ОШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ЖАЛАЛ-АБАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Б. ОСМОНОВА

Диссертационный совет Д 05.22.651

На правах рукописи
УДК 517.928

АБДИЛАЗИЗОВА АКБЕРМЕТ АБДИЖАЛИЛОВНА

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЙ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ НАРУШЕНИИ УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ

01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Ош – 2022

Диссертационная работа выполнена на кафедре математического анализа Ошского государственного университета

Научный руководитель	**Каримов Салы**, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математи ческого анализа Ошского государственного университета
Официальные оппоненты:	**Аблабеков Бактыбай Сапарбекович**, доктор физико- математических наук, профессор, профессор кафедры прикладной математики, информатики и компьютерных технологий Кыргызского национального университета имени Ж.Баласагына (Кыргызстан, г. Бишкек).
	Аширбаева Айжаркын Жоробековна, доктор физико- математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики Ошского технологического университета имени М.М. Адышева (Кыргызстан, г.Ош).
Ведущая организация:	Кыргызско-Российский Славянский университет имени Б. Н. Ельцина, кафедра математических основ дизайна и архитектуры. 720000, Кыргызская Республика, г. Бишкек, ул. Анкара 2А, ауд.307

Защита диссертации состоится «30» сентября 2022 г. в 14.30 часов на заседании диссертационного совета Д 05.22.651 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора (кандидата) технических и кандидата физико-математических наук при Ошском государственном университет и Жалал-Абадском государственном университете имени Б. Осмонова по адресу: 723500, г. Ош, ул. Ленина, 331, 203 ауд.

Код онлайн трансляции защиты диссертации: https://vc.vak.kg/b/052-pvt-luj-9ih

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеках Ошского государственного университета и Жалал-Абадского государственного университета имени Б. Осмонова на сайте диссертационного совета: oshsu.kg.

Автореферат разослан « 30» июня 2022 года.

Ученый секретарь
диссертационного Совета
к.ф.-м.н., доцент Бекешов Т.О.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации.

Пусть даны системы дифференциальных уравнений:

$$\varepsilon x'(t) = f\left(x(t), y(t)\right),$$
$$y'(t) = g\left(x(t), y(t)\right), \qquad \text{(I)}$$

или

$$\varepsilon x'(t) = f\left(x(t), y(t), t\right),$$
$$y'(t) = g\left(x(t), y(t), t\right), \qquad \text{(II)}$$

где $\varepsilon > 0$ – малый параметр, $x(t,\varepsilon) \in R^p$, $y(t,\varepsilon) \in R^m$, $t \in [t_0, T] \subset R$.

Такие системы уравнений называются сингулярно возмущенными и встречаются во многих прикладных задачах. Например, в физике фазавых переходах, в электротехнике изучение принцип работ транзисторов и диодов, в гидродинамике турбулентных течениях.

Начиная с 50-х годов начались систематические исследования систем вида (I), (II).

Если в (I) формально считать, $\varepsilon = 0$, то получается система

$$f\left(\bar{x}(t), \bar{y}(t)\right) = 0,$$
$$\bar{y}'(t) = g\left(\bar{x}(t), \bar{y}(t)\right). \qquad \text{(III)}$$

Система (III) называется вырожденным или предельным. Предполагается, что вырожденная система (III) на отрезке $[t_0, T]$ имеет решение $\bar{x}(t)$, $\bar{y}(t)$.

Пусть $x(t,\varepsilon)$, $y(t,\varepsilon)$ – решения задачи (I), удовлетворяют начальным условиям

$$x(t_0,\varepsilon) = x_0,$$
$$y(t_0,\varepsilon) = y_0.$$

Для каких значениях t от отрезка $[t_0, T]$, имеет место предельное равенство

$$\lim_{\varepsilon\to 0} x(t,\varepsilon) = \bar{x}(t),\ \lim_{\varepsilon\to 0} y(t,\varepsilon) = \bar{y}(t)?$$

Это задача впервые в огранниченной области при наложении определенных условий решена А. Н. Тихоновым (1948, 1952). В работах А.Б. Васильевой (1967, 1973), Ф. Бутузова (1973) и других исследовались случаи, когда невозмущенная система (III) имеет несколько решений.

Л.С. Понтрягин (1957), Е.Ф. Мищенко (1957) и их ученики исследовали сингулярно возмущенные автономные уравнения, определили процесс релаксационных колебаний.

А.Б. Васильева (1960), М.И. Иманалиев (1972) построили разложение решения по малому параметру. В этих работах исследование проводится с использованием устойчивости положения равновесия.

М.И. Иманалиев, П.С. Панков (1993) впервые обнаружили новые явления «вращающегося пограничного слоя» в теории систем двух уравнений и «всплеска» в теории уравнений.

Научная школа почетного академика Национальный Академии Наук Кыргызской Республики К.А. Алымкулова несколько лет занимается исследованием сингулярно возмущенных задач. Основной задачей исследования является построение полных, равномерных асимптотических разложений решений бисингулярных задач. К.А. Алымкуловым впервые (1992) разработаны метод структурного сращивания, обобщенный метод униформизации и обобщенный метод пограничных функций.

Первая работа, при нарушении условия устойчивости принадлежит М.А. Шишковой (1974). В этой работе исследование проведено аналитическим продолжением уравнения в некоторую область комплексной плоскости.

Полученные результаты развиты и обобщались в работах С. Каримова (1983), Г.М. Анарбаевой (1993), К.С. Алыбаева (2001), Д.А. Турсунова (2005), М.А. Азимбаева (2010).

В работах К.Б. Тампагарова (2017) и А.Б. Мурзабаевой (2019) сингулярно возмущенные уравнения исследованы без условия устойчивости.

В упомянутых работах исследование проведены в ограниченной области комплексной плоскости и когда матрица-коэффициенты при линейной неизвестной вектор-функции имеют простые (некратные) собственные значения.

Бесконечная область, кратные собственные значения не рассмотрено, следовательно, исследование этой проблемы является **актуальным**.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими темами.

Диссертация выполнена по тематике научно-исследовательских работ кафедры математического анализа Ошского государственного университета и в рамках научного проекта по Институту фундаментальных и прикладных исследований при ОшГУ (№1497, ФХД/21).

Цель исследования. Исследовать асимптотическое разложение решения сингулярно возмущенного уравнения и системы нелинейных уравнений, когда область изменения независимого переменного неограниченна и собственные значения, определяющие условие устойчивости, простые и кратные.

Задачи исследования:

1. Построить асимптотическое разложение решения сингулярно возмущенного дифференциального уравнения и системы нелинейных дифференциальных уравнений в бесконечной полосе комплексной плоскости, когда собственные значения, определяющие смены устойчивости, матрица – коэффициенты при линейной неизвестной вектор-функции простые и кратные.
2. Оценить асимптотическую близость решений сингулярно возмущенной и невозмущенной задач.

Научная новизна работы.

1. Доказано асимптотическая близость решений сингулярно возмущенной и невозмущенной задачи в бесконечной полосе.
2. Получено асимптотическое изменение решений сингулярно возмущенной системы нелинейных дифференциальных уравнений в бесконечой полосе, когда собственные значения простые.
3. Получено асимптотическое разложение решения для сингуярно возмущенной системы 4-х нелинейных уравнений первого порядка в бесконечной полосе, когда собственные значения, определяющие условия устойчивости, кратные.

Практическая значимость полученных результатов. Работа носит теоретический характер, ее результаты могут быть использованы при исследовании процессов различного состояния в возмущении, колебании, в электротехнике, радиотехнике, гидродинамике. Результаты работы также могут быть использованы при чтении лекции специального курса по теории возмущений при подготовке бакалавров и магистров.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту.
1. Асимптотика решения для сингулярно возмущенного линейного обыкновенного дифференциального уравнения в бесконечной полосе.
2. Асимптотическое разложения для сингулярно возмущенной системы нелинейных дифференциальных уравнении в бесконечной полосе, когда собственные значения, определяющие условия устойчивости, простые.
3. Асимптотическое разложения решения для сингуярно возмущенной системы из четырех нелинейных уравнений первого порядка в бесконечной полосе, когда собственные значения, определяющие условия устойчивости, кратные.

Личный вклад автора. Постановка задачи принадлежит научному руководителю профессору С. Каримову, а основные результаты получены соискателем. В совместных работах [6, 8, 12] соавтор Г. Анарбаева участвовала в обсуждении и оформлении результатов.

Апробация работы. Результаты работы регулярно докладывались и обсуждались:

1) на научных семинарах кафедры математического анализа Ошского государственного университета под названием “Асимптотические разложения решения сингулярно возмущенных уравнений” (руководитель семинара д. ф. - м. н., проф. С. Каримов);

2) на III конгрессе математиков тюркского мира (Казахстан, г. Алма-Ата – 2009г.);

3) на региональном научном семинаре математиков юга Кыргызстана “Актуальные проблемы математики и их применения” (руководитель: почетный академик НАН КР, д.ф.-м.н., профессор К.А. Алымкулов, г. Ош, 2019-2021г.г.).

Полнота отражения результатов диссертации. Основные результаты диссертации опубликованы в 12 статьях, 8 статей опубликованы в системе РИНЦ. Общее количество баллов составляет – 206.

Структура и объем работы.

Работа состоит из оглавления, списка условных обозначений, введения и 5 глав, разбитых на 13 параграфов, вывода, трех рисунков и списка использованной литературы, содержащего 54 наименований. В конце каждой главы изложены выводы. Нумерация параграфов, формул, теорем – тройная: первая цифра указывает номер главы, вторая – номер параграфа, третий ее порядковый номер. Объем текста составляет 92 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении дана краткая предыстория изучаемой задачи и анализ полученных результатов отдельных работ по сингулярно возмущенным уравнениям. Обосновываются актуальность темы, цель и задачи исследования, научная новизна, практическая значимость, основные положения, выносимые на защиту и общая характеристика работы.

Первая глава «Обзор результатов по теории сингулярно возмущенных уравнений» . Дается краткий общий обзор сингулярно возмущенных задач и результаты других исследователей, наиболее близкие к данной работе.

Вторая глава «Материал и методы исследования». Указаны объекты и предмет исследования.

Объектом исследования является сингулярно возмущенное линейное уравнение и системы нелинейных дифференциальных уравнений, когда собственные значения, определяющие смены устойчивости, простые и кратные.

Предметом исследования является в неограниченной области построение асимптотического разложений решении сингулярно возмущенного линейного уравнения, системы, состоящих из двух и четырех нелинейных уравнений и получения асимптотической оценки разложения.

В работе использованы методы: асимптотические, последовательных приближений, линии уровня, интегрирования по частям и математической индукции.

Третья глава “Асимптотика решений линейной уравнений первого порядка” состоит из трех параграфов.

Дано уравнение с начальным условием:

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon) = a(t)x(t,\varepsilon) + \varepsilon h(t), \qquad (1)$$

$$x(t_0,\varepsilon) = x^0(\varepsilon), \left|x^0(\varepsilon)\right| = O(\varepsilon) \qquad (2)$$

где $x(t,\varepsilon)$ – неизвестная функция.

Задача (1)-(2) в области

$$H_0 = \left\{t \in C,\, t_0 \le t_1 \le T_0,\, -\infty < t_2 < +\infty\right\},$$

исследовано при выполнении следующих условии:

Ш 3.1. $\mathrm{Re}\,a(t) < 0$ в полосе $\left\{t_0 \le t_1 < a_0 \wedge -\infty < t_2 < +\infty\right\}$, $a_0 \in \left(t_0, T_0\right)$,

$\operatorname{Re} a(t) = 0$ на прямой $\{t_1 = a_0 \wedge -\infty < t_2 < +\infty\}$,

$\operatorname{Re} a(t) > 0$ в полосе $\{a_0 < t_1 \le T_0 \wedge -\infty < t_2 < +\infty\}$.

Ш 3.2. $\forall t_0 \in H_0,\ a(t), h(t) \in \Phi(H_0) \wedge \operatorname{Im} a(t) > 0$.

Ш 3.3. $|h(t)| = O(1)$ при $t \to \infty$.

При $t = t_1 + it_2$ для действительной части функции $\int\limits_{t_0}^{t} a(s)ds$ принято обозначение $u(t_1,t_2) = \operatorname{Re}\int\limits_{t_0}^{t} a(s)ds$.

Определено точек перевала бесконечного порядка в точке ∞.

Рассматриваются примеры, которые раскрывают особенности рассматриваемой задачи.

Пример 1. Пусть в уравнении (1) функция $a(t) = 2(t+i), t \in C$.

Тогда $u(t_1,t_2) = \operatorname{Re}\left(2\int\limits_{-i}^{t}(\tau + i)d\tau\right)$. Рассмотрим линии уровня $u(t_1,t_2) = t_1^2 - (t_2+1)^2 = C$. Линия уровня $u(t_1,t_2) = 0$ в точке $(0,-1)$ разветвляется и делит комплексную плоскость на 4 части (S_1, S_2, S_3, S_4) (рисунок 1).

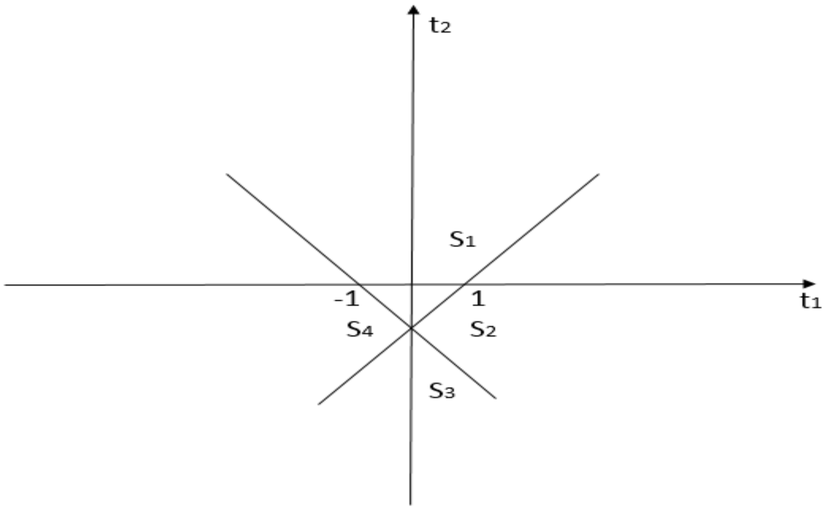

Рисунок 1. Ветви линии уровня $u(t_1,t_2) = 0$.

Имеет место

$t \in (S_1 \cup S_3): u(t_1,t_2) \le 0,\ t \in (S_2 \cup S_4):\ \operatorname{Re} u(t_1,t_2) \ge 0$.

Для уравнения

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon) = (t+i)x(t,\varepsilon) + \varepsilon h(t),$$

с начальным условием

$$x(-1,\varepsilon) = x^0,$$

требуется исследовать асимптотическое изменение решения по ε. В этом случае положение равновесия уравнении (1), на интервале $[-1,0)$ устойчиво, на интервале $(0,1]$ неустойчиво. В этом случае точка $t=-i$ будет точкой перевала второго порядка

Из результатов ранних исследований следует, что решение $x(t,\varepsilon)$ на отрезке $[-1,1]$ ограниченно. Надо отметить, что при асимптотичеком исследовании достаточно рассмотреть треугольник ограниченный ветьвями линии уровня $\operatorname{Re} A(t)=0$ соединяющие точки $(0,-1),(1,0)$.

Во всех работах, посвященных исследованию уравнений, где нарушается условие устойчивости, рассмотрен случай, когда существуют ветви (пересекающие) линии уровня соединяющие концы отрезка. В этих случаях не было необходимости расматривать бесконечную область.

Пример 2. Пусть в уравнении (1) функция $a(t)=-e^{-it}$.
$a(t)=-\cos t+i\sin t,$ рассмотрим отрезок $0\le t\le\pi$ (Рисунок 2).

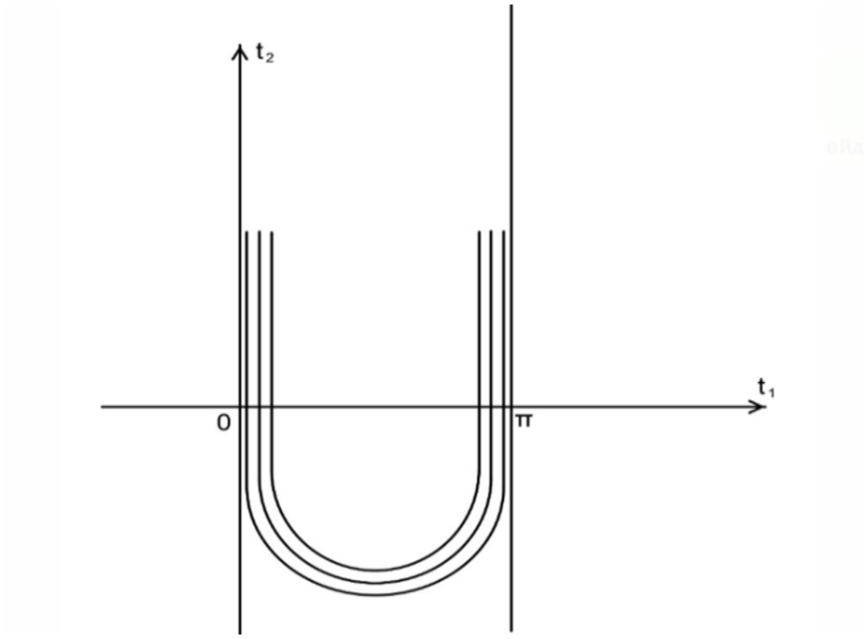

Рисунок 2. Линии уровня $(C<0)$.

Устойчивости положения равновесия уравнении (1) изменяется на отрезке $[0,\pi]$. Для исследования асимптотического поведения решения задачи (1)-(2) используется линии уровня функции $u(t_1,t_2)$ и приходится рассмотреть бесконечную полосу.

$$H_0=\{t\in C,\ 0\le t_1\le\pi,-\infty<t_2<+\infty\}.$$

Пример 3. Пусть в уравнении (1) функция $a(t)=-e^{it}$. Получаем $a(t)=-\cos t-i\sin t$. $\operatorname{Re} a(t)$ на отрезке $0\le t\le\pi$ меняет свой знак от отрицательного на положительный и $\operatorname{Re} a\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$. Здесь также возникает необходимость рассмотреть бесконечную полосу.

Выполнения условий Ш 3.1-Ш 3.3 установливаются как в примере 2.

Пример 4. Если в уравнении (1) функция $a(t)=e^{it}$, то $a\left(t\right)=\cos t+i\sin t.$ Здесь знак $\operatorname{Re}a(t)$ меняется на $\left[\pi,2\pi\right]$.

Тогда $u(t_1,t_2)=\operatorname{Re}\left(\int\limits_{\pi}^{t}e^{i\tau}d\tau\right)=\operatorname{Re}\left(\frac{1}{i}\left(e^{it}-e^{i\pi}\right)\right)=\operatorname{Re}\left(\frac{1}{i}\left(e^{it}+1\right)\right).$

Если $t=t_1+it_2$, тогда $u(t_1,t_2)=\operatorname{Re}\frac{1}{i}\left(e^{-t_2}\left(\cos t_1-i\sin t_1\right)+1\right)=e^{-t_2}\sin t_1$,

$$u(t_1,t_2)=e^{-t_2}\sin t_1.$$

Линии уровня $\left(C\right)$ будут в виде рисунка 3.

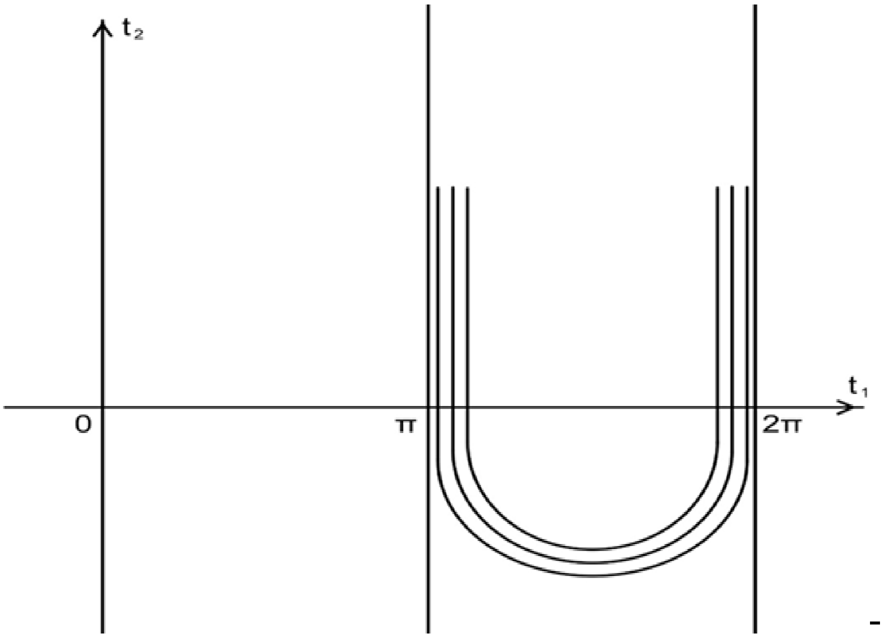

Рисунок 3. Линии уровня $\left(C<0\right)$.

В примерах 2-4 точка пересечения линии уровня соединяющие концы рассматриваемых отрезков пересекаются в точке ∞ (бесконечно удаленной точке) которая является точкой перевала бесконечного порядка. Бесконечный порядок точки перевала объясняется тем, что в этой точке пересекаются бесконечное число других линии уровней.

Для получения асимптотической оценки вблизи на правых концах отрезка приходится рассмотреть бесконечную область. Эта одна из особенностей задачи данной работы.

Задача (1)-(2) равносильно интегральному уравнению:

$$x(t,\varepsilon)=E(t,t_0,\varepsilon)x_0(\varepsilon)+\int\limits_{t_0}^{t}E(t,\tau,\varepsilon)h\left(\tau\right)d\tau,$$

где $E(t,t_0,\varepsilon)=\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{t_0}^{t}a(s)ds\right)$, $E(t,\tau,\varepsilon)=\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{\tau}^{t}a(s)ds\right)$.

Доказываются следующие леммы:

Лемма 3.3.1. Пусть выполняются условия Ш 3.1-Ш 3.2.Тогда линии уровня

$$(C)=\{t\in H_0,\, u(t_1,t_2)=C-const.\},$$

полностью покрывают полосу H_0.

Лемма 3.3.2. Пусть выполняются условия Леммы 3.3.1. Тогда существуют: линия уровня (C_1) соединяющая точки $(t_{01},0),(T_1,0)$, линия уровня (C_2) соединяющая точки $(t_{02},0),(T_2,0)$ и функция $t_2=\phi(t_1)$ $(t_{01}\le t_1\le T_2)$, которая определяется из уравнения

$$u(t_1,t_2)=at_1+b,$$

где $a=\dfrac{C_1-C_2}{t_{01}-T_1},\, b=\dfrac{C_2t_{01}-C_1T_1}{t_{01}-T_1}$.

Кривую, определяющую функцию $t_2=\phi(t_1)$ обозначим через K.

1). В случае когда кривая K определена следующими линиями уровня: $C_1=-\dfrac{1}{2}\delta,\, C_2=-\delta,$ где $\delta-const,$ $0<\delta<<1$, тогда, область обозначим через $H_1\subset H_0$. H_1 неограниченная область.

2). Пусть постоянные $C_1=-\dfrac{1}{2}\varepsilon,\, C_2=-\dfrac{1}{2}\varepsilon^p$, где $0<p<1$, область обозначается через $H_2\subset H_0$. В этом случае область H_2 также неограничена.

3). Пусть постоянные $C_1=\dfrac{1}{2}\varepsilon\ln\varepsilon,\, C_2=\varepsilon\ln\varepsilon$ и область обозначаем через $H_3\in H_0$. Область H_3 также неограничена.

Пусть $\tilde{K}=\Delta\cup K$, где $\Delta=\{(t_1,t_2): t_0\le t_1\le t_{01},\, t_2=0\}$.

Когда точки (t_1,t_2) лежат на K, то путь интегрирования определяется так: $l=\bigcup\limits_{k=1}^{3}l_k$, где l_1-отрезок прямой, соединяющий точку $(t_0,0)$ с точкой $(t_{01},0)$, l_2-отрезок кривой, соединяющий точку $(t_{01},0)$ с точкой $\left(t_1,t_2^*=\tilde{\phi}(t_1,\varepsilon)\right)$, $l_3^{(1)}-$отрезок прямой, соединяющий точку (t_1,t_2^*) с точкой (t_1,t_2).

Получена асимптотическая оценка решения поставленной задачи и доказаны следующие теоремы:

Теорема 3.3.1. Пусть выполнены условия Ш 3.1-Ш 3.3, тогда решение задачи (1)-(2) на $\tilde{K}=\Delta\cup H_1$ существует, единственно и справедлива оценка

$$|x(t,\varepsilon)|\le c\varepsilon.$$

Теорема 3.3.2. Пусть выполнены условия Ш 3.1-Ш 3.3. Тогда решение задачи (1)-(2) на $\tilde{K}=\Delta\cup H_2$ существует, единственно и справедлива оценка

$$\left|x(t,\varepsilon)\right| \le c\varepsilon^{1-p}.$$

Теорема 3.3.3. Пусть выполнены условия Ш 3.1-Ш 3.3. Тогда решение задачи (1)-(2) на $\tilde{K} = \Delta \cup H_3$ существует, единственно и справедлива оценка

$$\left|x(t,\varepsilon)\right| \le c\delta_0(\varepsilon),$$

где $\delta_0(\varepsilon) = \dfrac{1}{\left|\ln\varepsilon\right|}$.

Глава 4 под названием "Асимптотика решении систем из двух уравнений"

Рассматривается задача

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon) = D(\mathrm{t})x(t,\varepsilon) + \varepsilon\left[\varphi(t) + B(t)x(t,\varepsilon)\right] + f\left(t, x(t,\varepsilon)\right), \tag{3}$$

$$x(t_0,\varepsilon) = x^0(\varepsilon),\ \left\|x^0(\varepsilon)\right\| = O(\varepsilon), \tag{4}$$

где $t \in H_0 = \left\{t \in C,\, t_0 \le t_1 \le T_0,\, -\infty < t_2 < +\infty\right\}$, $D(t) = diag\,\left(\lambda_1(t),\, \lambda_2(t)\right)$, $B(t) = \left(b_{kj}(t)\right)_1^2$, $\lambda_1(t) = \overline{\lambda_2(\bar{t})}$. Если t вещественное, тогда $\lambda_1(t) = \overline{\lambda_2(t)}$.

Пусть выполняются следующие условия:

Ш 4.1. $\forall t \in H_0$, $D(t) \in \Phi(H_0)$, $B(t) \in \Phi(H_0) \wedge \left\|B(t)\right\| = O(1)$ при $t \to \infty$.

Ш 4.2. $f(t,x) \in \Delta(t,x)$. $f(t,x)$ разлагается в области $\Delta(t,x)$ в ряды по степеням переменных x_1, x_2, причем разложения начинаются членами не ниже второго порядка.

$$\left\|f(t,x) - f(t,\tilde{x})\right\| \le M\left\|x - \tilde{x}\right\|\left(\max\left\{\|x\|, \|\tilde{x}\|\right\}\right)^{\beta},$$

где M, β - положительные постоянные.

Определим функции $E_k(t,\tau,\varepsilon) = \exp\dfrac{1}{\varepsilon}\displaystyle\int_\tau^t \lambda_k(s)ds,\ k = 1,2$.

Если обозначим $u(t_1,t_2) = \mathrm{Re}\displaystyle\int_{t_0}^{t} \lambda_1(s)ds$, тогда $u(t_1,-t_2) = \mathrm{Re}\displaystyle\int_{t_0}^{t} \lambda_2(s)ds$.

Пусть функции $\mathrm{Re}\lambda_1(t), u(t_1,t_2)$ в области H_0 удовлетворяют слудеющим условиям:

Ш 4.3. $\mathrm{Re}\lambda_1 < 0$ на полосе $t \in H_{01} = \left\{t \in H_0,\, t_0 \le t_1 < a_0,\, -\infty < t_2 < +\infty\right\}$,

$\mathrm{Re}\lambda_1(a_0 + i0) = 0$ на прямой $p = \left\{t \in H_0,\, t_1 = a_0,\, -\infty < t_2 < +\infty\right\}$,

$\mathrm{Re}\lambda_1 > 0$ на полосе $t \in H_{02} = \left\{t \in H_0,\, a_0 < t_1 \le T_0,\, -\infty < t_2 < +\infty\right\}$.

Ш 4.4. $\forall t \in H_0$, $\mathrm{Im}\lambda_1(t) > 0$.

Отсюда следует, что устойчивость положения равновесия системы (3) на интервале $\left(a_0, T_0\right]$ не сохраняется.

Для $\mathrm{Re}\lambda_2(t)$ в области H_0 выполняются такие соотношении.

Ш 4.5. Пусть на прямых $t_1=t_0$, $t_1=T_0$ $(-\infty<t_2<+\infty)$ функция $u(t_1,t_2)=0$.

Лемма 4.1.1. Если выполняются условия Ш 4.3-Ш 4.5, тогда полоса H_0 будет полностью покрыта линиями уровня

$$(C)=\left\{t\in H_0, u(t_1,t_2)=C-const\right\}.$$

При поставленных условиях ставится задача исследования асимптотики решения задачи (3)-(4).

Задача (3)-(4) заменена на эквивалентное интегральное уравнение:

$$x(t,\varepsilon)=E(t,t_0,\varepsilon)x^0(\varepsilon)+\int_{t_0}^{t}E(t,\tau,\varepsilon)\left[B(\tau)x(\tau,\varepsilon)+\varphi(\tau)\right]d\tau+$$

$$+\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}E(t,\tau,\varepsilon)\,f\left(\tau,x(\tau,\varepsilon)\right)d\tau, \qquad (5)$$

где $E(t,\tau,\varepsilon)=\exp\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}D(s)ds$.

$$x(t,\varepsilon)=colon\left(x_1(t,\varepsilon),x_2(t,\varepsilon)\right),\ x^0(t,\varepsilon)=colon\left(x_1^0(t,\varepsilon),x_2^0(t,\varepsilon)\right),$$

$$\varphi(t)=colon\left(\varphi_1(t),\varphi_2(t)\right),$$

$$f\left(t,x(t,\varepsilon)\right)=colon\left(f_1\left(t,x(t,\varepsilon)\right),f_2\left(t,x(t,\varepsilon)\right)\right),$$

$$\mathrm{E}_k(t,\tau,\varepsilon)=\exp\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}\lambda_k(s)ds\right]\ (k=1,2).$$

(5) в скалярном виде будет:

$$x_k(t,\varepsilon)=x_k^0(\varepsilon)E_k(t,t_0,\varepsilon)+\int_{t_0}^{t}E_k(t,\tau,\varepsilon)\left[\varphi_k(\tau)+\mathrm{P}_k(\tau,\varepsilon)\right]d\tau+$$

$$+\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}E_k(t,\tau,\varepsilon)\,f_k(\tau,\varepsilon)d\tau, \qquad (6)$$

где $\mathrm{P}(t,\varepsilon)=\mathrm{P}_k(t,\varepsilon)$, $k=1,2$,

$$\mathrm{P}_1(t,\varepsilon)=\mathrm{P}(t,\varepsilon)=b_{11}(t)x_1(t,\varepsilon)+b_{12}(t)x_2(t,\varepsilon),$$

$$\mathrm{P}_2(t,\varepsilon)=Q(t,\varepsilon)=b_{21}(t)x_1(t,\varepsilon)+b_{22}(t)x_2(t,\varepsilon).$$

К системе (6) применяется метод последовательных приближений.

Основной задачей является доказательство существования решений возмущенной задачи и оценка близости решений возмущенной и невозмущенной задач при $\varepsilon\to 0$ на промежутке $\left[t_0,T_0-\tilde{\delta}(\varepsilon)\right]$ где $\tilde{\delta}(\varepsilon)\ge 0$ непрерывная функция при $0<\varepsilon\le\varepsilon_0$ и $\lim\limits_{\varepsilon\to 0}\tilde{\delta}(\varepsilon)=0$.

Начиная со второго приближения пути интегрирования выбираются из области H_0. Пути интегрирования состоят из отрезков гладких кривых или кусочно гладких кривых.

Для оценки последовательных приближений используется лемма 4[1].

Пусть $C_1 = \alpha(\varepsilon), C_2 = 2\alpha(\varepsilon)$, тогда область покрытой кривыми K обозначим через $K_0 \subset H_0$.

Пусть $C_1 = -\delta, C_2 = -2\delta$, где $0 < \delta < 1$, тогда область обозначим через $K_0 = H_c$.

Пусть $C_1 = -\varepsilon^p, C_2 = -2\varepsilon^p$, где $0 < p < 1$. В этом случае область обозначим через $H_4 \subset H_0$.

Пусть $C_1 = \varepsilon \ln \varepsilon, C_2 = 2\varepsilon \ln \varepsilon$, тогда область обозначим через $H_5 \subset H_0$.

Пусть $\tilde{K} = \Delta \cup K$, где $\Delta = \left\{ (t_1, t_2) : t_0 \le t_1 \le t_{01}, t_2 = 0 \right\}$. Оценка $x(t,\varepsilon)$ проводится для точки области $\tilde{K}$. Здесь путь интегрирования l зависит от того, какому множеству принадлежат точки (t_1, t_2).

Выберем пути интегрирования. Пусть кривая, для которой $(t_1, t_2) \in K_0$, состоит из $l = \bigcup_{k=1}^{3} l_k$, где l_1 – отрезок прямой, соединяющий точку $(t_0, 0)$ с точкой $(t_{01}, 0)$, l_2 отрезок кривой, соединяющий точки $(t_{01}, 0)$и $\left(t_1, t_2^* = \tilde{\phi}(t_1)\right)$, l_3 отрезок прямой, соединяющий точку $\left(t_1, t_2^*\right)$ с точкой (t_1, t_2). Заметим, что если $(t_1, t_2) \in K_0$, то на кривой K при любом t_1 найдется единственная точка $\left(t_1, t_2^* = \phi(t_1)\right)$.

Доказаны следующие теоремы:

Теорема 4.3.1. Пусть выполнены условия Ш 4.1-Ш 4.5 и $\beta > 1$. Тогда решение задачи (3)-(4) представимое в виде $x(t,\varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} x^{(k)}(t,\varepsilon)$на H_c существует, единственно и справедлива оценка $\left| x^{(n)}(t,\varepsilon) \right| \le (c \cdot \varepsilon)^n$.

Теорема 4.3.2. Пусть выполнены условия Ш 4.1-Ш 4.5 и $\beta > \dfrac{1}{1-p} (0 < p < 1)$. Тогда решение задачи (3)-(4) на H_4 существует, единственно представляется в виде $x(t,\varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} x^{(k)}(t,\varepsilon)$ и справедлива оценка $\left| x^{(n)}(t,\varepsilon) \right| \le \left(c \cdot \varepsilon^{1-p}\right)^n$.

[1] **Алыбаев, К.С.** Метод линия уровня исследования сингулярно возмущенных уравнений при нарушении условия устойчивости. [Текст] / К.С. Алыбаев // Дисс. … д-ра физ. - мат. наук: 01.01.02. – Бишкек, 2001. – 204 с.

Теорема 4.3.3. Пусть выполнены условия Ш 4.1-Ш 4.5 и $f(t,x)\equiv 0$. Тогда решение задачи (3)-(4) на H_5 существует, единственно представляется в виде $x(t,\varepsilon)=\sum_{k=0}^{\infty}x^{(k)}(t,\varepsilon)$ и справедлива оценка $\left|x_k^{(n)}(t,\varepsilon)\right|\le\left(c\cdot\delta_0(\varepsilon)\right)^n$, где $0<c-const,\ \delta_0(\varepsilon)=\dfrac{1}{|\ln\varepsilon|}$.

Пятая глава “Асимптотика решения системы нелинейных четырех обыкновенных дифференциальных уравнений”, посвящена случаю, когда собственные значения, определяющие смену устойчивости кратные.

Рассматривается задача

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon)=D(t)x(t,\varepsilon)+\varepsilon f\left(t,x(t,\varepsilon)\right), \tag{7}$$

$$x(t_0,\varepsilon)=x^0(\varepsilon),\ \left\|x^0(\varepsilon)\right\|=O(\varepsilon), \tag{8}$$

где $f(t,x(t,\varepsilon))=colon(f_1(t,x(t,\varepsilon)),\ f_2(t,x(t,\varepsilon)),\ f_3(t,x(t,\varepsilon)),\ f_4(t,x(t,\varepsilon)))$ – известная величина и $D(t)$ – заданная матрица размера 4×4.

.

Пусть выполняются следующие условия:

Ш 5.1. $\forall t\in H_0$, $D(t)$ имеет собственные значения $\lambda_k(t)$, $k=1,2,3,4$ и жорданову форму ($D(t)\in\Phi(H_0)$).

Ш 5.2. $f(t,x)\in\Phi\left(\Delta(t,x)\right),\ \Delta(t,x)=\{t_0\in H_0,\|x\|<\delta-const$ не зависит от ε } и $\|f(t,x)-f(t,\tilde{x})\|\le M\|x-\tilde{x}\|$, где M.-положительное число, не зависящее от точек.

Ш 5.3. $\lambda_k(t)\in\Phi(H_0)$ и $\lambda_1(t)=\overline{\lambda_3(\bar{t})},\ \lambda_1(t)=\lambda_2(t),\lambda_3(t)=\lambda_4(t)$.

Функции $\operatorname{Re}\lambda_1(t),u(t_1,t_2)$ в области H_0 удовлетворяют следующим условиям:

Ш 5.4. $\operatorname{Re}\lambda_1<0$ на полосе $t\in H_{01}=\left\{t\in H_0,\ t_0\le t_1<a_0,\ -\infty<t_2<+\infty\right\}$,

$\operatorname{Re}\lambda_1(a_0+i0)=0$ на прямой $p=\left\{t\in H_0,\ t_1=a_0,\ -\infty<t_2<+\infty\right\}$,

$\operatorname{Re}\lambda_1>0$ на полосе $t\in H_{02}=\left\{t\in H_0,\ a_0<t_1\le T_0,\ -\infty<t_2<+\infty\right\}$

Ш 5.5. $\forall t\in H_0,\ \operatorname{Im}\lambda_1(t)>0$.

Ш 5.6. $u(t_1,t_2)=0$ на прямых $t_1=t_0$ и $t_1=T_0,\ -\infty<t_2<+\infty$.

Требуется найти асимптотику решения задачи (7)-(8) при выполнении этих условий.

Доказывается следующая теорема:

Теорема 5.1.1. Пусть выполнены условия Ш 5.1-Ш 5.6. Тогда для задачи (7)-(8) существует, единственно представляется в виде $x(t,\varepsilon)=\sum_{n=1}^{\infty}\tilde{x}^{(n)}(t,\varepsilon)$, при $t\in H_c$ справедлива оценка $\left\|\tilde{x}^{(n)}(t,\varepsilon)\right\|\le(c\varepsilon)^n$, а при $t\in H_4$ справедлива оценка

$\left\|\tilde{x}^{(n)}(t,\varepsilon)\right\| \le \left(c\varepsilon^{1-p}\right)^n$, где $c>0$ – постоянное не зависящее от t и от ε,

Задачу (7)-(8) заменяется интегральным уравнением и применяется метод последовательных приближений проводить оценивание.

Приведена оценка первых приближений.

Для $(t_1,t_2)\in\bar{K}$ получена оценка

$$\left|x^{(1)}(t,\varepsilon)\right| = O(\varepsilon^{1-p}),$$

где $x^{(1)}(t,\varepsilon) = colon\left(x_1^{(1)}(t,\varepsilon), x_2^{(1)}(t,\varepsilon), x_3^{(1)}(t,\varepsilon), x_4^{(1)}(t,\varepsilon)\right)$.

Если $(t_1,t_2)\in\bar{K}$, то $l_1 = \bigcup_{k=1}^{3} l_k^{(1)}$, где $l_1^{(1)}$ – отрезок прямой, соединяющий точку $(t_0,0)$ с точкой $(t_0+\gamma_1(\varepsilon),0)$ $l_2^{(1)}$ – отрезок кривой $\left(\overline{C}\right)$, соединяющий точку $(t_0+\gamma_1(\varepsilon),0)$ с точкой $\left(t_1, t_2^* = \tilde{\varphi}(t_1,\varepsilon)\right)$; $l_3^{(1)}$ – отрезок прямой, соединяющий точку $\left(t_1,t_2^*\right)$ с точкой $\left(t_1,t_2\right)$.

Для $\forall t\in H_c$ получена оценка $\left\|x^{(1)}(t,\varepsilon)\right\| \le c\varepsilon$, а для $\forall t\in H_4$ получается оценка $\left\|x^{(1)}(t,\varepsilon)\right\| \le c\varepsilon^{1-p}$.

Далее приведены оценки остальных приближений.

Последовательные приближения $x^{(n)}(t,\varepsilon)$ с начальным условием определяются так:

$$x^{(n)}(t,\varepsilon) = E(t,t_0,\varepsilon)x^{(0)}(\varepsilon) + \int_{t_0}^{t} E(t,\tau,\varepsilon) f\left(\tau, x^{(n-1)}(\tau,\varepsilon)\right)d\tau$$

где $E(t,t_0,\varepsilon) = \exp\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t} D(s)ds$, $E(t,\tau,\varepsilon) = \exp\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t} D(s)ds$.

Скалярная форма этой системы имеет вид

$$\begin{cases} x_1^{(n)}(t,\varepsilon) = x_1^0(\varepsilon)\exp\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}\lambda_1(s)ds\right] + \int_{t_0}^{t} f_1\left(\tau, x_1^{(n-1)}\right)\exp\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}\lambda_1(s)ds\right]d\tau, \\ x_2^{(n)}(t,\varepsilon) = x_2^0(\varepsilon)\exp\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}\lambda_2(s)ds\right] + \int_{t_0}^{t}\left[f_2\left(\tau, x_2^{(n-1)}(\varepsilon)\right) + \frac{\eta}{\varepsilon}x_1^{(n)}(t,\varepsilon)\right]\exp\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}\lambda_2(s)ds\right]d\tau, \\ x_3^{(n)}(t,\varepsilon) = x_3^0(\varepsilon)\exp\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}\lambda_3(s)ds\right] + \int_{t_0}^{t} f_3\left(\tau, x_3^{(n-1)}(\varepsilon)\right)\exp\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}\lambda_3(s)ds\right]d\tau, \\ x_4^{(n)}(t,\varepsilon) = x_4^0(\varepsilon)\exp\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}\lambda_4(s)ds\right] + \int_{t_0}^{t}\left[f_4\left(\tau, x_4^{(n-1)}(\varepsilon)\right) + \frac{\eta_1}{\varepsilon}x_3^{(n)}(t,\varepsilon)\right]\exp\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}\lambda_4(s)ds\right]d\tau. \end{cases}$$

Доказаны для n=2 справедливость оценок:
при $\forall t \in H_c$

$$\left\|\tilde{x}^{(2)}(t,\varepsilon)\right\| \le (c\varepsilon)^2,$$

а при $\forall t \in H_4$

$$\left\|\tilde{x}^{(2)}(t,\varepsilon)\right\| \le M\left(c\varepsilon^{1-p}\right)^2.$$

Оставшиеся приближения оцениваются применением метода математической индукции: при $\forall t \in H_c$

$$\left\|\tilde{x}^{(n)}(t,\varepsilon)\right\| \le (c\varepsilon)^n,$$

а при $\forall t \in H_4$

$$\left\|\tilde{x}^{(n)}(t,\varepsilon)\right\| \le \left(c\varepsilon^{1-p}\right)^n.$$

ВЫВОДЫ

В диссертационной работе на бесконечной полосе исследованы решения сингулярно возмущенного обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, нелинейных систем из двух уравнений первого порядка и систем из четырех обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, когда матрицы коэффициентов при линейной неизвестной вектор-функции имеют кратные собственные значения. При решении поставленной задачи рассмотрены интегральное уравнение и системы уравнений, с помощью метода последовательных приближений построено разложение решений. При асимптотических оценках разложений исспользован метод линии уровня, при котором линий уровня соединяющие концы отрезка в случае смены устойчивости пересекаются в точке ∞ и эта точка для функции $u(t_1,t_2)$, будет бесконечно удаленной точкой перевала бесконечного порядка

Получены следующие результаты:

– асимптотика решения для сингулярно возмущенного дифференциального уравнения в бесконечной полосе.

– асимптотическое разложение решения сингулярно возмущенной системы нелинейных дифференциальных уравнении и асимптотические оценки для разложений.

– асимптотическое разложение решения системы из четырех нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка и асимптотические оценки для разложений.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. **Абдилазизова, А.А.** Асимптотическое разложение решений сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений в случае смены устойчивости [Текст] / С. Каримов, А.А. Абдилазизова // Журнал «Естественные и технические науки». – Москва, 2007. – №4. – С. 13-16. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=11697446

2. **Абдилазизова, А. А.** Асимптотическое разложение решений сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений в случае смены устойчивости (случай, когда собственные значения имеют нули на границе области) [Текст] / С. Каримов, А.А. Абдилазизова // Вестник ОшГУ. – Ош, 2007. – №2. – С. 130-135.

3. **Абдилазизова, А. А.** Асимптотические оценки решений сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений в особо критическом случае (случай, когда $\lambda_1(t)=(t+i)^r$, $\lambda_2(t)=(t-i)^r$, $r=4m, m\in N$) [Текст] / А.А. Абдилазизова // Вестник ОшГУ. – Ош, 2009. – №6. – С. 151-156.

4. **Абдилазизова, А.А.** Асимптотические оценки решений сингулярно

возмущенной системы дифференциальных уравнений в особо критическом случае (случай, когда $\lambda_1(t)=(t+i)^r, \lambda_2(t)=(t-i)^r, \ r=4m+1, m=0,1, ...)$ [Текст] / А.А. Абдилазизова // Вестник ОшГУ. – Ош, 2009. – №6. – С. 156-160.

5. **Абдилазизова, А.А.** Более точные оценки решения сингулярно возмущенной задачи [Текст] / С. Каримов, Г.М. Анарбаева, А. Абдилазизова // Вестник ОшГУ. – Ош, 2016. – № 4. – С. 50-59. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=28198773

6. **Абдилазизова, А.А.** Асимптотические оценки решений сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений в особо критическом случае [Текст] / С. Каримов, А.А. Абдилазизова // Наука и новые технологии. – Бишкек, 2019, –№ 6. – С. 9-16. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42496688

7. **Абдилазизова, А.А.** Исследование решение сингулярно возмущенной задачи в неограниченном областе. [Текст] / Г.М. Анарбаева, А.А. Абдилазизова // Математические методы в технике и технологиях. – Москва, 2020. – Т. 12-3. – С. 7-11. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44312163

8. **Абдилазизова, А.А.** Асимптотика решения сингулярно возмущенной задачи Коши в случае смены устойчивости [Текст] / А.А. Абдилазизова // Евразийское Научное Объединение. – Москва, 2021. – № 7-1 (77). – С. 1-3. https://elibrary.ru/item.asp?id=46461494.

9. **Абдилазизова, А.А.** Асимптотические поведения решений сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений в случае смены устойчивости. [Текст] / С. Каримов, А.А. Абдилазизова // Евразийское Научное Объединение. – Москва, 2021. – № 7-1 (77). – С. 15-19. https://elibrary.ru/item.asp?id=46461499.

10. **Абдилазизова, А.А.** Чектелбеген аймакта сызыктуу эмес маселенин өзгөчө учурдагы асимптотикалык баасы [Текст] / А.А. Абдилазизова // ОшМУнун жарчысы. – Ош, 2021. – III том. – Б. 4-9. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=47406378

11. **Абдилазизова, А.А.** Сингулярдык козголгон тендемелер системасынын чечиминин асимптотикалык тартибине нөлдөрдүн жана уюлдардын таасири [Текст] / С. Каримов, А.А. Абдилазизова // ОшМУнун жарчысы. – Ош, 2021. – III том. – Б. 49-54. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=47406386

12. **Abdilazizova, A.A.** Behavior of the solution of singular perturbed system of differential equations in particularly critical case [Text] / S. Karimov, G.M. Anarbaeva, A.A. Abdilazizova, // Al-Farabi Kazakh NU. – 2009. – V1. – P. 337-343.

РЕЗЮМЕ

диссертации Абдилазизовой Акбермет Абдижалиловны на тему: « Асимптотика решений сингулярно возмущенных систем дифференциальных уравнений при нарушении условия устойчивости» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: малый параметр, асимптотическое разложение, сингулярно возмущенное уравнение и система уравнений, собственные значения, неограниченная область, линия уровня, асимптотика решении.

Объект исследования: сингулярно возмущенное линейное уравнение и системы нелинейных дифференциальных уравнений, когда собственные значения, определяющие смены устойчивости, простые и кратные.

Предмет исследования: в неограниченной области построение асимптотического разложений решении сингулярно возмущенного линейного уравнения, системы, состоящих из двух и четырех нелинейных уравнений и получения асимптотической оценки разложения.

Цель исследования: исследовать асимптотическое разложение решения сингулярно возмущенного уравнения и системы нелинейных уравнений, когда область изменения независимого переменного неограниченна и собственные значения, определяющие условие устойчивости, простые и кратные.

Методы исследования: асимптотические, последовательных приближений, линии уровня, интегрирование по частям и математическая индукция.

Полученные результаты и их новизна. Доказана асимптотическая близость решения сингулярно возмущенной и невозмущенной задачи в бесконечной полосе, получены асимптотические оценки для решения сингулярно возмущенной системы нелинейных дифференциальных уравнений, когда собственные значения (матрица - коэффициентов при линейных неизвестных функциях), простые и кратные.

Практическая значимость исследования. Полученные результаты могут быть использованы при исследовании процессов различного состояния в возмущении, колебании, в электротехнике, радиотехнике, гидродинамике.

Абдилазизова Акбермет Абдижалиловнанын «Туруктуулук шарты бузулган учурдагы сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелер системасынын чечиминин асимптотикасы» деген темадагы 01.01.02 - дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: кичине параметр, асимптотикалык ажыралыш, сингулярдык козголгон теңдеме жана теңдемелер системасы, өздүк маанилер, чектелбеген аймак, деңгээл сызык, чечимдин асимптотикасы.

Изилдөөнүн объектиси: сингулярдык козголгон сызыктуу теңдеме жана сызыктуу эмес теңдемелердин системалары, туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилери жөнөкөй жана эселүү болгон учурда.

Изилдөөнүн предмети: чектелбеген аймакта сингулярдык козголгон сызыктуу теңдеменин, сызыктуу эмес эки жана төрт теңдемеден турган системалардын чечимдеринин асимптотикалык ажыралыштарын тургузуу жана асимптотикалык баалоолорду жүргүзүү.

Изилдөөнүн максаты: сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелердин жана сызыктуу эмес теңдемелердин системаларынын чечиминин асимптотикалык ажыралышын көз каранды эмес өзгөрмөнүн өзгөрүү аймагы чексиз, туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилер жөнөкөй жана эселүү болгон учурларда изилдөө.

Изилдөөнүн методдору: асимптотикалык, удаалаш жакындашуулар, деңгээл сызыктар, бөлүктөп интегралдоо, математикалык индукция.

Алынган натыйжалар жана алардын жаңылыгы. Сингулярдык козголгон жана козголбогон маселелердин чечимдеринин асимптотикалык жакындыгы чексиз тилкеде далилденди, сингулярдык козголгон сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелер системасынын туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилери (белгисиз сызыктуу вектор-функциянын матрица-коэффициенти) жөнөкөй жана эселүү болгон учурларда чечимдин асимптотикалык баалоосу алынды.

Изилдөөнүн практикалык мааниси. Алынган жыйынтыктар козголууда, термелүүдө, электротехникада, радиотехникада, гидродинамикадагы түрдүү абалдагы процесстерди изилдөөдө колдонулушу мүмкүн.

SUMMARY

dissertation by Abdilazizova Akbermet Abdizhalilovna on topic: "Asymptotics of a singularly perturbed system solutions of differential equations in case of change in stability" for degree of candidate in physical – mathematical sciences, specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control.

Keywords: small parameter, asymptotic expansion, singularly perturbed equation and system of equations, eigenvalues, unbounded domain, level line, solution asymptotics.

Research object: a singularly perturbed linear equation and systems of nonlinear differential equations, when the eigenvalues determining the changes in stability are simple and multiple.

Subject of research: in an unbounded domain, the construction of an asymptotic expansion for solving a singularly perturbed linear equation, a system consisting of two and four nonlinear equations and obtaining an asymptotic estimate for the expansion.

Research purpose: to investigate singularly perturbed differential equations and systems of nonlinear differential equations, when the range of variation of independent variable is infinite, the eigenvalues determining change in stability are simple and multiple.

Research methods: asymptotic, successive approximations, level lines, integration by parts and mathematical induction.

Research results and their novelty. The asymptotic proximity of a singularly perturbed solution and unperturbed problem in infinite strip is proved, asymptotic estimates are obtained for a singularly perturbed system solution in nonlinear differential equations, when eigenvalues (coefficients matrix at linear unknown functions) are simple and multiple.

Practical significance of the research. The results obtained can be used in the study of processes of various states in disturbance, oscillation, in electrical engineering, radio engineering, hydrodynamics.

Подписано в печать: 30. 06. 2022.
Обьем: 1,5 п.л. Заказ № 6
Формат 60х90 1/16. Тираж 60 экз.

Редакционно-издательский отдел “Билим” ОшГУ
г. Ош, ул. Ленина, 331.