УДК. 621.869.43.

КЫЙМЫЛДУУ БИЙИКТИККЕ ЖҮК ТАРТКАН АРКАНДЫН ТЕРМЕЛҮҮСҮНҮН ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕСИ

АРЗИЕВ М.,
АБДЫКАЛЫКОВА Н.С.

Техникада жүктү аркан менен кыймылдуу объектке көтөрүү (тартуу) көп кздешет [2, 4]. Аркан менен жүктү тартуу убагында аркандын термелүүсү техникада ар түрдүү жолдор менен [1, 3] азайтылат, алардын бирөө жүктү кошумча жип (стабилдештирүүчү аркан) менен кошумча тартып туруу. Стабилдештирүүчү аркан менен жүктү кошумча тартып туруу негизги жүктү тартуучу арканга кошумча оордук түзөт, бирок жүктүн объектке көтөрүлүүсү аз термелүү менен же термелүүсүз аткарылат.

Бул макалада стабилдештирүүчү аркандын жүктүн термелүүсүнө жана тартуучу аркандын ички тартылуу күчүнө тийгизген таасирин эсептөө үчүн теңдемелерди түзүүнүн ирети келтирилген.

Жүктү жеткирүү талап кылынган объектинин орду OXYZ координата системасында (1-сүрөт) берилген убакытта төмөнкү үч теңдеменин негизинде аныкталат.

$$x = f_1(t),\ y = f_2(t),\ z = f_3(t) \tag{1}$$

$f_1(t)$, $f_2(t)$, $f_3(t)$ координата системасынын окторунун багыты боюнча объектинин кыймылынын убакыттан көз карандылыгынын закондору.

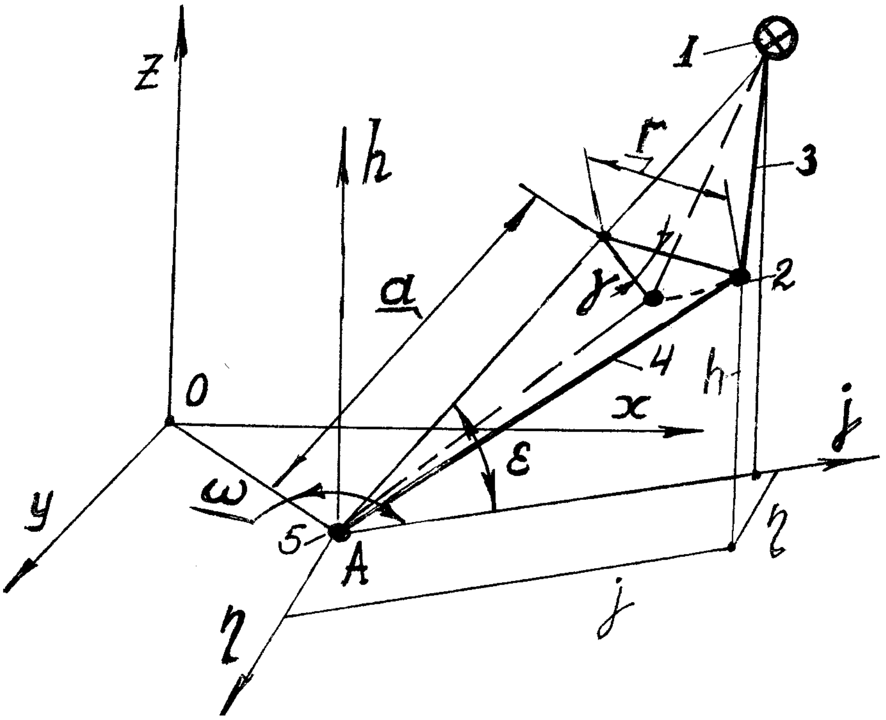
Жүктүн баштапкы ордунан, объектке тартып жеткир болгон кыймылынын жана термелүүсүнүн теңдемесин түзүү үчүн Лагранжанын экинчи түрдөгү дифференциалдык теңдемесин колдонуу талапка ылайык, себеби кыймылдын параметрлерин эсептөө үчүн бир учурда көптөгөн теңдемелер түзүлөт. Бул теңдемелерди түзүүдө (жазууда) төмөнкү божомолдоолор кабыл алынат:

- жүктү тартуучу жана жүктүн термелүүсүн стабилдештирүүчү аркандар серпилгич оордугу жок жип катары кабыл алынышат,
- бийиктикке тартылуучу жүк материалдык точка катары каралат.

Жүктүн баштапкы орду болуп OXYZ координата системасындагы А точкасы эсептелет, ошондуктан жүк көтөрүлө баштаганда жүктүн термелүүсүн стабилдештирүүчү аркан А точкасына жайгашкан атайын түзүлүштөн созулуп чыгып жүктүн термелүүсүн азайтат (стабилдештирет).

Жүктүн термелүүсү А точкасы менен объектти туташтырган түз сызыкка перпендикуляр тегиздикте болгондуктан 1 тартылып бараткан жүктүн мейкиндиктеги орду төмөнкү жалпыланган координаталар же өлчөмдөр менен аныкталат:

- жүктүн баштапкы орду менен объектини туташтырган (АП) түз сызык аркылуу өткөн вертикалдуу тегиздик менен жүктү тартуучу жана жүктүн термелүүсүн стабилдештирүүчү аркандар аркылуу өткөн тегиздиктин ортосундагы бурч γ
- жүктөн АП түз сызыгына чейинки эң кыска аралык Г,
- жүктүн оордук борбору аркылу АП түз сызыгына перпендикуляр жүргүзүлгөн тегиздик менен АП түз сызыгынын кесилишкен точкасынан жүктүн баштапкы оордуна (А точкага) чейинки аралык α.



1- сүрөт. Объектке тартуучу жана жүктүн термелүүсүн стабилдештирүүч аркандар менен жүктү көтөрүүнүн схемасы.

1 – объект, 2- жүк, 3- тартуучу аркан, 4- жүктүн термелүүсүн стабилдештирүүчү аркан, 5- жүктүн баштапкы орду.

Жалпыланган координаталар γ, r, a кыймылдуу $Aj\eta h$ координата системасынын декарттык координаталары j, η, h менен төмөндөгүчө байланышкан.

$$\begin{aligned} j &= a\cos\varepsilon + r\cdot\cos\gamma \\ \eta &= r\sin\gamma \\ h &= a\sin\varepsilon - r\cos\varepsilon\cdot\cos\gamma \end{aligned} \qquad (2)$$

ε - АП түз сызыгы менен $Aj\eta$ тегиздиктин ортосундагы бурч.

$Aj\eta h$ координата системасынын Ah огу A точкасы аркылуу өтүп кыймылсыз OXYZ координата системасынын OZ огуна пареллель багытталган. Aj огу АП түз сызыгынын кыймылсыз координата системасынын XOY тегиздигиндеги проекциясы болуп эсептелет жана объекттин мейкиндиктеги кыймылына жараша Aj огу Ah огунун айланасында ω бурчтук ылдамдык, $\dot{\omega}$ бурчтук ылдамдануу менен жарым айлануу кыймылына келет. $A\eta$ огу A точкасы аркылуу өтүп $Aj\eta$ тегиздигине перпендикулядуу багытталган жана Aj огу менен бирге Ah огунун айланасында $\omega, \dot{\omega}$ параметрлери менен жарым айлануу кыймылына келет.

Лагранжанын дифференциалдык экинчи түрдөгү теңдемесснин формасында жазылга жүктүн кыймылынын теңдемеси жүктүн бийиктикке тартылуусунун (көтөрүлүүсүнүн) жалпыланган координаталары α, r, γ үчүн төмөнкүчө жазылат:

$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial E}{\partial \dot{\alpha}} - \frac{\partial E}{\partial \alpha} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \alpha}$$

$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial E}{\partial \dot{r}} - \frac{\partial E}{\partial r} = -\frac{\partial \Pi}{\partial r} \qquad (3)$$

$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial E}{\partial \dot{\gamma}} - \frac{\partial E}{\partial \gamma} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \gamma}$$

Е – жүктүн толук кинетикалык энергиясы,

П – жүктүн жана аркандардын толук потенциалдык энергиясы.

Жүктүн толук кинетикалык энергиясы төмөнкү формула боюнча аныкталат:

$$E = mV_a^2$$

m - жүктүн массасы,

Va - жүктүн абсолюттук кыймылынын ылдамдыгы.

Жүктүн абсолюттук кыймылы жүктүн кыймылдуу $Aj\eta h$ координата системадагы салыштырмалуу жана кыймылдуу координата $Aj\eta h$ системасынын кыймылдарынан турат, ошондуктан жүктүн абсолюттук кыймылынын ылдамдыгы $Aj\eta h$ координата системасынын (ташуучу) жана бул системага салыштырмалуу жүктүн кыймылдарынын ылдамдыттарынын вектордук суммасына барабар.

$$V_a = V_r + V_e$$

Ve – негизги кыймылдын ылдамдыгы,

Vr - салыштырмалуу кыймылдын ылдамдыгы.

Абсолюттук кыймылдын ылдамдыгынын чоңдугу ташуучу жана салыштырмалуу кыймылдардын ылдамдыктарынын $Aj\eta h$ координата системасынын окторундагы проекцияларынын суммасына барабар.

$$V_a^2 = [(V_e)_j + (V_r)_j]^2 + [(V_e)_\eta + (V_r)_\eta]^2 + [(V_e)_h + (V_r)_h]^2 \qquad (4)$$

Салыштырмалуу кыймылдын ылдамдыгынын проекциялары жүктүн кыймылынын координата окторундагы проекцияларын убакыт боюнча дифференциалдоо аркылуу аныкталат:

$$(V_r)_j = \frac{d}{dt}(a\cos\varepsilon + r\cdot\cos\gamma)$$

$$(V_r)_\eta = \frac{d}{dt}(r\cdot\sin\gamma) \qquad (5)$$

$$(V_r)_h = \frac{d}{dt}(a\sin\varepsilon - r\cos\varepsilon\cdot\cos\gamma)$$

Ташуучу кыймылдын ылдамдыгынын координата окторундагы проекциялары 1- сүрөтө көрүнүп тургандай төмөнкү теңдемелер менен аныкталат.

$$
\begin{aligned}
(V_e)_j &= -\dot{\omega}\, r \sin\gamma \\
(V_e)_\xi &= \dot{\omega}(a\cos\varepsilon + r\sin\varepsilon\cos\gamma) \qquad (6) \\
(V_e)_h &= 0
\end{aligned}
$$

Салыштырмалуу жана ташуучу кыймылдардын ылдамдыктарынын чоңдуктарын (4) теңдемеге ордуна коюу менен жүктүн абсолюттук ылдамдыгынын чоңдугун аныктоочу теңдеме аныкталат. Абсолюттук ылдамдык $\alpha, r, \gamma, \varepsilon, \omega$ параметрлерине жана бул параметрлердин убакыт ичиндеги өзгөрүүлөрүнө көз каранды болгондуктан, абсолюттук ылдамдыктын чоңдугун кыскача төмөнкү формада жазууга болот.

$$V_a = \Phi[W_1(t), W_2(t)]$$

W_1 – обьектнин кыймылына көз каранды болгон кыймылдуу координата системасынын кыймылынын параметрлерин камтыган функция,

W_2 – жүктүн салыштырма кыймылынын параметрлерин камтыган функция.

Жүктү объектиге көтөрүүдөгү толук потнциалдык энергия аркандардын серпилгичтик созулуусунун жана жүктүн потенциалдык энергияларынан турат.

Аркандардын серпилгичтик созулуусунун потенциалдык энергиясы (1, 2) төмөнкү формуладан эсептелет.

$$\Pi_A = \frac{1}{2} C_T \lambda_T^2 + \frac{1}{2} C_c \lambda_c^2$$

Ст, Сс - аркандардын серпилгичтик коэффициенттери,

$\lambda_T, \lambda c$ - аркандардын серпилгичтик созулуусу (узаруусу).

Аркандардын серпилгичтик коэффициенттери аркандардын кесилишинин аянтына жана узундугуна көз каранды.

$$C_T = \frac{S_T}{\ell_{T.0}} \cdot E_T \quad , \quad C_c = \frac{S_c}{\ell_{c.0}} E_c .$$

E_T, E_c —аркандардын серпилгичтик модулдары,

S_T, S_c – аркандардын кесилиштеринин аянтары,

$\ell_{T.0}, \ell_{c.0}$ - аркандардын созулуусуз узундуктары.

Аркандын серпилгичтик созулууларын жалпыланган координатал аркылуу туюнтуу үчүн, жалпыланган координаталардын a, r, γ сандык маанилери аркандар серпилгичтүү созулганга чейин 0 индекси менен созуулудан кийинки индекси жок белгилен. 2-сүрөттөн көрүнүп тургандай аркандардын ерпилгичтүү λ_T, λ_C созулуулары, жалпыланган координаталардын аркандардын серпилгичтүү a, r созулууларынан кийинки маанилеринен баштапкы маанилеринин a_0, r_0 кемиткендеги айырмалардын аркандын баштапкы узундуктарына болгон проекцияларынын суммасына барабар болот.

$$
\begin{aligned}
\lambda_T &= (r - r_0)\sin\alpha_{T.0} - (a - a_0)\cos\alpha_{T.0} \\
\lambda_c &= (r - r_0)\sin\alpha_{c.0} - (a - a_0)\cos\alpha_{c.0}
\end{aligned} \qquad (7)
$$

$\alpha_{r.0}$ - серпилгичтүү созулганга чейин АП түз сызыгы менен тартуучу аркандын ортосундагы бурч,

$\alpha_{c.0}$ – серпилгичтүү созулганга чейин АП түз сызыгы менен стабилдештирүүчү аркандын ортосундагы бурч.

$\alpha_{г.0}$, $\alpha_{c.0}$ бурчтар жүктүн мейкиндиктеги ордун аныктоочу жалпыланган координаталар менен (2- сүрөт) төмөндөгүчө байланышкан.

$$\sin\alpha_{T.0} = \frac{r_0}{\ell_{T.0}}, \quad \cos\alpha_{T.0} = \frac{L_{АП} - a_0}{\ell_{T.0}}.$$

$$\sin\alpha_{c.0} = \frac{r_0}{\ell_{c.0}}, \quad \cos\alpha_{c.0} = \frac{r_0}{\ell_{c.0}}. \qquad (8)$$

$L_{АП}$ - жүктүн баштапкы ордунан объектиге чейинки аралыктын узундугу.

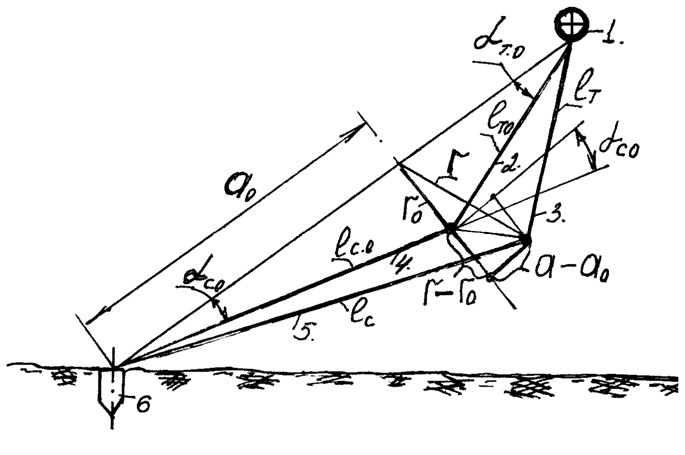
Тартуучу жана стабилдештирүүчү аркандардагы ички тартылуу күчтөрү [1] аркандардагы потенциалдык энергияларынын же серпилгичтик созулуунун негизинде аныкталат.

$$T_T = \frac{\partial П_T}{\partial \lambda_T} \quad же \quad T_T = C_T \cdot \lambda_T.$$

$$T_c = \frac{\partial П_c}{\partial \lambda_c} \quad же \quad T_c = C_c \cdot \lambda_c.$$

Аркандардын серпилгичтик созулуусунун толук потенциалдык энергиясын аныктоочу теёдеме, (7,8) формулалардын негизинде келтирилет.

$$П_a = T_T\left[(r-r_0)\frac{r_0}{\ell_{T.0}} - (a-a_0)\frac{L_{АП}-a_0}{\ell_{T.0}}\right] + T_c\left[(r-r_0)\frac{r_0}{\ell_{c.0}} - (a-a_0)\frac{a_0}{\ell_{c.0}}\right] \qquad (9)$$



2- сүрөт. Аркандардын серпилгичтик созулууларынын схемасы.

1- объект, 2- жүк, 3- тартуучу аркан, 4- жүктүн термелүүсүн стабилдештирүүчү аркан, 5- жүктүн баштапкы орду.

Бийиктикке көтөрүлгөн жүк ээ болгон потенциалды энергия төмөнкү формула боюнча эсептелет.

$$П_ж = mg(a \cdot \sin\varepsilon - r \cdot \cos\varepsilon \cdot \cos\gamma)$$

Жүк жана аркандар системасынын толук потенциалдык энергиясы жүктүн жана аркандардын серпилгичтик созулуусунун потенциалдык энергияларынын суммасына барабар.

$$П = П_a + П_ж.$$

Объектке тартылып бараткан жүктүн толук кинетикалык жана жүк менен аркандардын системасынын толук потенциалдык энергияларынын теңдемелеринен жүктүн ордун аныктоочу жалпыланган координаталар боюнча туундуларды эсептеп аларды Лагранжанын экинчи түрдөгү дифференциалдуу теңдемесине коюу менен аркандардын ички тартылуу күчтөрүн жүктүн кыймылынын параметрлери менен байланыштырылган үч теңдеме алынат.

$$\frac{d}{2dt}\cdot\frac{m\partial[\Phi^2(W_1(t),W_2(t))]}{2\partial\dot{a}}-\frac{m\partial[\Phi^2(W_1(t),W_2(t))]}{2\partial a}=-mg\sin\varepsilon-K_3T_T-K_4T_c,$$

$$\frac{d}{2dt}\cdot\frac{m\partial[\Phi^2(W_1(t),W_2(t))]}{2\partial\dot{r}}-\frac{m\partial[\Phi^2(W_1(t),W_2(t))]}{2\partial r}=-mg\sin\varepsilon-K_1T_T-K_2T_c,$$

$$\frac{d}{2dt}\cdot\frac{m\partial[\Phi^2(W_1(t),W_2(t))]}{2\partial\dot{\gamma}}-\frac{m[\Phi^2(W_1(t),W_2(t))]}{2\partial\gamma}=-mg\cdot r\cdot\cos\varepsilon\cdot\sin\gamma. \quad (10)$$

$$\left(K_1=\frac{r_0}{\ell_{T.0}},\ K_2=\frac{r_0}{\ell_{c.0}},\ K_3=\frac{L_{A\Pi}-a_0}{\ell_{T.0}},\ K_4=\frac{a_0}{\ell_{c.0}}.\right)$$

Бул теңдемелер жүктү тартуучу жана стабилдештирүүчү аркандардын жардамы менен кыймылдуу бийиктике көтөрүүдөгү жүктүн кыймылынын жана АП түз сызыгына (1-сүрөт) салыштырмалуу термелүүсүнүн дифференциалдык теңдемеси болуп эсептелет.

Бул теңдемелер талапка жараша аркандардын ички тартылуу күчтөрүн же жүктүн кыймылынын параметрлеин аныктоо үчүн колдонулушу мүмкүн.

Пайдаланылган адабияттар:

1. Холодов. А. И. Основы динамики землеройно-транспортных машин. М.: Машино- строение, 1968.
2. Арзиев М., Улянов А.Г. и др. Исследование кинематики процесса перегрузки грунтоноса к приемному устройству. Сборник статей. Буровые и грунтозаборные автоматы. Фрунзе: Илим, 1983.
3. Арзиев М. Исследование динамики подьема грунтоноса к приемному устройству. Сб. докл. Межресп. научн. конф. молодых ученых. Фрунзе:Илим, 1985.
4. Арзиев М., Айбашев М. Ж. Маматуллаев Т. Инерционное грунтозаборное устройство. Междунар. Научн. конф. “Современные технологии и управление качеством в образовании, науке, производстве, опыт адоптации и внедрения”. Бишкек:КТУ им. Раззакова, 2001.