применение низкотемпературной плазмы. Алма-Ата, 1970,с. 355.
2. Жайнаков А., Энгельшт В.С. К расчету плазмотрона. В кн.: Применение плазмотрона в спектроскопии. Фрунзе: Илим,1970,с.194.
3. Жеенбаев Ж., Энгельшт В.С. Ламинарный плазматрон.- Фрунзе: Илим, 1975, 82с.
4. Жеенбаев Ж.Ж., Энгельшт В.С. Двухструйный плазмотрон. -Фрунзе: Ин-т физике математики АН Кирг. ССР, 1983.-199с.
5. Жайнаков А., Лелевкин В.М., Энгельшт В.С. Нагрев и течение проводящего газа // Изв. АН СССР, МЖГ.-1975. №5,- с. 190-193.
6. Десятков Г.А., Жайнаков А., Козлов П.В. и др. Методы расчета и численный анализ течений проводящего газа в сильноточных электрических дугах// Изв. АН СССР, МЖГ.-1978. №5.- с.103-110.
7. Жайнаков А., Невелев Д.В., Слободянюк В.С., Энгельшт В.С. Расчет характеристик сильноточной

электрической дуги малой длины. – кН.: Динамика жидкости, газа и плазмы. Фрунзе, 1982, с.37.
8. Жайнаков А., Невелев Д.В., Слободянюк В.С., Энгельшт В.С. Магнитогазодинамические потоки в сильноточных электрических дугах. Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа. 1983, 5, с.138.
9. Низкотемпературная плазма, т.1. Под ред. В.С. Энгельшта, Б.А. Урюкова. Новосибирск: Наука,1990,374с.
10. Jainakov A., Usenkanov J.O., Jimaliev T.P. Study of electric arc plasma flow in transition region from laminar to turbulent current. Plasma jets in the development of new materials technology. Frunze, 1990.
11. Электрическая дуга -генератор низкотемпературной плазмы. Жайнаков . А., Лелевкин В.М., Мечев В.С. и др. Бишкек: Илим, 1991, 373с.
12. Бийбосунова Г., Жайнаков А., Лелевкин В.М., Невелев Д.В. Электрическая дуга в закрученном потоке газа в канале плазмотрона (препринт). - Фрунзе: Илим, 1989. -36с.
13. Е.А. Зуев. Система программирования Turbo Pascal. М. Радио и связь. 1992. 288с.
14. Баас Р., Фервай М.; Гюнтер Х. Delphi 5. BHV, Киев,2000, с.494.
15. А. Жайнаков, Т.Э. Урусова, Р.М. Урусов. «Трехмерная модель расчета электродуговых потоков». Наука и новые технологии, № 2, 1999, Бишкек, с.3-7.
16. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. Москва, Наука, 1982, т. VIII, 620с.
17. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984, 146с.
18. Жайнаков А., Урусова Т.Э., Урусов Р.М. «Влияние межэлектродного расстояния и силы тока на устойчивость электрической дуги в поперечном магнитном поле». Международная научно- практическая конференция «Технологии и перспективы современного инженерного образования, науки и производства». Бишкек, 1999г.с.2-45.
19. Жайнаков А., Энгельшт В.С., Урусова Т.Э., Урусов Р.М. Численные исследования гашения электрической дуги во внешнем поперечном магнитном поле. Известия НАН КР, №1, с.30-33, Бишкек, 2000.
20. Жайнаков А., Урусов Р.М., Энгельшт В.С. Численный расчет динамически равновесной дуги во внешнем поперечном магнитном поле. Известия НАН КР. №1, Бишкек, 2001.
21. Жайнаков А., Урусов Р.М. Численное исследование двух параллельных электрических дуг во внешнем поперечном магнитном поле. Известия НАН КР, №1, Бишкек 2001.с.17-21.
22. Жайнаков А., Усенканов Дж.О., Султангазиева Р.Т. К постановке граничных условий для функции «вихрь скорости» на границе «плазма - жидкий металл». Материалы международной научно-практической конференции «Проблемы вычислительной математики и информационных технологий». Алматы, 1999.

УДК 535.41

ТЕОРИЯ РАДУЖНОЙ ГОЛОГРАФИИ и ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА ТАЛЬБОТА

Марипов А.
Кыргызский государственный технический университет им. И.Раззакова,
Бишкек, Кыргызская Республика
E-mail: arapbay2013@yandex.ru

THEORY OF THE RAINBOW HOLOGRAPHY END THE TALBOT EFFEKT IN HOLOGRAPHY

Maripov A.
Kyrgyz State Technical University named after I Razzakakov,
Bishkek, Kyrgyz Republic
E-mail: arapbay2013@yandex.ru

Установлена общность физической сущности явлений, на первый взгляд далеких друг от друга, Бесщелевой радужной голографии и Эффекта Тальбота в голографии. Теория этих явлений создана и развита на основе габоровского представления предметной волны, используя теории модуляции и Фурье-анализа оптических сигналов.Этот метод позволил исключить узкую апертурную щель из схем записи радужных голограмм, благодаря этому существенно упростилась схема записи радужных голограмм и в 100-1000 раз уменьшилось время экспозиции голограмм. Это существенно увеличило функциональные возможности таких голограмм.

Еще одним из важных моментов является то, что такая голограмма объединяет в себе свойства голограмм Габора, Лейта, Фурье, Бентона и некоторые другие новые свойства. Это позволило создать единую теорию Бесщелевой радужной голографии и Эффекта Тальбота в голографии

электрической дуги малой длины. – кН.: Динамика жидкости, газа и плазмы. Фрунзе, 1982, с.37.

8. Жайнаков А., Невелев Д.В., Слободянюк В.С., Энгельшт В.С. Магнитогазодинамические потоки в сильноточных электрических дугах. Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа. 1983, 5, с.138.

9. Низкотемпературная плазма, т.1. Под ред. В.С. Энгельшта, Б.А. Урюкова. Новосибирск: Наука,1990,374с.

10. Jainakov A., Usenkanov J.O., Jimaliev T.P. Study of electric arc plasma flow in transition region from laminar to turbulent current. Plasma jets in the development of new materials technology. Frunze, 1990.

11. Электрическая дуга -генератор низкотемпературной плазмы. Жайнаков . А., Лелевкин В.М., Мечев В.С. и др. Бишкек: Илим, 1991, 373с.

12. Бийбосунова Г., Жайнаков А., Лелевкин В.М., Невелев Д.В. Электрическая дуга в закрученном потоке газа в канале плазмотрона (препринт). - Фрунзе: Илим, 1989. -36с.

13. Е.А. Зуев. Система программирования Turbo Pascal. М. Радио и связь. 1992. 288с.

14. Баас Р., Фервай М.; Гюнтер Х. Delphi 5. BHV, Киев,2000, с.494.

15. А. Жайнаков, Т.Э. Урусова, Р.М. Урусов. «Трехмерная модель расчета электродуговых потоков». Наука и новые технологии, № 2, 1999, Бишкек, с.3-7.

16. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. Москва, Наука, 1982, т. VIII, 620с.

17. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984, 146с.

18. Жайнаков А., Урусова Т.Э., Урусов Р.М. «Влияние межэлектродного расстояния и силы тока на устойчивость электрической дуги в поперечном магнитном поле». Международная научно- практическая конференция «Технологии и перспективы современного инженерного образования, науки и производства». Бишкек, 1999г.с.2-45.

19. Жайнаков А., Энгельшт В.С., Урусова Т.Э., Урусов Р.М. Численные исследования гашения электрической дуги во внешнем поперечном магнитном поле. Известия НАН КР, №1, с.30-33, Бишкек, 2000.

20. Жайнаков А., Урусов Р.М., Энгельшт В.С. Численный расчет динамически равновесной дуги во внешнем поперечном магнитном поле. Известия НАН КР. №1, Бишкек, 2001.

21. Жайнаков А., Урусов Р.М. Численное исследование двух параллельных электрических дуг во внешнем поперечном магнитном поле. Известия НАН КР, №1, Бишкек 2001.с.17-21.

22. Жайнаков А., Усенканов Дж.О., Султангазиева Р.Т. К постановке граничных условий для функции «вихрь скорости» на границе «плазма - жидкий металл». Материалы международной научно-практической конференции «Проблемы вычислительной математики и информационных технологий». Алматы, 1999.