УДК 539.47

К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСЕВЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ КОНИЧЕСКИХ ПРУЖИН В НЕУПРУГОЙ ОБЛАСТИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ

Абдрахманов С.А., Абдыжапар А., Кожошев Т.Т., Доталиева Ж.Ж.
Кыргызский государственный технический университет им. И.Раззакова,
Бишкек, Кыргызская Республика

TO A QUESTION OF DEFINITION OF AXIAL MOVEMENTS OF CONICAL SPRINGS IN THE FIELD OF INELASTIC DEFORMATION

Abdrahmanov S. A., Abdyzhapar Asyl,Kozhoshev T.T., Dotalieva Zh.Zh.
Kyrgyz State Technical University after I.Razzakov
Bishkek, Kyrgyz Republic

В статье разработан метод расчета осевых перемещений конических пружин с постоянным шагом, работающих в неупругой области деформирования. Выведены расчетные формулы, определяющие осевые перемещения в зависимости от действующих сил.

The paper developed a method for calculating the axial movements of conical springs with constant step, working in the field of inelastic deformation. Derived calculation formulas that determine the axial movements depending on forces acting.

В данной работе предложен упрощенный вариант расчета конических пружин, работающих в неупругой области их деформирования. Такая постановка задачи обусловлена появлением новых материалов, в частности, обладающих эффектом памяти формы, из которых изготовлена данная пружина. При этом считаем, что неупругие деформации в пружине обусловлены фазовыми превращениями и следовательно, данная пружина может восстанавливать свою форму при температурном воздействии в области температур фазовых переходов, а также развивать реактивные усилия при формовосстановлении в стесненных условиях. Для реализации вышеуказанных эффектов необходимо в первую очередь получить диаграмму деформирования данной пружины, т.е. зависимость осевых перемещений λ от растягивающих усилий P.

Рассмотрим коническую пружину, работающую на растяжение, изготовленную из проволоки, обладающей эффектом памяти формы. Пусть процесс деформирования происходит изотермически в области температур существования устойчивой мартенситной фазы. В этом случае при нагружении пружины неупругие деформации образуются за счет реакции «мартенсит-мартенсит». При этом значения напряжений, при которых начинают образовываться неупругие деформации, значительно меньше предела дислокационной текучести материала, а максимальная величина неупругих деформаций во много раз больше деформации, соответствующей дислокационной площадке текучести [1]. В дальнейшем угол подъема витков пружины считаем малым, при этом витки пружины работают в основном на кручение. Диаграмму сдвига проволоки примем в виде двухзвенной ломанной линии. Модуль сдвига материала проволоки в мартенситном состоянии обозначим через G, а в неупругой области деформирования – nG, где n безразмерный параметр, характеризующий степень упрочнения материала ($0 \leq n < 1$). Касательные напряжения, соответствующие началу фазовой текучести проволоки, обозначим через $\tau_{\Phi T}$. Учитывая, что она намного меньше дислокационного предела текучести, считаем что в пружине возникают неупругие деформации только мартенситной природы.

В дальнейшем рассматриваем коническую пружину с постоянным шагом, наименьший и наибольший радиусы которого обозначим соответственно через R_1 и R_2, количество витков i. Значения крутящего момента и относительного угла закручивания, при котором максимальное касательное напряжение равно пределу фазовой текучести материала $\tau_{\Phi T}$, обозначим через $M_{\Phi T}$ и $\theta_{\Phi T}$. Они определяются следующими формулами:

$$M_{\Phi T} = \tau_{\Phi T} W_\rho, \qquad \theta_{\Phi T} = \frac{\tau_{\Phi T}}{G r_0}. \tag{1}$$

Здесь $W_\rho = J_\rho / r_0$ – момент сопротивления кручению; r_0 – радиус прутка пружины.

Приравнивая значения максимального крутящего момента величине $M_{\Phi T}$, найдем величину силы, до которого пружина работает в упругой области деформирования. Очевидно, она равна

$$P_{\Phi T} = \frac{M_{\Phi T}}{R_2}. \tag{2}$$

Известно, что осевое перемещение конической пружины в пределах упругости дается следующей формулой [2]:

$$\lambda = \frac{P\varphi_k}{4GJ_\rho}[(R_1^2 + R_2^2)(R_1 + R_2)] \qquad (0 \leq P \leq P_{\Phi T}) \tag{3}$$

Здесь $\varphi_k = 2\pi i$ – конечное значение полярного угла φ, отсчитываемого от наименьшего радиуса пружины R_1; $J_\rho = \frac{\pi r_0^4}{2}$ – полярный момент инерции прутка.

При определении осевого перемещения пружины при ее деформировании в неупругой области будем исходить из следующего геометрического соотношения. Пусть элемент пружины длиной ds закручен на угол $d\beta$. Тогда, для элементарного осевого перемещения $d\lambda$ можем записать:

$$d\lambda = R d\beta. \tag{4}$$

Учитывая, что относительный угол закручивания $\theta = \frac{d\beta}{ds}$, а элемент прутка $ds = R d\varphi$, перепишем формулу (4) в виде

$$d\lambda = R^2 \theta d\varphi. \tag{5}$$

Отметим, что используя (5), путем ее интегрирования, можно найти осевые перемещения пружины как в упругой, так и в неупругой области деформирования. Для этого необходимо знание зависимости относительного угла закручивания (θ) от крутящего момента (M).

В случае упругой работы пружины

$$\theta = \frac{M(\varphi)}{GJ_\rho} = \frac{PR(\varphi)}{GJ_\rho}. \tag{6}$$

Подставляя (6) в формулу (5) и интегрируя ее от нуля до φ_k, получаем значение λ, определяемое формулой (3).

В нашей работе [3], получена зависимость θ от M в неупругой области деформирования. Эта зависимость разбита на две части. В первой части она аппроксимируется уравнением параболы

$$\theta(M) = (a_0 + a_1 \frac{M}{M_{\Phi T}} + a_2 \frac{M^2}{M_{\Phi T}^2})\theta_{\Phi T}, \tag{7}$$

при этом относительный угол закручивания $\theta_{\Phi T} \leq \theta \leq \theta^*$. А далее при $\theta > \theta^*$ она описывается уравнением прямой

$\theta(M) = (b_0 + b_1 \frac{M}{M_{\Phi T}})\theta_{\Phi T}$. (8)

Значение угла закручивания θ^*, где стыкуются эти линии, находится из условия того, чтобы разность между действительной кривой $M(\theta)$ и ее асимптотой не превышала 5%. В частности, для параметра упрочнения $n = 0{,}01$, $\theta^* = 1{,}73\theta_{\Phi T}$.

Теперь после того, как определены зависимости $\theta(M)$, используя формулу (5), можно найти осевые перемещения пружины, работающей в неупругой области.

Рассмотрим вначале случай растяжения пружины силой $P_{\Phi T} < P < P_*$. В этом случае пружина разделится на две части, работающие в упругой и неупругой области деформирования. Пусть при этом в неупругой области деформирования максимальное значение относительного угла закручивания ограничено величиной θ^*. В этом случае нагрузка P_* находится из условия достижения максимального относительного угла закручивания в пружине величины θ_*. Соответствующая величина крутящего момента M_* определяется из условия

$\theta(M) = \theta_*$, (9)

т.е. она является корнем квадратного уравнения

$a_0 + a_1 \frac{M}{M_{\Phi T}} + a_2 \frac{M^2}{M_{\Phi T}^2} = \theta_* = \xi(n)\theta_{\Phi T}$. (10)

Здесь коэффициенты $\xi(n)$ рассчитаны и приведены в нашей работе [3].

Теперь можем найти нагрузку P_* в виде

$P_* = \frac{M_*}{R_2}$. (11)

Для определения осевых перемещений текущий радиус пружины представим в виде

$R = R_1 + k\varphi$, (12)

где $k = \frac{R_2 - R_1}{2\pi i}$.

Обозначив радиус пружины, отделяющий упругую часть от неупругой, через $R_{\Phi T}$, получим связь соответствующего ему полярного угла φ от этого радиуса

$\varphi_{\Phi T} = \frac{R_{\Phi T} - R_1}{R_2 - R_1} 2\pi i$. (13)

Очевидно, что в данном случае

$R_{\Phi T} = \frac{M_{\Phi T}}{P}$. (14)

Подставляя значение θ из формулы (6) в выражение (5) и интегрируя ее от нуля до $\varphi_{\Phi m}$, получим осевое перемещение пружины (λ_y), обусловленное ее упругой частью

$\lambda_y = \frac{P}{4kGJ_\rho}(R_{\Phi T}^4 - R_1^4)$. (15)

Перемещение пружины, обусловленное работой ее неупругой части, находим аналогично, применяя формулы (5) и (7).

$\lambda_{ну} = \frac{\theta_{\Phi T}}{k}\left[\frac{a_0}{3}(R_2^3 - R_{\Phi T}^3) + \frac{a_1}{4R_{\Phi T}}(R_2^4 - R_{\Phi T}^4) + \frac{a_2}{5kR_{\Phi T}^2}(R_2^5 - R_{\Phi T}^5)\right]$. (16)

При дальнейшем увеличении нагрузки, т.е. при $P > P_*$ в пружине образуется еще одна зона, где угол закручивания θ определяется зависимостью (8).

Поступая аналогичным образом для осевого перемещения, находим следующее выражение

$\lambda_{ну} = \frac{\theta_{\Phi T}}{k}\left[\frac{a_0}{3}(R_*^3 - R_{\Phi T}^3) + \frac{a_1}{4R_{\Phi T}}(R_*^4 - R_{\Phi T}^4) + \frac{a_2}{5R_{\Phi T}^2}(R_*^5 - R_{\Phi T}^5) + \qquad + \frac{b_0}{3}(R_2^3 - R_*^3) + \frac{b_1}{4R_{\Phi T}}(R_2^4 - R_*^4)\right]$. (17)

Здесь $R_* = \frac{M_*}{P}$ – радиус пружины, отделяющий ее части, где приняты зависимости (7) и (8), т.е. при $R < R_*$ - зависимость θ от M параболическая, а при $R > R_*$ - она линейная.

Таким образом, полное удлинение пружины будет

$\lambda = \lambda_y + \lambda_{ну}$, 18)

где слагаемые определяются формулами (15), (16) или (17).

При увеличении нагрузки до такой величины, при котором $R_{\Phi T} = R_1$, вся пружина будет работать в неупругой области и ее перемещение определяется формулой (17) заменой в ней значения R_m на R_1, т.е.

$\lambda = \lambda_{ну} = \frac{\theta_{\Phi T}}{k}\left[\frac{a_0}{3}(R_*^3 - R_1^3) + \frac{a_1 P}{4M_{\Phi T}}(R_*^4 - R_1^4) + \frac{a_2 P_2}{5M_{\Phi T}^2}(R_*^5 - R_1^5) + \qquad + \frac{b_0}{3}(R_2^3 - R_*^3) + \frac{b_1 P}{4M_{\Phi T}}(R_2^4 - R_*^4)\right]$. (19)

При дальнейшем увеличении нагрузки, очевидно R_* будет стремится к R_1 и для осевого перемещения из формулы (19) получаем

$$\lambda = \frac{\theta_{\Phi T}}{k}\left[\frac{b_0}{3}(R_2^3 - R_1^3) + \frac{b_1 P}{4M_{\Phi T}}(R_2^4 - R_1^4)\right]. \qquad (20)$$

Очевидно, что при этом нагрузка должна быть больше, чем

$$P_{**} = \frac{M_*}{R_1}.$$

Литература

1. Лихачев В.А. и др. Эффект памяти формы. Изд-во ЛГУ, 1987, 216 с.
2. Пономарев С.Д., Андреева Л.Б. Расчет упругих элементов машин и приборов. М.: «Машиностроение», 1980, 326 с.
3. Абдрахманов С.А., Асылбек Абдыжапар. К вопросу определения осевых перемещений фасонных пружин. Известия КГТУ им. И.Раззакова, №31. Бишкек, 2014

УДК 539.47

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РЕАКТИВНЫХ УСИЛИЙ СОСТАВНЫХ ПРУЖИН, ОДНА ИЗ КОТОРЫХ ОБЛАДАЕТ СВОЙСТВОМ ПАМЯТИ ФОРМЫ

С.А. Абдрахманов, Т.Т. Кожошов, Ж.Ж. Доталиева, М.Б. Джолдошбаева
Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова
г. Бишкек, Кыргызстан

В работе приводится расчет составных цилиндрических пружин с памятью формы упрощенным методом, рассмотрены процессы нагрузки, разгрузки, а также вопросы генерации реактивных усилий при их нагреве в области температур фазового перехода.

Calculation of compound cylindrical springs with shape memory is given in this work by the simplified method, processes of loading, unloading, and also questions of generation of jet efforts are considered at their heating in the field of temperatures of phase transition.

Известно, что материалы, обладающие свойством памяти формы и сверхупругости, при воспрепятствовании восстановлению исходной формы генерируют механические усилия, которые называем реактивными. Изучение процессов формовосстановления показало, что реактивные усилия могут достигать значительных величин [1,2].

Эффект памяти формы (ЭФП) и генерация реактивных усилий, как известно, проявляются только при наличии неупругих деформаций (мартенситной природы) [3,4,5], в связи с этим, важными этапами при проектировании конструкций, работающих за пределом упругости, являются: определение предельной нагрузки, после которой возникают неупругие деформации, в дальнейшем их будем называть фазовыми деформациями; определение величин неупругих деформаций; вопросы разгрузки и изучение остаточных деформаций и наконец исследование реактивных усилий, возникающих в условиях воспрепятствования ее формовосстановлению.

В данной работе рассматриваются составные пружины одна из которых обладает неограниченной упругостью и имеет модуль сдвига G_1, а вторая пружина обладает свойством памяти формы. Диаграмму сдвига этой пружины примем в виде двухзвенной ломанной линии. В упругой области деформирования, модуль сдвига $G_2 = G_\mu$, где G_μ - модуль сдвига материала в мартенситном состоянии, в неупругой области этот модуль равен nG_μ, где n - безразмерный параметр, характеризующий степень упрочнения ла$(0 \le n \le 1)$. Касательное напряжение, соответствующее началу фазовой текучести второй пружины, обозначим через $\tau_{\phi m}$. Учитывая, что $\tau_{\phi m}$ намного меньше дислокационного предела текучести, считаем, что при изотермическом нагружении во второй пружине возникают неупругие деформации только мартенситной природы, т.е. фазовые деформации.

Рассмотрим два вида соединения пружин: последовательное и параллельное.

I. Последовательное соединение пружин. Пусть последовательно соединенные пружины растягиваются силой P (рис.1).

В **упругом** случае связь между осевым перемещением λ и воспринимаемой нагрузкой P для пружин в упругой области их деформирования будет:

$$\lambda_1 = \frac{P}{z_1}, \qquad \lambda_2 = \frac{P}{z_2}, \qquad (1)$$

где z_1 и z_2 – соответственно жесткости пружин, которые определяются через геометрические и механические параметры пружин, т.е.

$$\lambda = \frac{\theta_{\Phi T}}{k}\left[\frac{b_0}{3}(R_2^3 - R_1^3) + \frac{b_1 P}{4M_{\Phi T}}(R_2^4 - R_1^4)\right]. \tag{20}$$

Очевидно, что при этом нагрузка должна быть больше, чем

$$P_{**} = \frac{M_*}{R_1}.$$

Литература

1. Лихачев В.А. и др. Эффект памяти формы. Изд-во ЛГУ, 1987, 216 с.
2. Пономарев С.Д., Андреева Л.Б. Расчет упругих элементов машин и приборов. М.: «Машиностроение», 1980, 326 с.
3. Абдрахманов С.А., Асылбек Абдыжапар. К вопросу определения осевых перемещений фасонных пружин. Известия КГТУ им. И.Раззакова, №31. Бишкек, 2014