УДК. 531.3. (575.2)

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ КОЭФФИЦИЕНТА ВОССТАНОВЛЕНИЯ СКОРОСТИ СФЕРЫ ПРИ УДАРЕ ПО ПЛАСТИНЕ

Еремьянц В.Э., Васильков Р.Е.
Кыргызско-Российский Славянский университет им. Б.Н. Ельцина,
г. Бишкек, Кыргызская Республика. E-mail: eremjants@inbox.ru,

TODETERMINATIONOFCOLLISIONCOEFFICIENT SPHERE SPEEDS AT BLOW TO THE PLATE

Eremjants V.E., Vasilkov R.E.
The Kyrgyz-Russian Slavic university of B. N. Yeltsin,
Bishkek, Kyrgyz Republic. E-mail: eremjants@inbox.ru,

В работе проведен обзор существующих моделей для определения коэффициента восстановления скорости сферы при ударе по пластине. Показано, что в ряде случаев они дают результаты, не согласующиеся с экспериментом. Поставлена задача разработки моделей соответствующих результатам эксперимента.

In work the review of existing models for determination of collision coefficient of speed of a sphere is carried out at blow to a plate. It is shown that in some cases they give the results which aren't coordinating with experiment. The problem of development of models corresponding to results of experiment is set.

При проектировании виброударных машин и устройств различного назначения необходимо знать коэффициент восстановления скорости тел при ударе. Этот коэффициент оказывает влияние на режим работы ударной машины, а в ряде случаев и на прочностные свойства её элементов. Экспериментальные исследования, проведенные в работах [1, 2], показывают, что коэффициент восстановления, кроме прочих факторов, зависит от конструктивной жесткости объекта, по которому наносится удар.

В этих экспериментах производился удар стальной сферой с диаметром 27 мм и массой 78,43 г по верхней поверхности стального короба, размеры которого показаны на рисунке 1а. В результате экспериментов получены зависимости коэффициента восстановления скорости сферы от жесткости ударяемой поверхности (рисунок 1 б) и от скорости сферы перед ударом (рисунок 1 в).

Ось y на рисунке 1б – это ось, перпендикулярная длинной стороне короба и проходящая через его середину. При указанных размерах верхнюю поверхность короба можно рассматривать как пластину, защемленную вдоль длинных сторон и свободную вдоль коротких сторон. Жесткость этой пластины возрастает по мере удаления вдоль оси y от центра пластины к её краю. Уменьшение коэффициента восстановления с увеличением скорости удара (рисунок 1 в) объясняется ростом пластических деформаций поверхности короба, твердость которой составляла 64–68 HRB. Твердость поверхности сферы 65 HRC.

Задачей данной работы являлся поиск модели, которая позволяла бы теоретически определять влияние конструкционной податливости объекта на коэффициент восстановления скорости при ударе.

В работе [3] рассмотрено несколько методов определения коэффициента восстановления при упругом ударе сферой по пластине. Классический метод основан на численном решении нелинейного уравнения Тимошенко разложением колебаний пластины по собственным гармоникам. При свободно опертых краях пластины это уравнение, например, имеет вид:

$$\left(\frac{P(t)}{K}\right)^{2/3} = V_0 t - \frac{1}{m}\int_0^t dt \int_0^t P(t)dt - \frac{4}{m_0 a_1 a_2} \sum_{i=1,3,5...}^{\infty} \sum_{j=1,3,5...} \frac{1}{\omega_{ij}} \int_0^t P(\theta) \sin \omega_{ij}(t-\theta) d\theta. \quad (1)$$

где: $P(t)$, $P(\theta)$– зависимость внешней силы, действующей на пластину, от времени; m– масса сферы; V_0– скорость сферы в начальный момент удара; t, θ – время; m_0– масса квадратного метра пластины, $m_0 = \rho\delta$; δ – толщина пластины; ρ – плотность её материала; a_1, a_2 – размеры пластины в плане; ω_{ij}– собственные частоты колебаний пластины;

$$K = \frac{2E}{3(1-\mu^2)}\sqrt{r},$$

E, μ–соответственно модуль упругости и коэффициент Пуассона материала пластины; r – радиус сферы.

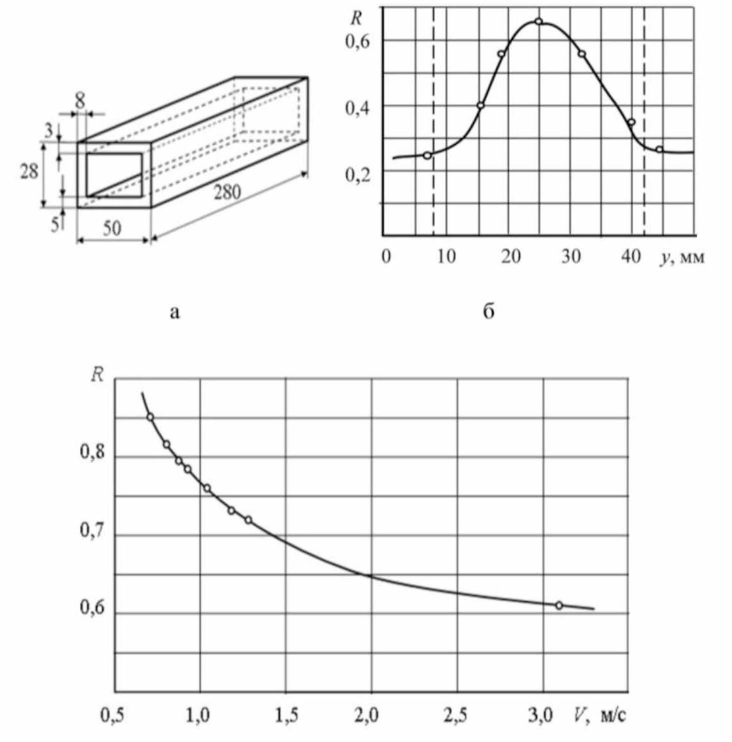

Рисунок 1 – Результаты экспериментальных исследований коэффициента восстановления скорости сферы при ударе по коробу [1, 2]

Решение уравнения (1) позволяет найти зависимость контактной силы и прогиба пластины от времени в виде медленно сходящегося бесконечного ряда, При этом, как показано в этой же работе со ссылкой на работу [4], получаемые результаты плохо согласуются с результатами эксперимента (рисунок 2, кривая 1).

Там же описан приближенный метод, позволяющий несколько упростить решение. Он основан на предположении, что пластина имеет достаточно большие размеры в в плане, и волны деформации, отраженные от её краев, не оказывают влияния на взаимодействие сферы с пластиной. При этом прогиб пластины в точке удара может быть описан простой функцией:

$$w(x_0, y_0, t) = \frac{1}{8\sqrt{Dm_0}} \int_0^t P(t)dt. \qquad (2)$$

где w– прогиб; x_0, y_0 – координаты точки удара; $P(t)$ – зависимость усилия в контакте сферы и пластины от времени; D– цилиндрическая жесткость пластины.

Использование этой функции приводит к нелинейному дифференциальному уравнению [3]

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{3K}{16\sqrt{Dm_0}}\alpha^{0,5}\frac{d\alpha}{dt} + \frac{K}{m}\alpha^{1,5} = 0. \qquad (3)$$

Оно уже не содержит двойных сумм и интегралов, что существенно облегчает его решение.

В результате решения этого уравнения находят зависимость $\alpha(t)$, а затем контактную силу и коэффициент восстановления. На рисунке 2 приведена зависимость коэффициента восстановления от безразмерного параметра $\bar{\lambda}$. Если сфера и пластина выполнены из стали с одинаковыми характеристиками: $E = 20{,}4 \cdot 10^{10}$ Па, $\rho = 7850$ кг/м^3; μ=0,3, то

$$\bar{\lambda} = 0{,}1565\left(\frac{r}{\delta}\right)^2 V_0^{0,2}. \qquad (4)$$

На этом же рисунке кружками показаны экспериментальные данные. Их сравнение с результатами решения уравнения (3), показывает хорошее соответствие теории и эксперимента.

Основываясь на экспериментальных точках, показанных на рисунке 2, в [3] предложена простая эмпирическая формула для определения коэффициента восстановления скорости сферы после удара при значениях $\bar{\lambda}$, не превышающих двух:

$$\gamma = \exp(-\bar{\lambda}\sqrt{3}). \qquad (5)$$

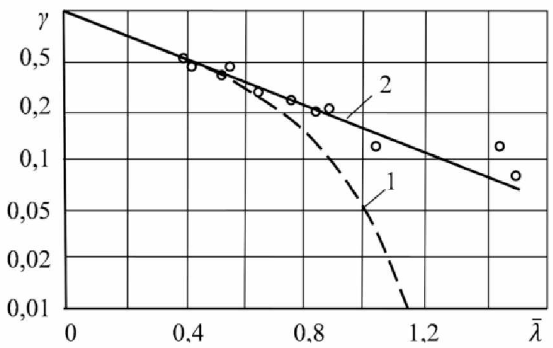

Рисунок 2 – Зависимости коэффициента восстановления от параметра $\bar{\lambda}$ при поперечном ударе по большим плитам, построенные по уравнению (1) – кривая 1 и уравнению (3) – кривая 2. Кружки соответствуют экспериментальным данным [4].

Для верхней поверхности короба, показанного на рисунке 1, безразмерный параметр $\bar{\lambda}$ с изменением скорости удара от 0,7 до 3,1 м/с изменяется от 2,95 до 3,97. Вэтом случае в рассмотренных моделях, описываемых уравнениями (1), (3) и формулой (5) коэффициент восстановления должен быть равен нулю, что противоречит результатам экспериментов. Следовательно, рассмотренные модели не отражают реального процесса.

Дальнейшее упрощение метода определения коэффициента восстановления предложено в работе [5]. Этот метод основан на использовании функции (2) и линеаризации контактной характеристики Герца методом Бидермана. При этом коэффициент жесткости контактной характеристики определялся методом последовательных приближений по формуле:

$$c = 1{,}25K^{2/3}P_m^{1/3}, \qquad (6)$$

где P_m – максимальное значение контактной силы.

За начальное значение контактной силы P_{m0} в [5] рекомендуется принимать значение, соответствующее удару сферой по жесткой плите, которое находится как:

$$P_{m0} = K^{0,4}\left(1{,}25mV_0^2\right)^{0,6}.$$

Затем по формуле (6) определяется коэффициент жесткости *c*, с учетом его величины при решении задачи находится максимальное значение контактной силы, уточняется коэффициент жесткости *c*, вновь находится значение максимальной силы и т.д. пока не будет достигнута требуемая точность.

Перспективность этого метода состоит в том, что приведенный коэффициент жесткости *c*может учитывать и контактные пластические деформации, как это сделано в работе [5].

Линеаризация модели Герца позволяет вместо уравнения (3), получить линейное дифференциальное уравнение относительно контактной силы *P*

$$\ddot{P} + 2h\dot{P} + k^2 P = 0, \tag{7}$$

где

$$2h = c/8(Dm_0)^{0,5}, \quad k^2 = c/m. \tag{8}$$

Решением этого уравнения при начальных условиях: $P(0) = 0$, $\dot{P}(0) = cV_0$ и $h<k$ является функция:

$$P(t) = \frac{cV_0}{\lambda}\exp(-ht)\sin\lambda t, \quad \lambda = \sqrt{k^2 - h^2}\,. \tag{9}$$

При этом величина максимальной силы, входящей в выражение (6), ивремя действия удара определяются по формулам:

$$P_m = \frac{cV_0}{k}\exp\left(-\frac{h}{\lambda}arctg\frac{\lambda}{h}\right), \quad \tau = \pi/\lambda\,,$$

а коэффициент восстановления находится как

$$R = -\frac{V_\tau}{V_0} = \exp(-\pi h/\lambda)\,, \tag{10}$$

где V_τ – скорость сферы в момент окончания удара.

В [5] отмечается, что результаты расчета по этой формуле хорошо согласуются с экспериментом.

При $h>k$решение уравнения (7) имеет вид

$$P(t) = \frac{cV_0}{\lambda}\exp(-ht)\,\mathrm{sh}\,\lambda t, \quad \lambda = \sqrt{h^2 - k^2}\,. \tag{11}$$

Максимальная сила определяется по формуле:

$$P_m = \frac{cV_0}{h+\lambda}\left(\frac{h-\lambda}{h+\lambda}\right)^{\frac{h-\lambda}{2\lambda}}, \tag{12}$$

а время действия удара τстремится к бесконечности.

Для тонких пластин, в частности, для пластины, представленной на рисунке 1, выполняется условие $h<k$. Для этого случая коэффициент восстановления в работе [5] не определялся. Он может быть найден из закона сохранения количества движения

$$mV_\tau - mV_0 = -\int_0^\tau P(t)dt, \qquad R = -\frac{V_\tau}{V_0} = \frac{1}{mV_0}\int_0^\tau P(t)dt - 1.$$

Подставляя в эту формулу выражение (11) после вычисления интеграла и учета соотношений (8) получим:

$$R = \frac{1}{2\lambda}\left[(h-\lambda)e^{-(h+\lambda)\tau} - (h+\lambda)e^{-(h-\lambda)\tau}\right]. \tag{13}$$

Из формулы (13) следует, что при длительности удара τ, стремящейся к бесконечности, коэффициент восстановления стремится к нулю,что не соответствует результатам эксперимента. При конечном значении τ сфера продолжает двигаться совместно с пластиной в направлении удара.

Таким образом, проведенный анализ показал, что в рассмотренных моделях при достаточно больших размерах пластины в плане отскок сферы после удара происходит только при выполнении условия $h<k$. При этом он определяется формулой (9).Для тонких пластин ни одна из рассмотренных моделей не дает результата, соответствующего эксперименту.

Очевидно, что на результаты эксперимента повлияли граничные условия, которые определяют податливость пластины в её различных точках. Влияние податливости пластины на коэффициент восстановления видно на рисунке 1б и теоретически доказано в работе[6]. Учесть это влияние можно решая численно уравнение Тимошенкос соответствующими граничными условиями. При этом как отмечается в работе [3] необходимо в разложении удерживать не менее 70 гармоник. Этот путь громоздкий и не удобен для инженерных расчетов. Кроме этого, как следует из рисунка 2, он тоже может дать результаты отличные от эксперимента. Поэтому необходимо продолжить поиск более простых методов определения коэффициента восстановления, которые позволяли бы учесть и пластические деформации в контакте сферы с пластиной.

Литература

1. Васильков Р.Е. Коэффициент восстановления скорости шара при ударе по поверхности короба. /Наука. Технологии. Инновации. Материалы Всероссийской конференции молодых ученых. В 10- частях. Часть 3. Новосибирск: НГТУ, 2013. С. 65 – 68.

2. Васильков Р.Е.,Еремьянц В.Э. Влияние конструкционной податливости короба на коэффициент восстановления скорости шара при ударе по его поверхности. /Современная техника и технологии в научных исследованиях. Материалы 6-й Международной конференции молодых ученых. Бишкек. Научная станция РАН, 2014. С. 193–197.

3. Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. Перевод с англ. М.: Издательство литературы по строительству, 1965. 448 с.

4. ZenerC. TheIntrinsicInelasticityofLargePlates.Phys.Rev. 59, 1941. 669 p.

5. Еремьянц В.Э. Динамика ударных систем. Моделирование и методы расчета. PalmariumAcademicPublishing.Saarbrücken, Germany, 2012.586 с.

6. Васильков Р.Е., Еремьянц В.Э., Панова Л.Т. Влияние координат приложения внешней силы на податливость поверхности короба. /. Влияние конструкционной податливости короба на коэффициент восстановления скорости шара при ударе по его поверхности. /Современная техника и технологии в научных исследованиях. Материалы 6-й Международной конференции молодых ученых. Бишкек. Научная станция РАН, 2014. С. 197–202.

УДК.539.3

О ДИФФУЗИОННЫХ ПРОЦЕССАХ В АНИЗОТРОПНОМ АЛЮМИНИЕВОМ СПЛАВЕ

Н.А. Оморов

Жалал-Абадский государственный университет, г. Жалал-Абад, Кыргызская Республика

ABOUT DIFFUSIVE PROCESSES IN THE ANISOTROPIC ALUMINIUM ALLOY

N. A. Omorov

Zhalal-Abadsky state university, Zhalal-Abad, Kyrgyz Republic

Задача исследования коэффициента диффузии в анизотропном алюминиевом сплаве 1561 решена с привлечением уравнения Фоккера-Планка для параметра анизотропности. Установлена пригодность решения для сплава, находящегося в условиях высокотемпературного деформирования, включая режимы сверхпластичности.

The research problem of coefficient of diffusion in an anisotropic aluminum alloy 1561 is solved with attraction of the equation of Focker-Plank for anisotropism parameter. Suitability of the decision for the alloy which is in conditions of high-temperature deformation, including superplasticity modes is established.

Анизотропия механических свойств металлов является следствием преимущественного ориентирования кристаллов в результате пластического деформирования в процессах обработки давлением.

Сведения по изучению анизотропии механических свойств металлов и влияние на нее различных факторов (технологических и структурных) обобщены в [1]. Очевидно, что анизотропия структурных и механических свойств, учет и целенаправленное использование таких свойств, начиная со стадии проектирования, способствует повышению надежности, долговечности деталей машин и элементов конструкций, а также эффективного применения конструкционных металлов. Вполне оправданным и одним из важных аспектов является стремление различными (термическим, химико-технологическим, термохимическим) способами уменьшить анизотропию свойств материалов, применяемых в конструкциях [1].

В экспериментальном исследовании по установлению закономерностей высокотемпературного деформирования (в интервале температур (533…793К)) с целью определения режимов сверхпластичности

Очевидно, что на результаты эксперимента повлияли граничные условия, которые определяют податливость пластины в её различных точках. Влияние податливости пластины на коэффициент восстановления видно на рисунке 1б и теоретически доказано в работе[6]. Учесть это влияние можно решая численно уравнение Тимошенкос соответствующими граничными условиями. При этом как отмечается в работе [3] необходимо в разложении удерживать не менее 70 гармоник. Этот путь громоздкий и не удобен для инженерных расчетов. Кроме этого, как следует из рисунка 2, он тоже может дать результаты отличные от эксперимента. Поэтому необходимо продолжить поиск более простых методов определения коэффициента восстановления, которые позволяли бы учесть и пластические деформации в контакте сферы с пластиной.

Литература

1. Васильков Р.Е. Коэффициент восстановления скорости шара при ударе по поверхности короба. /Наука. Технологии. Инновации. Материалы Всероссийской конференции молодых ученых. В 10- частях. Часть 3. Новосибирск: НГТУ, 2013. С. 65 – 68.

2. Васильков Р.Е.,Еремьянц В.Э. Влияние конструкционной податливости короба на коэффициент восстановления скорости шара при ударе по его поверхности. /Современная техника и технологии в научных исследованиях. Материалы 6-й Международной конференции молодых ученых. Бишкек. Научная станция РАН, 2014. С. 193–197.

3. Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. Перевод с англ. М.: Издательство литературы по строительству, 1965. 448 с.

4. ZenerC. TheIntrinsicInelasticityofLargePlates.Phys.Rev. 59, 1941. 669 p.

5. Еремьянц В.Э. Динамика ударных систем. Моделирование и методы расчета. PalmariumAcademicPublishing.Saarbrücken, Germany, 2012.586 с.

6. Васильков Р.Е., Еремьянц В.Э., Панова Л.Т. Влияние координат приложения внешней силы на податливость поверхности короба. /. Влияние конструкционной податливости короба на коэффициент восстановления скорости шара при ударе по его поверхности. /Современная техника и технологии в научных исследованиях. Материалы 6-й Международной конференции молодых ученых. Бишкек. Научная станция РАН, 2014. С. 197–202.