**ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ**

**Б. ОСМОНОВ АТЫНДАГЫ ЖАЛАЛ-АБАД МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ**

Д 05.22.651 диссертациялык кеңеши

Кол жазма укугунда
УДК 517.928

**АБДИЛАЗИЗОВА АКБЕРМЕТ АБДИЖАЛИЛОВНА**

# ТУРУКТУУЛУК ШАРТЫ БУЗУЛГАН УЧУРДАГЫ СИНГУЛЯРДЫК КОЗГОЛГОН ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР СИСТЕМАСЫНЫН ЧЕЧИМИНИН АСИМПТОТИКАСЫ

01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

Физика-математика илимдеринин кандидаты
окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын
**автореферати**

Ош – 2022

Диссертациялык иш Ош мамлекеттик университетинин математикалык анализ кафедрасында аткарылган

**Илимий жетекчи:** **Каримов Салы**, физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Ош мамлекеттик университетинин математикалык анализ кафедрасынын профессору (Кыргызстан, Ош ш.)

**Расмий оппоненттер:** **Аблабеков Бактыбай Сапарбекович,** физика-математика илимдеринин доктору, профессору, Ж.Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин колдонмо математика, информа-тика жана компьютердик технологиялар кафедрасынын профессору (Кыргызстан, Бишкек ш.)
**Аширбаева Айжаркын Жоробековна,** физика-математика илимдеринин доктору, профессор, М.М. Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин колдонмо математика кафедрасынын башчысы (Кыргызстан, Ош ш.)

**Жетектөөчү уюм:** Б.Н. Ельцин атындагы Кыргыз-Россия Славян университетинин “Дизайн жана архитектуранын математикалык негиздери” кафедрасы. 720000 КР, Бишкек ш., Анкара көчөсү, 2А, 307-бөлмө

Диссертацияны коргоо 2022-жылдын «30» сентябрында саат 14:30 да Ош мамлекеттик университетине жана Б. Осмонов атындагы Жалал-Абад мамлекеттик университетине караштуу техника илимдеринин доктору (кандидаты) жана физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын коргоо боюнча түзүлгөн Д 05.22.651 диссертациялык кеңешинин жыйынында өтөт.

Дареги: Кыргызстан, 723500, Ош шаары, Ленин көчөсү, 331, ауд. 203.
Диссертациянын коргоосунун онлайн трансляциялоонун шилтемеси: https://vc.vak.kg/b/052-pvt-luj-9ih

Диссертация менен Ош мамлекеттик университетинин жана Б. Осмонов атындагы Жалал-Абад мамлекеттик университетинин китепканаларында жана www.oshsu.kg сайтындагы диссертациялык кеңештин баракчасынан таанышууга болот.

Автореферат 2022-жылы «30» июнь күнү таркатылды.

Диссертациялык кеңештин
окумуштуу катчысы
ф.-м.и.к., доцент Бекешов Т.О.

# ИШТИН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

**Диссертациянын темасынын актуалдуулугу.**

$$\varepsilon x'(t) = f\left(x(t), y(t)\right),$$
$$y'(t) = g\left(x(t), y(t)\right), \qquad \text{(I)}$$

же

$$\varepsilon x'(t) = f\left(x(t), y(t), t\right),$$
$$y'(t) = g\left(x(t), y(t), t\right), \qquad \text{(II)}$$

системалар берилсин, мында $\varepsilon > 0$ – кичине параметр, $x(t,\varepsilon) \in R^p$, $y(t,\varepsilon) \in R^m$, $t \in [t_0, T] \subset R$.

Мындай теңдемелер системасы сингулярдык козголгон деп аталат жана көптөгөн колдонмо маселелерде кездешет. Мисалга алсак, физикада фазалык өтүүлөрдө, электротехникада транзисторлордун жана диоддордун иштөө принцибин үйрөнүүдө, гидродинамикада турбуленттик агымдарда колдонулат.

1950-жылдардан баштап (I), (II) түрүндөгү системаларды изилдөө башталган.

Эгерде (I) де формалдуу түрдө $\varepsilon = 0$ деп эсептесек, анда

$$f\left(\bar{x}(t), \bar{y}(t)\right) = 0,$$
$$\bar{y}'(t) = g\left(\bar{x}(t), \bar{y}(t)\right) \qquad \text{(III)}$$

көрүнүшүндөгү системаны алабыз. Бул система козголбогон же пределдик деп аталат. (III) козголбогон система $[t_0, T]$ аралыкта $\bar{x}(t)$, $\bar{y}(t)$ чечимдерине ээ болсун.

(I) системасынын $x(t,\varepsilon)$, $y(t,\varepsilon)$ чечимдери

$$x(t_0, \varepsilon) = x_0,$$
$$y(t_0, \varepsilon) = y_0$$

баштапкы шартын канааттандырсын.

$t$ нын кандай маанилери үчүн

$$\lim_{\varepsilon \to 0} x(t,\varepsilon) = \bar{x}(t), \ \lim_{\varepsilon \to 0} y(t,\varepsilon) = \bar{y}(t),$$

пределдик барабардык орун алат?

Бул маселе биринчи жолу чектүү аймакта белгилүү шарттарды коюу менен А.Н. Тихонов (1948, 1952) тарабынан чечилген. А.Б. Васильева (1967, 1973), Ф. Бутузовдун (1973) ж.б. эмгектеринде (III) козголбогон системанын чексиз көп чечимге ээ болгон учуру изилденген.

Л.С. Понтрягин (1957), Е.Ф. Мищенко (1957) жана алардын окуучулары сингулярдык козголгон автономдук теңдемелерди изилдешип, релаксациялык термелүү кубулушун аныкташкан.

А.Б. Васильева (1960), М.И. Иманалиев (1972) чечимдин кичине параметр боюнча ажыралмасын тургузушкан. Аталган эмгектерде изилдөөлөр тең салмактуулук абалдарынын туруктуулугун колдонуу аркылуу жүргүзүлгөн.

М.И. Иманалиев, П.С. Панков (1993) биринчи жолу эки теңдемеден турган системалар теориясында “айлануучу чек аралык катмарды” жана теңдемелер теориясында “чачылуу” (“всплеска”) аталышындагы жаңы кубулуштарды алышкан.

Кыргыз Республикасынын Улуттук Илимдер Академиясынын ардактуу академиги К.А. Алымкуловдун илимий мектеби көп жылдан бери сингулярдык козголгон маселелерди изилдөөнүн үстүндө эмгектенет. Изилдөөнүн негизги маселеси болуп, бисингулярдык козголгон маселелердин чечимдеринин толук, бир калыптагы асимптотикалык ажыралышын тургузуу эсептелет. К.А. Алымкулов (1992) тарабынан биринчи жолу структуралык жалгаштыруу, униформизациялоонун жалпыланган методу жана чек аралык функциялардын жалпыланган методу иштелип чыккан.

Туруктуулук шарт бузулган учурдагы биринчи эмгек М.А. Шишковага (1974) таандык. Бул эмгек теңдемени комплекстик тегиздиктин кандайдыр бир аймагына аналитикалык улантуу аркылуу изилденген.

Алынган жыйынтыктар С. Каримов (1983), Г.М. Анарбаева (1993), К.С. Алыбаев (2001), Д.А. Турсунов (2005), М.А. Азимбаевдердин (2010) эмгектеринде улантылып, жалпыланган.

К.Б. Тампагаров (2017), А.Б. Мурзабаевалардын (2019) эмгектеринде сингулярдык козголгон теңдеме, анын туруктуулук шартын колдонбостон изилденген.

Жогоруда аталган эмгектерде көз каранды эмес өзгөрмөнүн өзгөрүү аймактары чектүү жана системанын сызыктуу белгисиз вектор-функциясынын матрица-коэффициентинин өздүк маанилери жөнөкөй (эселүү эмес) болгон учурлар каралган.

Аймактар чексиз, өздүк маанилер эселүү болгон учурлар каралбаган, андыктан, бул багыттарда изилдөөлөрдү жүргүзүү **актуалдуу** болуп эсептелет.

**Диссертациянын темасынын илим изилдөө иштери менен болгон байланышы:**

Ош мамлекеттик университетинин “Математикалык анализ” кафедрасынын илим изилдөө темалары менен байланышта жана Ош МУнун алдындагы фундаменталдык жана колдонмо изилдөөлөр Институтунда илимий проекттин (№1497, ФХД/21) алкагында аткарылды.

**Изилдөөнүн максаты**. Сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелердин жана сызыктуу эмес теңдемелердин системаларынын чечиминин асимптотикалык ажыралышын көз каранды эмес өзгөрмөнүн өзгөрүү аймагы чексиз, туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилер жөнөкөй жана эселүү болгон учурларда изилдөө.

**Изилдөөнүн маселеси:**

1. Сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелердин жана сызыктуу эмес теңдемелердин системаларынын чечиминин асимптотикалык ажыралышын туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилери жөнөкөй жана эселүү болгон учурларда комплекстик тегиздиктин кандайдыр бир чексиз тилкесинде тургузуу.

2. Сингулярдык козголгон жана козголбогон маселелердин чечимдеринин асимптотикалык жакындыгын баалоо.

**Иштин илимий жаңылыгы.**

1. Чексиз тилкеде сингулярдык козголгон жана козголбогон маселелердин чечимдеринин асимптотикалык жакындыгы далилденди.
2. Сингулярдык козголгон сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелер системасынын туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилери жөнөкөй болгон учурда чечимдердин асимптотикалык өзгөрүүсү чексиз тилкеде алынды.
3. Биринчи тартиптеги төрт сызыктуу эмес теңдемеден турган система үчүн чексиз тилкеде, туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилери эселүү болгон учурда чечимдин асимптотикалык ажыралышы алынды.

**Алынган натыйжалардын практикалык маанилүүлүгү.**

Диссертация теориялык мүнөзгө ээ болуп, алынган жыйынтыктар козголуу, термелүүдө, электротехникада, радиотехникада, гидродинамикадагы түрдүү абалдагы процесстерди изилдөөдө колдонулушу мүмкүн. Изилдөөнүн жыйынтыктары ошондой эле сингулярдык козголуулар теориясы боюнча магистрлерди жана бакалаврларды даярдоонун атайын курстарында лекцияларды окууда колдонулушу мүмкүн.

**Диссертациянын коргоого алып чыгылуучу негизги жоболору**:

1. Чексиз тилкеде сингулярдык козголгон сызыктуу кадимки дифференциалдык теңдеменин чечиминин асимптотикасы.
2. Сингулярдык козголгон сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелер системасынын туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилери жөнөкөй болгон учурда чексиз тилкеде чечимдин асимптотикалык ажыралышы.
3. Биринчи тартиптеги төрт сызыктуу эмес теңдемелердин системасынын туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилери эселүү болгон учурда чексиз тилкедеги чечимдин асимптотикалык ажыралышы.

**Изденүүчүнүн жеке салымы.** Маселенин коюлушу илимий жетекчи профессор С. Каримовго, ал эми илимий жыйынтыктарды алуу авторго таандык. Биргелешкен эмгектерде [6, 8, 12], авторлош болгон Г.М. Анарбаева талкууга жана жыйынтыктарды тариздөөгө катышты.

**Изилдөө натыйжаларын апробациялоо**. Диссертациялык изилдөөнүн жыйынтыктары илимий семинарларда жана конференция, конгресстерде үзгүлтүксүз баяндалган жана талкууланган:

1) ОшМУнун математикалык анализ кафедрасынын “Сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелердин чечимдеринин асимптотикалык ажыралыштары” аталышындагы илимий семинарында (семинардын жетекчиси: ф.-м.и.д. профессор С.Каримов).
2) Түрк тилдүү математиктердин III конгрессинде (Казахстан, Алма-Ата шаары, 2009-ж.).
3) Түштүк Кыргызстандын математиктеринин “Математиканын актуалдуу маселелери жана алардын колдонулуштары” аттуу аймактык илимий семинарда (семинардын жетекчиси: КРнын УИАнын ардактуу академиги, ф.-м.и.д., профессор К. Алымкулов, Ош ш., 2019-2021-жж).

**Диссертациянын натыйжаларынын жарыяланышы**.

Изилдөөлөрдүн натыйжасында изденүүчү тарабынан 12 макала, анын ичинде 8 макала РИНЦ системасында жарык көргөн. Жалпы баллы - 206 баллды түздү.

**Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү.** Жумуш мазмундан, шарттуу белгилөөлөрдүн тизмесинен, киришүү жана 13 параграфка бөлүнгөн беш баптан, 3 сүрөттөн, жалпы корутундудан, 54 колдонулган адабияттардын тизмесинен турат. Ар бир бап корутунду менен аяктайт. Диссертациянын жалпы көлөмү 92 бетти түзөт.

## ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

Киришүүдө каралып жаткан маселенин кыскача тарыхы жана сингулярдык козголгон теңдемелер боюнча мурда алынган жыйынтыктарга анализ берилген. Теманын актуалдуулугу негизделген, изилдөөнүн максаты жана маселеси, илимий жаңылыгы, практикалык баалуулугу, коргоого алынып чыгарылган негизги жоболор жана жалпы мүнөздөмө берилген.

**Биринчи бап** “Сингулярдык козголгон теңдемелер теориясындагы туруктуулук шарты өзгөргөн учурда алынган жыйынтыктар”, сингулярдык козголуулар теориясында алынган жыйынтыктар боюнча маалымат берилген жана диссертациялык иштин темасына жакын болгон натыйжаларга жалпы талдоо жүргүзүлдү.

**Экинчи бап** “Материал жана изилдөөнүн методдору” аталышында болуп, бул жерде изилдөө объектилери жана предмети көрсөтүлгөн.

**Изилдөө объектилери** болуп сингулярдык козголгон сызыктуу теңдеме жана туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилер жөнөкөй жана эселүү болгон сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелердин системалары эсептелет.

**Изилдөөнүн предмети** – чектелбеген аймакта сингулярдык козголгон сызыктуу теңдеменин, сызыктуу эмес эки жана төрт теңдемеден турган системалардын чечимдеринин асимптотикалык ажыралыштарын тургузуу жана асимптотикалык баалоолорду жүргүзүү.

Жумушта асимптотикалык метод, удаалаш жакындашуулар методу, деңгээл сызыктар методу, бөлүктөп интегралдоо методу, математикалык индукция методу колдонулган.

**Үчүнчү бап** “Биринчи тартиптеги сызыктуу теңдеменин чечиминин асимптотикасы” деп аталып,

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon) = a(t)x(t,\varepsilon) + \varepsilon h(t), \qquad (1)$$

Теңдеме

$$x(t_0,\varepsilon) = x^0(\varepsilon), \left|x^0(\varepsilon)\right| = O(\varepsilon). \qquad (2)$$

баштапкы шарты менен каралган, мында $x(t,\varepsilon)-$ белгисиз функция.

(1)-(2) маселе

$$H_0=\{t\in C,\, t_0\le t_1\le T_0,\, -\infty<t_2<+\infty\},$$

аймагында төмөнкү шарттардын аткарылуусу менен изилденген:

Ш 3.1. $\{t_0\le t_1<a_0\wedge -\infty<t_2<+\infty\}$ тилкеде $\operatorname{Re}a(t)<0$, $a_0\in(t_0,T_0)$,

$\{t_1=a_0\wedge -\infty<t_2<+\infty\}$ түз сызыгында $\operatorname{Re}a(t)=0$,

$\{a_0<t_1\le T_0\wedge -\infty<t_2<+\infty\}$ тилкеде $\operatorname{Re}a(t)>0$ болсун.

Ш 3.2. $\forall t\in H_0,\, a(t),h(t)\in\Phi(H_0)\wedge \operatorname{Im}a(t)>0.$

Ш 3.3. $t\to\infty$ болгондо $|h(t)|=O(1)$.

$t=t_1+it_2$ болгон учурда $\int\limits_{t_0}^{t}a(s)ds$ функциясынын чыныгы бөлүгү үчүн

$$u(t_1,t_2)=\operatorname{Re}\int\limits_{t_0}^{t}a(s)ds,$$

түрдө белгилөө кабыл алынган.

Чексиз тартиптеги, $\infty$ (чексиз алыстатылган) чекиттеги ашуу чекити аныкталган.

Каралып жаткан маселенин өзгөчөлүгүн көрсөтүү үчүн мисалдар келтирилген.

1-мисал. (1) теңдемеде $a(t)$ функциясы $a(t)=2(t+i), t\in C$ болсун.

Анда $u(t_1,t_2)=\operatorname{Re}\left(2\int\limits_{-i}^{t}(\tau+i)d\tau\right)$ болот. $u(t_1,t_2)=t_1^2-(t_2+1)^2=C$ деңгээл сызыктарды алалы. $u(t_1,t_2)=0$ деңгээл сызык $(0,-1)$ чекитинде бутактанат жана тегиздикти төрт $(S_1,\, S_2,\, S_3,\, S_4)$ бөлүккө бөлөт (1-сүрөт).

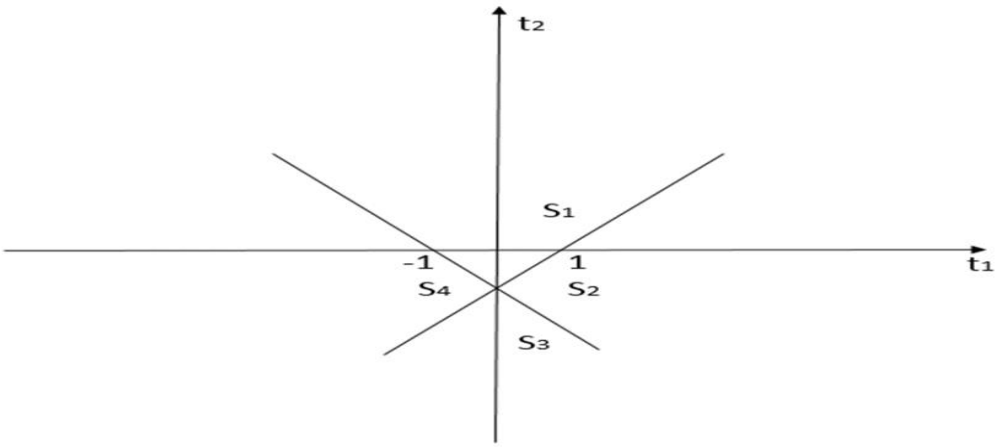
$t\in(S_1\cup S_3):u(t_1,t_2)\le 0,\, t\in(S_2\cup S_4):\, u(t_1,t_2)\ge 0$ орун алат.

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon)=(t+i)x(t,\varepsilon)+\varepsilon h(t),$$

теңдемеси

$$x(-1,\varepsilon)=x^0,$$

баштапкы шарты менен берилген учурда, чечимдин $\varepsilon$ боюнча асимптотикалык өзгөрүшүн изилдөө талап кылынсын. Бул учурда каралып жаткан теңдеменин тең салмактуулук абалы $[-1,0)$ интервалында туруктуу, $(0,1]$ интервалында туруксуз болот. Бул учурда $t=-i$ чекити экинчи тартиптеги ашуу чекити болот.

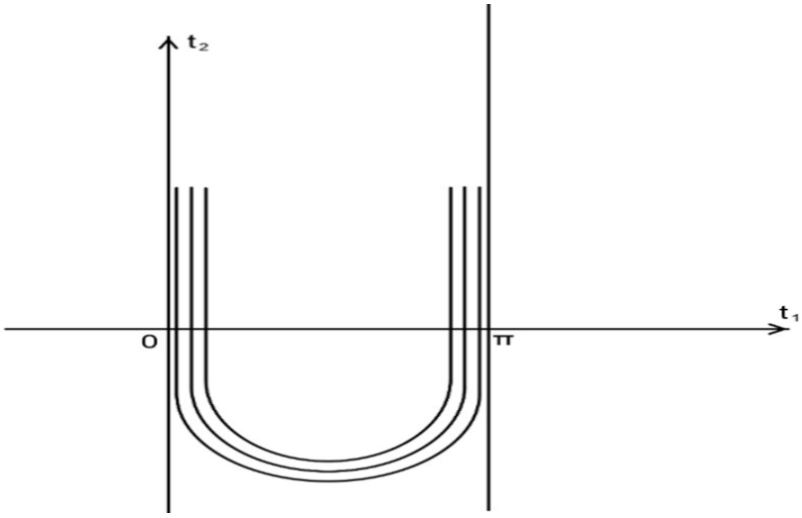



1-сүрөт. $u(t_1,t_2)=0$ деңгээл сызыктарынын бутактары

Мурунку изилденген эмгектердин натыйжаларын колдонсок, $x(t,\varepsilon)$ чечимдин $[-1,1]$ аралыкта чектелгендиги келип чыгат. Белгилей кетүүчү нерсе, чечимди асимптотикалык изилдөөдө (-1, 0), (1, 0) чекиттерин туташтырган, $u(t_1,t_2)=0$ деңгээл сызыктын бутактары чектеген үч бурчтукту кароо жетиштүү.

Туруктуулук шарты бузулган теңдемелерди изилдөө боюнча жүргүзүлгөн дээрлик бардык эмгектерде аралыктын учтарын туташтырган деңгээл сызыктын бутактары (кесилишүүчү) жашаган учурлар каралган. Бул учурларда чексиз областтарда кароонун зарылдыгы болгон эмес.

2-мисал. (1) теңдемеде $a(t)$ функциясы $a(t)=-e^{-it}$ түрүндө берилсин. Анда $a(t)=-\cos t+i\sin t$ болот, мында $0\le t\le\pi$ аралыгын карайбыз (2-сүрөт). (1) теңдеменин тең салмактуулук абалынын туруктуулук шарты $[0,\pi]$ аралыгында өзгөрөт. (1)-(2) маселенин чечиминин асимптотикалык тартибин изилдөө үчүн $u(t_1,t_2)$ функциясынын деңгээл сызыктарын жана чексиз тилкени кароого туура келет.




2-сүрөт. $(C<0)$ деңгээл сызыктар

3-мисал. (1) теңдемеде $a(t)$ функциясы $a(t)=-e^{it}$ болсун. $a(t)=-\cos t-i\sin t$ болорун алабыз, $0\le t\le\pi$ аралыгында $\operatorname{Re}a(t)$ өз белгисин терстен оңго өзгөртөт жана $\operatorname{Re}a\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$. Бул жерде да чексиз тилкени кароого туура келет.

Ш 3.1-Ш 3.3 шарттардын аткарылышы 2-мисалдагыдай эле орнотулат.

4-мисал. (1) теңдемеде $a(t)$ функциясы $a(t)=e^{it}$ болсун, анда $a(t)=\cos t+i\sin t$ болот. Бул жерде $[\pi,2\pi]$ аралыгында $\operatorname{Re}a(t)$ өз белгисин өзгөртөт.

Анда $u(t_1,t_2)=\operatorname{Re}\left(\int\limits_{\pi}^{t}e^{i\tau}d\tau\right)=\operatorname{Re}\frac{1}{i}\left(e^{it}-e^{i\pi}\right)=\operatorname{Re}\frac{1}{i}\left(e^{it}+1\right)$ болот.

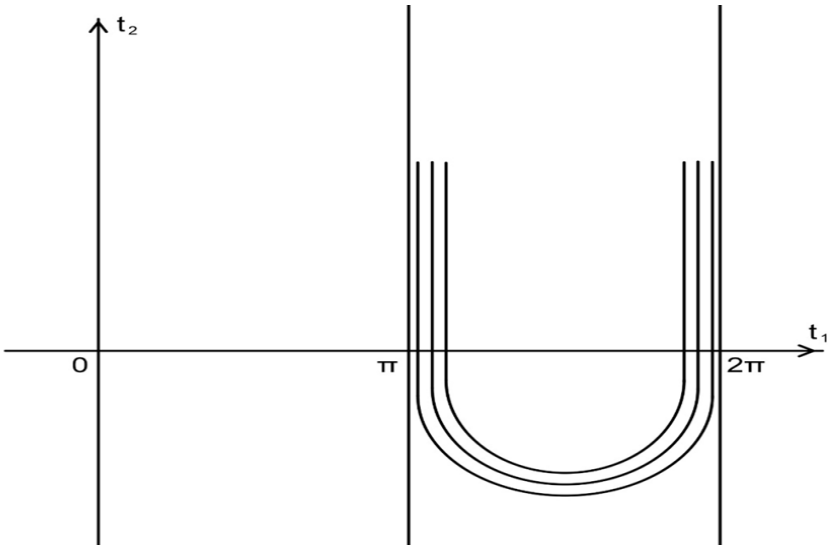
Эгерде $t=t_1+it_2$ болсо,

$$u(t_1,t_2)=\operatorname{Re}\frac{1}{i}\left(e^{-t_2}\left(\cos t_1-i\sin t_1\right)+1\right)=e^{-t_2}\sin t_1.$$

$$u(t_1,t_2)=e^{-t_2}\sin t_1.$$

$(C)$ деңгээл сызыктары 3-сүрөттөгүдөй көрүнүштө болот.

Жогоруда каралган 2-4 мисалдарда туруктуулук шарт аткарылбаган кесиндинин учтары аркылуу өткөн деңгээл сызыктардын бутактары чекитте $\infty$ (чексиз алыстатылган чекитте) кесилишет жана бул чекит $u(t_1,t_2)$ функциясы үчүн чексиз тартиптеги ашуу чекити (точка перевала) болот. Ашуу чекитинин чексиз тартипте болуусу, ошол чекиттеги чексиз сандагы башка деңгээл сызыктардын кесилишүүсү менен түшүндүрүлөт.




3-сүрөт. $(C<0)$ деңгээл сызыктар

Чечим үчүн кесиндинин оң жак учуна жакын чекиттерде асимптотикалык баалоону алуу үчүн чексиз областарды кароого туура келет. Жумушта каралып жаткан маселенин бир өзгөчөлүгү ушундай белгиленди.

(1)- (2) маселе төмөнкү интегралдык теңдеме менен тең күчтүү болот:

$$x(t,\varepsilon)=E(t,t_0,\varepsilon)x_0(\varepsilon)+\int_{t_0}^{t}E(t,\tau,\varepsilon)h(\tau)d\tau,$$

мында $E(t,t_0,\varepsilon)=\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}a(s)ds\right)$, $E(t,\tau,\varepsilon)=\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}a(s)ds\right)$.

Төмөнкү леммалар далилденди:

3.3.1-лемма. Ш 3.1-Ш 3.2 шарттар аткарылганда $H_0$ тилкесин

$$(C)=\{t\in H_0,\, u(t_1,t_2)=C-const.\},$$

деңгээл сызыктар аркылуу толугу менен каптайт.

3.3.2-лемма. 3.3.1-лемманын шарттары аткарылсын, анда $(t_{01},0),(T_1,0)$ чекиттерин туташтырган $(C_1)$ деңгээл сызык, $(t_{02},0),(T_2,0)$ чекиттерин туташтырган $(C_2)$ деңгээл сызык жана $t_2=\phi(t_1)\,(t_{01}\le t_1\le T_2)$ функциясы жашашат, $t_2=\phi(t_1)$ функциясы

$$u(t_1,t_2)=at_1+b,$$

теңдемесинен аныкталат, мында $a=\frac{C_1-C_2}{t_{01}-T_1}$, $b=\frac{C_2t_{01}-C_1T_1}{t_{01}-T_1}$

$t_2=\phi(t_1)$ функциясын менен аныкталган ийрини $K$ деп белгилейли.

1). $K$ ийриси $C_1=-\frac{1}{2}\delta,\, C_2=-\delta,$ мында $\delta-const,$ $0<\delta<<1$ болсун, анда аймакты $H_1\subset H_0$ деп белгилейбиз, бул учурда $H_1$ аймагы да чектелбеген болот.

2). Турактуулар $C_1=-\frac{1}{2}\varepsilon,\, C_2=-\frac{1}{2}\varepsilon^p$ болсун, мында $0<p<1$, аймак $H_2\subset H_0$ түрүндө белгиленет, Бул учурда $H_2$ аймагы да чектелбеген болот.

3). Турактуулар $C_1=\frac{1}{2}\varepsilon\ln\varepsilon,\, C_2=\varepsilon\ln\varepsilon$ жана аймакты $H_3\in H_0$ деп белгилейли. $H_3$ аймагы да чектелбеген.

$\tilde{K}=\Delta\cup K$ болсун, мында $\Delta=\{(t_1,t_2):t_0\le t_1\le t_{01},t_2=0\}$.

$(t_1,t_2)$ чекиттери $K$ ийрисинде жатканда интегралдоо жолун төмөндөгүдөй аныктайбыз:

$l=\bigcup_{k=1}^{3} l_k$, мында $l_1-(t_0,0)$, $(t_{01},0)$ чекиттерин туташтырган кесинди болот, $l_2-$ $(t_{01},0)$, $(t_1,t_2^*=\tilde{\phi}(t_1))$ чекиттерин туташтырган ийринин бөлүгү, $l_3-$ $(t_1,t_2^*)$ жана $(t_1,t_2)$ чекиттерин туташтырган кесинди.

Берилген маселенин чечиминин асимптотикалык баалоосу жүргүзүлүп, төмөнкү теоремалар далилденди.

**3.3.1-теорема.** Ш 3.1-Ш 3.3 шарттар аткарылсын. Анда (1) - (2) маселенин $\tilde{K}=\Delta\cup H_1$ аймагында жалгыз чечими жашайт жана $|x(t,\varepsilon)|\le c\varepsilon$ баалоосу орун алат.

**3.3.2-теорема.** Ш 3.1-Ш 3.3 шарттар аткарылсын, анда (1) - (2) маселенин $\tilde{K}=\Delta\cup H_2$ аймагында жалгыз чечими жашайт жана $|x(t,\varepsilon)|\le c\varepsilon^{1-p}$ баалоосу орун алат.

**3.3.3-теорема.** Ш 3.1-Ш 3.3 шарттар аткарылсын, анда (1) - (2) маселенин $\tilde{K}=\Delta\cup H_3$ аймагында жалгыз чечими жашайт жана

$$|x(t,\varepsilon)|\le c\delta_0(\varepsilon),$$

баалоосу орун алат, мында $\delta_0(\varepsilon)=\dfrac{1}{|\ln\varepsilon|}$.

**4-бап** “Эки теңдемеден турган системанын чечиминин асимптотикасы” аталышында болуп, үч параграфтан турат.

Төмөндөгү маселе каралган:

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon)=D(\mathrm{t})x(t,\varepsilon)+\varepsilon\left[\varphi(t)+B(t)x(t,\varepsilon)\right]+f\left(t,x(t,\varepsilon)\right), \qquad (3)$$

$$x(t_0,\varepsilon)=x^0(\varepsilon)\ ,\ \|x^0(\varepsilon)\|=O(\varepsilon), \qquad (4)$$

мында $t\in H_0=\{t\in C,\, t_0\le t_1\le T_0,\, -\infty<t_2<+\infty\}$, $D(t)=diag\ (\lambda_1(t),\, \lambda_2(t))$, $B(t)=\left(b_{kj}(t)\right)_1^2$, $\lambda_1(t)=\overline{\lambda_2(\bar{t})}$. Эгерде $\boldsymbol{t}$ чыныгы өзгөрмө болсо, анда $\lambda_1(t)=\overline{\lambda_2(t)}$ болот.

Төмөнкү шарттар аткарылсын:

Ш 4.1. $\forall t\in H_0$ ( $D(t)\in\Phi(H_0)$, $B(t)\in\Phi(H_0)\wedge\|B(t)\|=O(1)$ $t\to\infty$ да).

Ш 4.2. $f(t,x)\in\Delta(t,x)$. $\Delta(t,x)$ аймагында $f(t,x)$ функциясы $x_1,x_2$ өзгөрмөлөрү боюнча катарга ажырайт, катар экинчи даражадан төмөн болбогон мүчөлөрдөн башталат.

$$\left\| f(t,x)-f(t,\tilde{x})\right\| \le M\left\|x-\tilde{x}\right\|\left(\max\left\{\|x\|,\|\tilde{x}\|\right\}\right)^{\beta},$$

мында $M,\beta$ - оң турактуулар.

$E_k(t,\tau,\varepsilon)$ функцияларын төмөндөгүдөй аныктайбыз:

$$E_k(t,\tau,\varepsilon)=\exp\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}\lambda_k(s)ds,\ k=1,2\,.$$

Эгерде $u(t_1,t_2)=\mathrm{Re}\int_{t_0}^{t}\lambda_1(s)ds$ деп белгилесек, анда $u(t_1,-t_2)=\mathrm{Re}\int_{t_0}^{t}\lambda_2(s)ds$

болот.

$\mathrm{Re}\,\lambda_1(t),\ u(t_1,t_2)$ функциялары $H_0$ аймагында төмөнкү шарттарды канааттандырсын:

Ш 4.3. $t\in H_{01}=\left\{t\in H_0,\ t_0\le t_1<a_0,\ -\infty<t_2<+\infty\right\}$ тилкесинде $\mathrm{Re}\,\lambda_1<0,$

$p=\left\{t\in H_0,\ t_1=a_0,\ -\infty<t_2<+\infty\right\}$ түз сызыкта $\mathrm{Re}\,\lambda_1(a_0+i0)=0,$

$t\in H_{02}=\left\{t\in H_0,\ a_0<t_1\le T_0,\ -\infty<t_2<+\infty\right\}$ тилкесинде $\mathrm{Re}\,\lambda_1>0.$

Ш 4.4. $\forall t\in H_0,\ \mathrm{Im}\,\lambda_1(t)>0$.

$\mathrm{Re}\,\lambda_2(t)$ үчүн $H_0$ аймагында ушундай эле катыштар орун алат.

Демек, (3) системанын тең салмактуулук абалынын туруктуулугу $(a_0,T_0]$ интервалында сакталбайт.

Ш 4.5. $t_1=t_0$, $t_1=T_0,\ (-\infty<t_2<+\infty)$ түз сызыктарда $u(t_1,t_2)=0$ болсун.

4.1.1-лемма. Ш 4.3-Ш4.5 шарттары аткарылса, анда $H_0$ тилкеси

$$(C)=\left\{t\in H_0, u(t_1,t_2)=C-const\right\},$$

деңгээл сызыктары аркылуу толук капталат.

Коюлган шарттарга ылайык (3)-(4) маселенин чечиминин асимптотикасын изилдөө маселеси коюлат.

(3)-(4) маселесин ага эквиваленттүү болгон төмөнкү интегралдык теңдеме менен алмаштырабыз:

$$x(t,\varepsilon)=E(t,t_0,\varepsilon)x^0(\varepsilon)+\int_{t_0}^{t}E(t,\tau,\varepsilon)\left[B(\tau)x(\tau,\varepsilon)+\varphi(\tau)\right]d\tau+$$

$$+\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}E(t,\tau,\varepsilon)\,f\left(\tau,x(\tau,\varepsilon)\right)d\tau\,, \qquad (5)$$

мында $E(t,\tau,\varepsilon)=\exp\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}D(s)ds$.

$$x(t,\varepsilon)=colon\left(x_1(t,\varepsilon),x_2(t,\varepsilon)\right),\ x^0(t,\varepsilon)=colon\left(x_1^0(t,\varepsilon),x_2^0(t,\varepsilon)\right),$$

$$\varphi(t)=colon\left(\varphi_1(t),\varphi_2(t)\right),$$

$$f\left(t,x(t,\varepsilon)\right)=colon\left(f_1\left(t,x(t,\varepsilon)\right),f_2\left(t,x(t,\varepsilon)\right)\right),$$

$$\mathrm{E_k}(t,\tau,\varepsilon)=\exp\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}\lambda_k(s)ds\right]\ (k=1,2).$$

(5) барабардыгын скалярдык көрүнүшүн жазабыз:

$$x_k(t,\varepsilon)=x_k^0(\varepsilon)E_k(t,t_0,\varepsilon)+\int_{t_0}^{t}E_k(t,\tau,\varepsilon)\left[\varphi_k(\tau)+\mathrm{P}_k(\tau,\varepsilon)\right]d\tau+$$

$$+\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}E_k(t,\tau,\varepsilon)\,f_k\left(\tau,x_k(\tau,\varepsilon)\right)d\tau, \qquad (6)$$

мында

$$\mathrm{P}(t,\varepsilon)=\mathrm{P}_k(t,\varepsilon),\ k=1,2,$$

$$\mathrm{P}_1(t,\varepsilon)=\mathrm{P}(t,\varepsilon)=b_{11}(t)x_1(t,\varepsilon)+b_{12}(t)x_2(t,\varepsilon),$$

$$\mathrm{P}_2(t,\varepsilon)=Q(t,\varepsilon)=b_{21}(t)x_1(t,\varepsilon)+b_{22}(t)x_2(t,\varepsilon).$$

(6) системага удаалаш жакындашуулар методу колдонулат.

Бул жерде негизги маселе: $\left[t_0,T_0-\tilde{\delta}(\varepsilon)\right]$ аралыгында козголгон маселенин чечиминин жашашы жана анын козголбогон маселенин чечими менен $\varepsilon\to 0$ болгондо жакындыгын көрсөтүү, мында $\tilde{\delta}(\varepsilon)\geq 0$, $0<\varepsilon\leq\varepsilon_0$, $\lim\limits_{\varepsilon\to 0}\tilde{\delta}(\varepsilon)=0$.

Экинчи жакындашуудан баштап интегралдоо жолдору $H_0$ областынын ичинен тандалат. Интегралдоо жолдору жылма ийрилердин кесиндилеринен же бөлүкчө жылма ийрилерден турат.

Удаалаш жакындашууларды баалоо үчүн 4-лемманы[1] негиз катары пайдаланабыз.

[1] **Алыбаев, К.С.** Метод линия уровня исследования сингулярно возмущенных уравнений при нарушении условия устойчивости. [Текст] / К.С. Алыбаев // Дисс. … д-ра физ. - мат. наук: 01.01.02. – Бишкек, 2001. – 204 с.

$C_1 = \alpha(\varepsilon), C_2 = 2\alpha(\varepsilon)$ болгон учурда, $K$ ийрилери менен толтурулган аймакты $K_0 \subset H_0$ деп белгилеп алабыз.

$C_1 = -\delta, C_2 = -2\delta$ болсун, мында $0 < \delta < 1$ болсо, анда аймакты $K_0 = H_c$ аркылуу белгилейбиз.

$C_1 = -\varepsilon^p, C_2 = -2\varepsilon^p$ болсун, мында $0 < p < 1$. Анда аймакты $H_4 \subset H_0$ деп белгилеп алабыз.

$C_1 = \varepsilon \ln \varepsilon, C_2 = 2\varepsilon \ln \varepsilon$ болсун, анда мындай аймакты $H_5 \subset H_0$ деп белгилеп алабыз.

$\tilde{K} = \Delta \cup K$ болсун, бул жерде $\Delta = \{(t_1, t_2) : t_0 \le t_1 \le t_{01}, t_2 = 0\}$. $x(t, \varepsilon)$ чечимин баалоо $\tilde{K}$ аймагынын чекиттери үчүн жүргүзүлөт. Ал эми интегралдоо жолдору $(t_1, t_2)$ чекиттеринин кайсы аймакка тиешелүү экендигинен көз каранды болот.

Интегралдоо жолдорун тандап алабыз. $(t_1, t_2) \in K_0$ болсо, анда интегралдоо жолдору $l = \bigcup_{k=1}^{3} l_k$ жолдорунан турат, мында $l_1$ жолу $(t_0, 0), (t_{01}, 0)$ чекиттерин туташтыруучу кесинди, $l_2$ жолу $(t_{01}, 0)$ жана $(t_1, t_2^* = \tilde{\phi}(t_1))$ чекиттерин туташтыруучу ийри сызык, $l_3$ - $(t_1, t_2^*)$, $(t_1, t_2)$ чекиттерин туташтырган кесинди. Бул жерде $(t_1, t_2) \in K_0$ болсо, анда $K$ ийрисинде $t_1$ үчүн жалгыз гана чекит жашайт.

Эсептөөлөрдүн негизинде төмөнкүдөй теоремалар далилденди:

**4.3.1.-теорема.** Ш 4.1-Ш 4.5 жана $\beta > 1$ шарттары аткарылса, анда $H_c$ аймагында болгон учурда (3)- (4) маселесинин $x(t, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} x^{(k)}(t, \varepsilon)$ көрүнүштөгү жалгыз гана чечими жашайт жана $\left|x^{(n)}(t, \varepsilon)\right| \le (c \cdot \varepsilon)^n$ баалоосу орун алат.

**4.3.2-теорема.** Ш 4.1-Ш 4.5 шарттары аткарылсын жана $\beta > \frac{1}{1-p} (0 < p < 1)$.Анда $H_4$ аймагында (3)-(4) маселеси $x(t, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} x^{(k)}(t, \varepsilon)$ көрүнүшүндөгү жалгыз гана чечимге ээ болот жана $\left|x^{(n)}(t, \varepsilon)\right| \le \left(c \cdot \varepsilon^{1-p}\right)^n$ баалоосу орун алат.

**4.3.3-теорема.** Ш 4.1-Ш 4.5 шарттары аткарылып, $f(t, x) \equiv 0$ болсун. Анда $H_5$ аймагында (3)-(4) маселеси $x(t, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} x^{(k)}(t, \varepsilon)$ көрүнүшүндөгү жалгыз гана чечимге ээ болот жана $\left|x_k^{(n)}(t, \varepsilon)\right| \le \left(c \cdot \delta_0(\varepsilon)\right)^n$ баалоосу туура болот, мында $0 < c - const, \delta_0(\varepsilon) = \frac{1}{|\ln \varepsilon|}$.

**5-бап** “Биринчи тартиптеги кадимки сызыктуу эмес төрт теңдемеден турган системасынын чечиминин асимптотикасы” аталышында болуп, мында туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилер эселүү болгон учурга арналган.

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon) = D(t)x(t,\varepsilon) + \varepsilon f\left(t, x(t,\varepsilon)\right), \tag{7}$$

$$x(t_0,\varepsilon) = x^0(\varepsilon)\ ,\ \left\|x^0(\varepsilon)\right\| = O(\varepsilon), \tag{8}$$

маселеси каралган, мында $D(t)$ -$4\times 4$ өлчөмдөгү берилген матрица жана $f(t,x(t,\varepsilon)) = colon(f_1(t,x(t,\varepsilon)),\ f_2(t,x(t,\varepsilon)),\ f_3(t,x(t,\varepsilon)),\ f_4(t,x(t,\varepsilon)))$ белгилүү чоңдуктар.

Төмөнкү шарттар аткарылсын:

Ш 5.1. $\forall t \in H_0$ , $D(t)$ - матрицасы $\lambda_k(t)$ өздүк маанилерге ээ болуп, жордандык формада жазылат, $k = 1,2,3,4$ ( $D(t) \in \Phi(H_0)$).

Ш 5.2. $f(t,x) \in \Phi(\Delta(t,x)),\ \Delta(t,x) = \{t_0 \in H_0, \|x\| < \delta - const - \varepsilon$ дон көз каранды эмес} жана $\|f(t,x) - f(t,\tilde{x})\| \le M\|x - \tilde{x}\|$, мында $M$ чекиттерден көз каранды эмес оң сан.

Ш 5.3. $\lambda_k(t) \in \Phi(H_0)$ болсун жана $\lambda_1(t) = \overline{\lambda_3(\bar{t})},\ \lambda_1(t) = \lambda_2(t), \lambda_3(t) = \lambda_4(t)$.

$\operatorname{Re}\lambda_1(t), u(t_1,t_2)$ фукнциялары $H_0$ аймагында төмөнкү шарттарды канааттандырсын:

Ш 5.4. $t \in H_{01} = \{t \in H_0,\ t_0 \le t_1 < a_0,\ -\infty < t_2 < +\infty\}$ тилкеде $\operatorname{Re}\lambda_1 < 0$,

$p = \{t \in H_0,\ t_1 = a_0,\ -\infty < t_2 < +\infty\}$ түз сызыкта $\operatorname{Re}\lambda_1(a_0 + i0) = 0$,

$t \in H_{02} = \{t \in H_0,\ a_0 < t_1 \le T_0,\ -\infty < t_2 < +\infty\}$ тилкеде $\operatorname{Re}\lambda_1 > 0$.

Ш 5.5. $\forall t \in H_0 (\operatorname{Im}\lambda_1(t) > 0)$.

Ш 5.6. $t_1 = t_0$, $t_1 = T_0$ $(-\infty < t_2 < +\infty)$ түз сызыктарда $u(t_1,t_2) = 0$ болсун.

Коюлган шарттарга ылайык (7)-(8) маселенин асимптотикасын изилдөө маселеси каралат.

Маселенин чечими төмөнкү теорема аркылуу келтирилди:

**5.1.1-теорема**. Ш 5.1- Ш 5.6 шарттары орун алсын. анда (7)-(8) маселенин чечими $x(t,\varepsilon) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{x}^{(n)}(t,\varepsilon)$ көрүнүшүндө болуп, $t \in H_c$ болгон учурда $\left\|\tilde{x}^{(n)}(t,\varepsilon)\right\| \le (c\varepsilon)^n$ баалоосу, ал эми $t \in H_4$ болсо, анда чечим үчүн $\left\|\tilde{x}^{(n)}(t,\varepsilon)\right\| \le \left(c\varepsilon^{1-p}\right)^n$ $(o < p < 1)$ баалоосу орун алат, мында $0 < c - const$.

(7)-(8) маселени интегралдык теңдемеге келтирип, ага удаалаш жакындашуулар методунун жардамында баалоо жүргүзүлгөн.

Биринчи жакындашууларды баалоо келтирилген.

$(t_1,t_2) \in \bar{K}$ болгон учурда

$$\left|x^{(1)}(t,\varepsilon)\right| = O(\varepsilon^{1-p}),$$

баалоосу алынган, мында $x^{(1)}(t,\varepsilon) = colon\left(x_1^{(1)}(t,\varepsilon), x_2^{(1)}(t,\varepsilon), x_3^{(1)}(t,\varepsilon), x_4^{(1)}(t,\varepsilon)\right)$.

$(t_1,t_2)\in\bar{K}$ болсо, анда интегралдоо төмөнкү жолдор боюнча жүргүзүлөт: $l_1 = \bigcup_{k=1}^{3} l_k^{(1)}$ болот, мында $l_1^{(1)}$ – $(t_0,0)$ чекитин $(t_0+\gamma_1(\varepsilon),0)$ чекити менен туташтыруучу кесинди, $l_2^{(1)}$ – $(\bar{C})$ ийрисинин бөлүгү болот, ал $(t_0+\gamma_1(\varepsilon),0)$, $\left(t_1, t_2^* = \tilde{\phi}(t_1,\varepsilon)\right)$ чекиттерин туташтырат, $l_3^{(1)}$ – кесиндиси $(t_1,t_2^*)$ жана $(t_1,t_2)$ чекиттерин туташтырат.

$\forall t\in H_c$ үчүн $\left\|x^{(1)}(t,\varepsilon)\right\| \le c\varepsilon$ баалоосу алынган, ал эми $\forall t\in H_4$ үчүн $\left\|x^{(1)}(t,\varepsilon)\right\| \le c\varepsilon^{1-p}$ баалоосу алынат.

Калган жакындашуулар үчүн баалоолор келтирилген.

$x^{(n)}(t,\varepsilon)$ удаалаш жакындашуулары баштапкы шарты менен төмөнкүчө аныкталат:

$$x^{(n)}(t,\varepsilon) = E(t,t_0,\varepsilon)x^{(0)}(\varepsilon) + \int_{t_0}^{t} E(t,\tau,\varepsilon) f\left(\tau, x^{(n-1)}(\tau,\varepsilon)\right) d\tau$$

мында $E(t,t_0,\varepsilon) = \exp\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t} D(s)ds$, $E(t,\tau,\varepsilon) = \exp\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t} D(s)ds$.

Скалярдык көрүнүшү төмөнкүчө болот:

$$\begin{cases} x_1^{(n)}(t,\varepsilon) = x_1^0(\varepsilon)\exp\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}\lambda_1(s)ds\right] + \int_{t_0}^{t} f_1\left(\tau, x_1^{(n-1)}\right)\exp\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}\lambda_1(s)ds\right]d\tau, \\ x_2^{(n)}(t,\varepsilon) = x_2^0(\varepsilon)\exp\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}\lambda_2(s)ds\right] + \int_{t_0}^{t}\left[f_2\left(\tau, x_2^{(n-1)}(\varepsilon)\right) + \frac{\eta}{\varepsilon}x_1^{(n)}(t,\varepsilon)\right]\exp\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}\lambda_2(s)ds\right]d\tau, \\ x_3^{(n)}(t,\varepsilon) = x_3^0(\varepsilon)\exp\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}\lambda_3(s)ds\right] + \int_{t_0}^{t} f_3\left(\tau, x_3^{(n-1)}(\varepsilon)\right)\exp\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}\lambda_3(s)ds\right]d\tau, \\ x_4^{(n)}(t,\varepsilon) = x_4^0(\varepsilon)\exp\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}\lambda_4(s)ds\right] + \int_{t_0}^{t}\left[f_4\left(\tau, x_4^{(n-1)}(\varepsilon)\right) + \frac{\eta_1}{\varepsilon}x_3^{(n)}(t,\varepsilon)\right]\exp\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}\lambda_4(s)ds\right]d\tau. \end{cases}$$

$n=2$ үчүн төмөнкүчө баалоолор алынары далилденген: $\forall t\in H_c$ болгон учурда

$$\left\|\tilde{x}^{(2)}(t,\varepsilon)\right\| \le (c\varepsilon)^2,$$

ал эми $\forall t\in H_4$ болгон учурда

$$\left\|\tilde{x}^{(2)}(t,\varepsilon)\right\| \le M\left(c\varepsilon^{1-p}\right)^2.$$

баалоолору.

Математикалык индукция методунун жардамында калган жакындашуулар бааланат:

$\forall t \in H_c$ болгон учурда

$$\left\|\tilde{x}^{(n)}(t,\varepsilon)\right\| \le (c\varepsilon)^n,$$

ал эми $\forall t \in H_4$ болгон учурда

$$\left\|\tilde{x}^{(n)}(t,\varepsilon)\right\| \le \left(c\varepsilon^{1-p}\right)^n.$$

## КОРУТУНДУ

Диссертациялык иште сингулярдык козголгон биринчи тартиптеги сызыктуу кадимки дифференциалдык теңдеменин, биринчи тартиптеги сызыктуу эмес эки теңдемелерден турган системанын жана белгисиз сызыктуу вектор-функциянын матрица-коэффициенти эселүү өздүк маниге ээ болгон биринчи тартиптеги сызыктуу эмес төрт теңдемеден турган системанын чечимдери чексиз тилкеде изилденди. Коюлган маселени чечүүдө интегралдык теңдемени жана теңдемелердин системасын изилдөө каралып, удаалаш жакындашуулар методунун жардамында чечимдердин ажыралышы тургузулду.

Ажыралыштарды асимптотикалык баалоодо деңгээл сызыктар методу колдонулду, мында туруктуулук шарт аткарылбаган кесиндинин учтары аркылуу өткөн деңгээл сызыктардын бутактары $\infty$ чекитте кесилишет жана бул чекит $u(t_1,t_2)$ функциясы үчүн чексиз тартиптеги ашуу чекити болот.

Төмөнкү жыйынтыктар алынды:

– чексиз тилкеде сингулярдык козголгон сызыктуу кадимки дифференциалдык теңдеменин чечиминин асимптотикасы;

– сингулярдык козголгон сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелер системасынын чечиминин асимптотикалык ажыралышы жана алынган ажыралыш үчүн асимптотикалык баалоо;
– биринчи тартиптеги кадимки төрт дифференциалдык теңдемелердин системанын чечиминин асимптотикалык ажыралышы жана ажыралышка асимптотикалык баалоо.

## ДИССЕРТАЦИЯНЫН ТЕМАСЫ БОЮНЧА ЖАРЫЯЛАНГАН ЭМГЕКТЕРДИН ТИЗМЕСИ


1. **Абдилазизова, А.А.** Асимптотическое разложение решений сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений в случае смены устойчивости [Текст] / С. Каримов, А.А. Абдилазизова // Журнал «Естественные и технические науки». – Москва, 2007. – №4. – С. 13-16. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=11697446
2. **Абдилазизова, А. А.** Асимптотическое разложение решений сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений в случае смены устойчивости (случай, когда собственные значения имеют нули на границе области) [Текст] / С. Каримов, А.А. Абдилазизова // Вестник ОшГУ. – Ош, 2007. – №2. – С. 130-135.
3. **Абдилазизова, А. А.** Асимптотические оценки решений сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений в особо критическом случае (случай, когда $\lambda_1(t)=(t+i)^r$, $\lambda_2(t)=(t-i)^r$, $r=4m, m\in N$) [Текст] / А.А. Абдилазизова // Вестник ОшГУ. – Ош, 2009. – №6. – С. 151-156.
4. **Абдилазизова, А.А.** Асимптотические оценки решений сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений в особо критическом случае (случай, когда $\lambda_1(t)=(t+i)^r, \lambda_2(t)=(t-i)^r$, $r=4m+1, m=0,1,...$) [Текст] / А.А. Абдилазизова // Вестник ОшГУ. – Ош, 2009. – №6. – С. 156-160.
5. **Абдилазизова, А.А.** Более точные оценки решения сингулярно возмущенной задачи [Текст] / С. Каримов, Г.М. Анарбаева, А. Абдилазизова // Вестник ОшГУ. – Ош, 2016. – № 4. – С. 50-59. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=28198773

6. **Абдилазизова, А.А.** Асимптотические оценки решений сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений в особо критическом случае [Текст] / С. Каримов, А.А. Абдилазизова // Наука и новые технологии. – Бишкек, 2019, –№ 6. – С. 9-16. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42496688

7. **Абдилазизова, А.А.** Исследование решение сингулярно возмущенной задачи в неограниченном областе. [Текст] / Г.М. Анарбаева, А.А. Абдилазизова // Математические методы в технике и технологиях. – Москва, 2020. – Т. 12-3. – С. 7-11. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44312163
8. **Абдилазизова, А.А.** Асимптотика решения сингулярно возмущенной задачи Коши в случае смены устойчивости [Текст] / А.А. Абдилазизова // Евразийское Научное Объединение. – Москва, 2021. – № 7-1 (77). – С. 1-3. https://elibrary.ru/item.asp?id=46461494.
9. **Абдилазизова, А.А.** Асимптотические поведения решений сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений в случае смены устойчивости. [Текст] / С. Каримов, А.А. Абдилазизова // Евразийское Научное Объединение. – Москва, 2021. – № 7-1 (77). – С. 15-19. https://elibrary.ru/item.asp?id=46461499.
10. **Абдилазизова, А.А.** Чектелбеген аймакта сызыктуу эмес маселенин өзгөчө учурдагы асимптотикалык баасы [Текст] / А.А. Абдилазизова // ОшМУнун жарчысы. – Ош, 2021. – III том. – Б. 4-9. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=47406378
11. **Абдилазизова, А.А.** Сингулярдык козголгон теңдемелер системасынын чечиминин асимптотикалык тартибине нөлдөрдүн жана уюлдардын таасири [Текст] / С. Каримов, А.А. Абдилазизова // ОшМУнун жарчысы. – Ош, 2021. – III том. – Б. 49-54. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=47406386
12. **Abdilazizova, A.A.** Behavior of the solution of singular perturbed system of differential equations in particularly critical case [Text] / S. Karimov, G.M. Anarbaeva, A.A. Abdilazizova, // Al-Farabi Kazakh NU. – 2009. – V1. – P. 337-343.

# РЕЗЮМЕ

**диссертации Абдилазизовой Акбермет Абдижалиловны на тему: « Асимптотика решений сингулярно возмущенных систем дифференциальных уравнений при нарушении условия устойчивости» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление**

**Ключевые слова:** малый параметр, асимптотическое разложение, сингулярно возмущенное уравнение и система уравнений, собственные значения, неограниченная область, линия уровня, асимптотика решении.

**Объект исследования:** сингулярно возмущенное линейное уравнение и системы нелинейных дифференциальных уравнений, когда собственные значения, определяющие смены устойчивости, простые и кратные.

**Предмет исследования:** в неограниченной области построение асимптотического разложений решении сингулярно возмущенного линейного уравнения, системы, состоящих из двух и четырех нелинейных уравнений и получения асимптотической оценки разложения.

**Цель исследования:** исследовать асимптотическое разложение решения сингулярно возмущенного уравнения и системы нелинейных уравнений, когда область изменения независимого переменного неограниченна и собственные значения, определяющие условие устойчивости, простые и кратные.

**Методы исследования:** асимптотические, последовательных приближений, линии уровня, интегрирование по частям и математическая индукция.

**Полученные результаты и их новизна.** Доказана асимптотическая близость решения сингулярно возмущенной и невозмущенной задачи в бесконечной полосе, получены асимптотические оценки для решения сингулярно возмущенной системы нелинейных дифференциальных уравнений, когда собственные значения (матрица - коэффициентов при линейных неизвестных функциях), простые и кратные.

**Практическая значимость исследования.** Полученные результаты могут быть использованы при исследовании процессов различного состояния в возмущении, колебании, в электротехнике, радиотехнике, гидродинамике**.**

**Абдилазизова Акбермет Абдижалиловнанын «Туруктуулук шарты бузулган учурдагы сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелер системасынын чечиминин асимптотикасы» деген темадагы 01.01.02 - дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын**

## РЕЗЮМЕСИ

**Урунттуу сөздөр:** кичине параметр, асимптотикалык ажыралыш, сингулярдык козголгон теңдеме жана теңдемелер системасы, өздүк маанилер, чектелбеген аймак, деңгээл сызык, чечимдин асимптотикасы.

**Изилдөөнүн объектиси:** сингулярдык козголгон сызыктуу теңдеме жана сызыктуу эмес теңдемелердин системалары, туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилери жөнөкөй жана эселүү болгон учурда.

**Изилдөөнүн предмети**: чектелбеген аймакта сингулярдык козголгон сызыктуу теңдеменин, сызыктуу эмес эки жана төрт теңдемеден турган системалардын чечимдеринин асимптотикалык ажыралыштарын тургузуу жана асимптотикалык баалоолорду жүргүзүү.

**Изилдөөнүн максаты:** сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелердин жана сызыктуу эмес теңдемелердин системаларынын чечиминин асимптотикалык ажыралышын көз каранды эмес өзгөрмөнүн өзгөрүү аймагы чексиз, туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилер жөнөкөй жана эселүү болгон учурларда изилдөө.

**Изилдөөнүн методдору:** асимптотикалык, удаалаш жакындашуулар, деңгээл сызыктар, бөлүктөп интегралдоо, математикалык индукция.

**Алынган натыйжалар жана алардын жаңылыгы.** Сингулярдык козголгон жана козголбогон маселелердин чечимдеринин асимптотикалык жакындыгы чексиз тилкеде далилденди, сингулярдык козголгон сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелер системасынын туруктуулук шартын аныктоочу өздүк маанилери (белгисиз сызыктуу вектор-функциянын матрица-коэффициенти) жөнөкөй жана эселүү болгон учурларда чечимдин асимптотикалык баалоосу алынды.

**Изилдөөнүн практикалык мааниси.** Алынган жыйынтыктар козголууда, термелүүдө, электротехникада, радиотехникада, гидродинамикадагы түрдүү абалдагы процесстерди изилдөөдө колдонулушу мүмкүн.

## SUMMARY

**dissertation by Abdilazizova Akbermet Abdizhalilovna on topic: "Asymptotics of a singularly perturbed system solutions of differential equations in case of change in stability" for degree of candidate in physical – mathematical sciences, specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control.**

**Keywords:** small parameter, asymptotic expansion, singularly perturbed equation and system of equations, eigenvalues, unbounded domain, level line, solution asymptotics.

**Research object:** a singularly perturbed linear equation and systems of nonlinear differential equations, when the eigenvalues determining the changes in stability are simple and multiple.

**Subject of research**: in an unbounded domain, the construction of an asymptotic expansion for solving a singularly perturbed linear equation, a system consisting of two and four nonlinear equations and obtaining an asymptotic estimate for the expansion.

**Research purpose:** to investigate singularly perturbed differential equations and systems of nonlinear differential equations, when the range of variation of independent variable is infinite, the eigenvalues determining change in stability are simple and multiple.

**Research methods:** asymptotic, successive approximations, level lines, integration by parts and mathematical induction.

**Research results and their novelty.** The asymptotic proximity of a singularly perturbed solution and unperturbed problem in infinite strip is proved, asymptotic estimates are obtained for a singularly perturbed system solution in nonlinear differential equations, when eigenvalues (coefficients matrix at linear unknown functions) are simple and multiple.

**Practical significance of the research.** The results obtained can be used in the study of processes of various states in disturbance, oscillation, in electrical engineering, radio engineering, hydrodynamics.

Басмага берилди:  30. 06.  2022.
Көлөмү: 1,5 б.т. Буйрутма № 6 .
Форматы 60х90 1/16. Нускасы 60 даана.
ОшМУ нун “Билим” редакциялык-басма бөлүмү.
Ош ш., Ленина к., 331.