УДК 656.212

А.НУРЖАУОВ
E-mail: ksucta@élcat.kg

ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СКОРОСТЕЙ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ ДИНАМИЧЕСОЙ СИСТЕМЫ – МТА

Бул макалада машина-трактор агрегатынын динамикалык системаларынын термелүүчүнү процесстеринин ылдамдыгынын жыштык мүнөздөмөлөрү изилдендеди.

В данной статье исследовали частотные характеристики скоростей колебательных процессов динамичесой системы – МТА.

In given article investigated frequency characteristics of speeds of oscillatory processes динамичесой systems - MTA.

Скорости колебательных процессов, так же как и амплитуды, являются важными их параметрами. Динамические нагрузки, возникающие в упругих связях между массами, зависят не только от относительных перемещений, но также и от их скоростей. Например, при проектировании упругой связи между трактором и рабочей машиной для определения ее параметров необходимо знать скорость относительных продольных перемещений масс трактора и машины. При этом важно установить наиболее вероятные диапазоны изменения относительной скорости. Для определения относительной скорости колебаний масс пользуются частотными характеристиками. Для этого необходимо знать зависимости между модулями и аргументами частотных характеристик колебаний и скоростей колебаний масс. Для определения изображения Лапласа скорости колебаний достаточно умножить изображение колебаний на комплексное число s. Например,

$$\dot{x}(s) = x(s)s, \tag{1}$$

где $\dot{x}(s)$ – изображение Лапласа скорости колебаний массы трактора; $x(s)$ – изображение Лапласа колебаний массы трактора.

Передаточная функция от силы сопротивления внешнего воздействия к скорости колебаний массы трактора равна отношению ее изображения Лапласа $\dot{x}(s)$ к изображению Лапласа $F(s)$ внешнего воздействия. Поэтому, если обе части уравнения

(1) разделим на изобржение Лапласа $F(s)$, то получим передаточную функцию к скорости колебаний массы M трактора:

$$W_{\dot{x}}(s) = sW_x(s).$$

(2)

Аналогично можно определить передаточные функции к скоростям колебаний масс рассматриваемой динамической системы от силы сопротивления внешнего воздействия: $W_{\dot{x}_к}(s) = sW_{x_к}(s)$; $W_{\dot{\varphi}_4}(s) = sW_{\varphi_4}(s)$; $W_{\dot{\varphi}_3}(s) = sW_{\varphi_3}(s)$; $W_{\dot{\varphi}_2}(s) = sW_{\varphi_2}(s)$; $W_{\dot{\varphi}_1}(s) = sW_{\varphi_1}(s)$. Тогда из уравнений (3.11) ... (3.16) имеем:

$$W_{\dot{x}_к}(s) = \frac{-s\frac{1}{m}[(b_{22}c_{32} - b_{23}c_{31})(d_{42}e_{53}k_{61} - d_{42}e_{52}k_{62} + d_{43}e_{51}k_{62}) +}{(a_{11}b_{22} + a_{12}b_{21}[(c_{33}d_{41} - c_{32}d_{42})(e_{52}k_{62} - e_{53}k_{61}) + c_{32}d_{43}e_{51}k_{62}] -} \to$$

$$\to \frac{+ b_{22}c_{33}(d_{41}e_{52}k_{62} - d_{41}e_{53}k_{61})]}{- a_{11}b_{23}c_{31}[d_{42}(e_{52}k_{62} - e_{53}k_{61}) - d_{43}e_{51}k_{62}]};$$

(3)

$$W_{\dot{x}}(s) = \frac{-s\frac{1}{m}b_{21}[c_{32}(d_{42}e_{52}k_{62} - d_{43}e_{51}k_{62} - d_{42}e_{53}k_{61}) -}{(a_{11}b_{22} + a_{12}b_{21}[(c_{33}d_{41} - c_{32}d_{42})(e_{52}k_{62} - e_{53}k_{61}) + c_{32}d_{43}e_{51}k_{62}] -} \to$$

$$\to \frac{- c_{33}d_{41}(e_{52}k_{62} - e_{53}k_{61})]}{- a_{11}b_{23}c_{31}[d_{42}(e_{52}k_{62} - e_{53}k_{61}) - d_{43}e_{51}k_{62}]};$$

(4)

$$W_{\dot{\varphi}_3}(s) = \frac{-s\frac{1}{m}b_{21}c_{31}(d_{42}e_{53}k_{61} + \cdot}{(a_{11}b_{22} + a_{12}b_{21}[(c_{33}d_{41} - c_{32}d_{42})(e_{52}k_{62} - e_{53}k_{61}) + c_{32}d_{43}e_{51}k_{62}] -} \to$$

$$\to \frac{+ d_{43}e_{51}k_{62} - d_{42}e_{52}k_{62})}{- a_{11}b_{23}c_{31}[d_{42}(e_{52}k_{62} - e_{53}k_{61}) - d_{43}e_{51}k_{62}]};$$

(5)

$$W_{\dot{\varphi}_3}(s) = \frac{-s\frac{1}{m}b_{21}c_{31}\cdot}{(a_{11}b_{22} + a_{12}b_{21}[(c_{33}d_{41} - c_{32}d_{42})(e_{52}k_{62} - e_{53}k_{61}) + c_{32}d_{43}e_{51}k_{62}] -} \to$$

$$\to \frac{\cdot(d_{41}e_{53}k_{61} - d_{41}e_{52}k_{62})}{- a_{11}b_{23}c_{31}[d_{42}(e_{52}k_{62} - e_{53}k_{61}) - d_{43}e_{51}k_{62}]};$$

(6)

$$W_{\dot{\varphi}_2}(s)=\frac{s\frac{1}{m}b_{21}c_{31}\cdot}{(a_{11}b_{22}+a_{12}b_{21}[(c_{33}d_{41}-c_{32}d_{42})(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})+c_{32}d_{43}e_{51}k_{62}]-}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{\cdot d_{41}e_{51}k_{62}}{-a_{11}b_{23}c_{31}\left[d_{42}\left(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61}\right)-d_{43}e_{51}k_{62}\right]};$$

(7)

$$W_{\dot{\varphi}_1}(s)=\frac{s\frac{1}{m}b_{21}c_{31}\cdot}{(a_{11}b_{22}+a_{12}b_{21}[(c_{33}d_{41}-c_{32}d_{42})(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})+c_{32}d_{43}e_{51}k_{62}]-}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{\cdot d_{41}e_{51}k_{61}}{-a_{11}b_{23}c_{31}\left[d_{42}\left(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61}\right)-d_{43}e_{51}k_{62}\right]}.$$

(8)

Для перехода в частотную передаточную функцию в уравнении (3) вместо s подставим $i\omega$:

$$W_{\dot{x}}(i\omega)=i\omega W_x(i\omega).$$

(9)

Принимая во внимание то, что умножение на i равносильно повороту на угол $\frac{\pi}{2}$ против часовой стрелки, преобразуем выражение (9) следующим образом:

$$W_{\dot{x}}(i\omega)=i\omega W_x(i\omega)=i\omega\left|W_x(i\omega)\right|e^{\varphi}=\omega\left|W_x(i\omega)\right|e^{i\left(\varphi+\frac{\pi}{2}\right)}.$$

(10)

Из этого уравнения видно, что модуль частотной передаточной функции скорости колебаний масс равен произведению модуля частотной передаточной функции колебаний на частоту и по фазе опережает на угол $\frac{\pi}{2}$. Поэтому для определения модуля и аргумента скорости достаточно амплитуду колебаний умножить на частоту и фазу колебаний увеличить на угол $\frac{\pi}{2}$.

На основании вышесказанного, подставив $i\omega$ вместо s в выражениях (4) ... (8), получим расчетные формулы для определения частотных передаточных функций скоростей колебаний масс динамической системы:

$$W_{\dot{x}_к}(i\omega)=\frac{-i\omega\frac{1}{m}[(b_{22}c_{32}-b_{23}c_{31})(\ d_{42}e_{53}k_{61}-d_{42}e_{52}k_{62}+}{(a_{11}b_{22}+a_{12}b_{21}[(c_{33}d_{41}-c_{32}d_{42})(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})+c_{32}d_{43}e_{51}k_{62}]-}\rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{+d_{43}e_{51}k_{62}\ )+b_{22}c_{33}\left(d_{41}e_{52}k_{62}-d_{41}e_{53}k_{61}\right)]}{-a_{11}b_{23}c_{31}\left[d_{42}\left(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61}\right)-d_{43}e_{51}k_{62}\right]};$$
(11)

$$W_{\dot{x}}(i\omega)=\frac{-i\omega\frac{1}{m}b_{21}[c_{32}(d_{42}e_{52}k_{62}-d_{43}e_{51}k_{62}-d_{42}e_{53}k_{61})-}{(a_{11}b_{22}+a_{12}b_{21}[(c_{33}d_{41}-c_{32}d_{42})(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})+c_{32}d_{43}e_{51}k_{62}]-}\rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{-c_{33}d_{41}\left(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61}\right)]}{-a_{11}b_{23}c_{31}\left[d_{42}\left(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61}\right)-d_{43}e_{51}k_{62}\right]};$$
(12)

$$W_{\dot{\varphi}_4}(i\omega)=\frac{-i\omega\frac{1}{m}b_{21}c_{31}(d_{42}e_{53}k_{61}+}{(a_{11}b_{22}+a_{12}b_{21}[(c_{33}d_{41}-c_{32}d_{42})(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})+c_{32}d_{43}e_{51}k_{62}]-}\rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{+d_{43}e_{51}k_{62}-d_{42}e_{52}k_{62}\ )}{-a_{11}b_{23}c_{31}\left[d_{42}\left(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61}\right)-d_{43}e_{51}k_{62}\right]};$$
(13)

$$W_{\dot{\varphi}_3}(i\omega)=\frac{-i\omega\frac{1}{m}b_{21}c_{31}\cdot}{(a_{11}b_{22}+a_{12}b_{21}[(c_{33}d_{41}-c_{32}d_{42})(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})+c_{32}d_{43}e_{51}k_{62}]-}\rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{\cdot\left(d_{41}e_{53}k_{61}-d_{41}e_{52}k_{62}\right)}{-a_{11}b_{23}c_{31}\left[d_{42}\left(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61}\right)-d_{43}e_{51}k_{62}\right]};$$
(14)

$$W_{\dot{\varphi}_2}(i\omega)=\frac{i\omega\frac{1}{m}b_{21}c_{31}\cdot}{(a_{11}b_{22}+a_{12}b_{21}[(c_{33}d_{41}-c_{32}d_{42})(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})+c_{32}d_{43}e_{51}k_{62}]-}\rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{\cdot d_{41}e_{51}k_{62}}{-a_{11}b_{23}c_{31}\left[d_{42}\left(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61}\right)-d_{43}e_{51}k_{62}\right]};$$
(15)

$$W_{\dot{\varphi}_1}(i\omega)=\frac{i\omega\frac{1}{m}b_{21}c_{31}\cdot}{(a_{11}b_{22}+a_{12}b_{21}[(c_{33}d_{41}-c_{32}d_{42})(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})+c_{32}d_{43}e_{51}k_{62}]-}\rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{\cdot d_{41}e_{51}k_{61}}{-a_{11}b_{23}c_{31}\left[d_{42}\left(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61}\right)-d_{43}e_{51}k_{62}\right]}.$$
(16)

Динамические нагрузки, возникающие во время движения машинно-тракторного агрегата, зависят от ускорений. Динамические нагрузки могут в несколько раз превышать статические нагрузки, действующие при установившемся движении, и привести к разрушениям деталей и выходу из строя агрегатов и узлов тракторного агрегата, а также ухудшить условия работы оператора. Поэтому при исследовании динамических процессов очень важно определить ускорения колебаний масс. Определим частотные передаточные функции ускорений колебаний масс рассматриваемой нами динамической системы – МТА .

В операционном исчислении для того, чтобы определить передаточную функцию ускорений колебаний масс, достаточно умножить на s^2 передаточную функцию линейных или угловых колбаний их. Например, передаточная функция ускорений линейных колебаний массы трактора

$$W_{\ddot{x}}(s)=W_x(s)s^2 \ . \qquad (17)$$

Аналогично находим передаточные функции ускорений колебаний других масс рассматриваемой нами динамической системы:

$$W_{\ddot{x}_к}(s)=W_{x_к}(s)\cdot s^2; \quad W_{\ddot{\varphi}_4}(s)=W_{\varphi_4}(s)\cdot s^2; \quad W_{\ddot{\varphi}_3}(s)=W_{\varphi_3}(s)\cdot s^2;$$
$$W_{\ddot{\varphi}_2}(s)=W_{\varphi_2}(s)\cdot s^2; \ W_{\ddot{\varphi}_1}(s)=W_{\varphi_1}(s)\cdot s^2 .$$

Принимая во внимание, что $s=i\omega$, из (17) получим:

$$W_{\ddot{x}}(i\omega)=-\omega^2 W_x(i\omega). \qquad (18)$$

Из этого уравнения видно, что модуль частотной передаточной функции ускорения колебаний массы M трактора равен произведению модуля частотной передаточной функции колебаний на квадрат частоты и, так как $e^{i\pi}=-1$, по фазе опережает на угол π. Поэтому для определения модуля и аргумента ускорений достаточно амплитуду колебаний умножить на квадрат частоты и фазу колебаний увеличить на угол π.

Аналогично (18) находим:

$$W_{\ddot{x}_к}(i\omega)=-\omega^2 W_{x_к}(i\omega); \qquad (19)$$

$$W_{\ddot{\varphi}_4}(i\omega)=-\omega^2 W_{\varphi_4}(i\omega); \qquad (20)$$

$$W_{\ddot{\varphi}_3}(i\omega)=-\omega^2 W_{\varphi_3}(i\omega); \qquad (21)$$

$$W_{\ddot{\varphi}_2}(i\omega)=-\omega^2 W_{\varphi_2}(i\omega). \qquad (22)$$

Подставляя в формулы (17)…(22) значения $W_{x_к}(i\omega)$, $W_x(i\omega)$, $W_{\varphi_4}(i\omega)$, $W_{\varphi_3}(i\omega)$, $W_{\varphi_2}(i\omega)$ и $W_{\varphi_1}(i\omega)$ из (1)...(2), получим амплитудно-фазочастотные передаточные функции ускорений линейных и угловых колебаний масс рассматриваемой динамической системы в виде:

$$W_{\ddot{x}_к}(i\omega)=\frac{\frac{1}{m}[(b_{22}c_{32}-b_{23}c_{31})-(d_{42}e_{53}k_{61}-d_{42}e_{52}k_{62}+}{(a_{11}b_{22}+a_{12}b_{21}[(c_{33}d_{41}-c_{32}d_{42})(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})+c_{32}d_{43}e_{51}k_{62}]-}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{+d_{43}e_{51}k_{62})+b_{22}c_{33}(d_{41}e_{52}k_{62}-d_{41}e_{53}k_{61})]\omega^2}{-a_{11}b_{23}c_{31}[d_{42}(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})-d_{43}e_{51}k_{62}]};$$

(23)

$$W_{\ddot{x}}(i\omega)=\frac{\frac{1}{m}b_{21}[c_{32}(d_{42}e_{52}k_{62}-d_{43}e_{51}k_{62}-d_{42}e_{53}k_{61})-}{(a_{11}b_{22}+a_{12}b_{21}[(c_{33}d_{41}-c_{32}d_{42})(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})+c_{32}d_{43}e_{51}k_{62}]-}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{-c_{33}d_{41}(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})]\omega^2}{-a_{11}b_{23}c_{31}[d_{42}(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})-d_{43}e_{51}k_{62}]};$$

(24)

$$W_{\ddot{\varphi}_4}(i\omega)=\frac{\frac{1}{m}b_{21}c_{31}(d_{42}e_{53}k_{61}+d_{43}e_{51}k_{62}-}{(a_{11}b_{22}+a_{12}b_{21}[(c_{33}d_{41}-c_{32}d_{42})(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})+c_{32}d_{43}e_{51}k_{62}]-}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{-d_{42}e_{52}k_{62})\omega^2}{-a_{11}b_{23}c_{31}[d_{42}(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})-d_{43}e_{51}k_{62}]};$$

(25)

$$W_{\ddot{\varphi}_3}(i\omega)=\frac{\frac{1}{m}b_{21}c_{31}(d_{41}e_{53}k_{61}-}{(a_{11}b_{22}+a_{12}b_{21}[(c_{33}d_{41}-c_{32}d_{42})(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})+c_{32}d_{43}e_{51}k_{62}]-}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{-d_{41}e_{52}k_{62})\omega^2}{-a_{11}b_{23}c_{31}[d_{42}(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})-d_{43}e_{51}k_{62}]};$$

(26)

$$W_{\ddot{\varphi}_2}(i\omega)=\frac{-\frac{1}{m}b_{21}c_{31}\cdot}{(a_{11}b_{22}+a_{12}b_{21}[(c_{33}d_{41}-c_{32}d_{42})(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})+c_{32}d_{43}e_{51}k_{62}]-}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{\cdot d_{41}e_{51}k_{62}\omega^2}{-a_{11}b_{23}c_{31}[d_{42}(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})-d_{43}e_{51}k_{62}]};$$

(27)

$$W_{\ddot{\varphi}_1}(i\omega)=\frac{-\frac{1}{m}b_{21}c_{31}\cdot}{(a_{11}b_{22}+a_{12}b_{21}[(c_{33}d_{41}-c_{32}d_{42})(e_{52}k_{62}-e_{53}k_{61})+c_{32}d_{43}e_{51}k_{62}]-}\rightarrow$$

$$\to \frac{\cdot d_{41} e_{51} k_{61} \omega^2}{-a_{11} b_{23} c_{31} \left[d_{42} \left(e_{52} k_{62} - e_{53} k_{61} \right) - d_{43} e_{51} k_{62} \right]} . \quad (28)$$

При исследованиях машинно-тракторного агрегата его можно рассматривать как разомкнутую систему автоматического регулирования (САР).

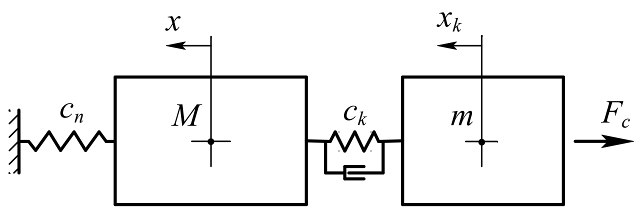

Рис. 1. Двухмассовая механическая система

Во время работы машинно-тракторного агрегата могут иметь место свободные и вынужденные колебания. Свободные колебания совершаются под воздействием внутренних сил системы после выведения ее из равновесного состояния. Вынужденные колебания возникают под продолжительным воздействием внешнего возмущения. Для упрощения изучения вынужденных колебаний продольно движущихся масс машинно-тракторного агрегата представим его как двухмассовую систему (рис. 1). Здесь приведенные к ведущим колесам массы трактора M и рабочей машины m соединены между собой упругой связью на крюке с коэффициентами жесткости $c_к$ и демпфирования $\mu_к$. Кроме того, масса трактора M через элементы ходовой части связана с почвой, жесткость которой обозначена буквой c_n. На рабочую машину действует внешняя сила F_c, величину которой можно определить из рациональной формулы В.П. Горячкина. В общем случае эта сила носит случайный характер. Многие авторы рассматривают ее, представив в виде гармонически колеблющегося процесса. При равновесном состоянии системы силе F_c соответствуют установившиеся сила тяги на крюке трактора и касательная сила тяги. При изменении внешнего воздействия нарушается равновесное состояние системы. Пусть при этом масса M переместится на величину x от равновесного состояния, а масса m – на x_k. Уравнения движения системы в этом случае запишутся в виде:

$$\left.\begin{aligned} &M\ddot{x} + \mu_k(\dot{x} - \dot{x}_k) + (c_k + c_n)x - c_k x_k = 0; \\ &m\ddot{x}_k + \mu_k(\dot{x}_k - \dot{x}) + c_k(x_k - x) = -F_c . \end{aligned}\right\} \qquad (29)$$

Преобразуем по Лапласу:

$$\left.\begin{aligned} &[Ms^2 + \mu_k s + (c_k + c_n)]x(s) - (\mu_k s + c_k)x_k(s) = 0; \\ &(ms^2 + \mu_k s + c_k)x_k(s) - (\mu_k s + c_k)x(s) = -F_c(s). \end{aligned}\right\} \qquad (30)$$

Из первого уравнения $x_к(s) = \dfrac{Ms^2 + \mu_к s + (c_к + c_n)}{\mu_к s + c_к} \cdot x(s)$. Подставляя найденное значение $x_k(s)$ во второе уравнение системы, получим преобразованное по Лапласу уравнение движения рассматриваемой динамической системы в виде:

$$\{[Ms^2 + \mu_к s + (c_к + c_n)](ms^2 + \mu_к s + c_к) - (\mu_к s + c_к)^2\}x(s) = \\ = -(\mu_к s + c_к)F_c(s) . \qquad (31)$$

Решение этого уравнения состоит из двух частей. При рассмотрении его совместно с правой частью получим частное решение, которое будет описывать вынужденные колебания динамической системы. Общее решение, которое получается при приравнивании правой части уравнения нулю, описывает свободные колебания динамической системы и соответствует отсутствию внешнего воздействия. Свободные колебания $x(s)$ массы M трактора ищем в виде:

$$x(s) = \sum_{k=1}^{l} A_к e^{is_к t} , \qquad (32)$$

где A_k – амплитуды составляющих свободных колебаний; s_k – комплексные корни характеристического уравнения дифференциального уравнения; l – порядок дифференциального уравнеия.

Обычно для современных механических систем вещественные части корней характеристических уравнений представляют отрицательные числа. Это соответствует тому, что свободные колебания системы представляют затухающие колебания. Коэффициент затухания свободных колебаний прямо пропорционален коэффициенту демпфирования $\mu_к$ и обратно пропорционален массе. Амплитуды, входящие в уравнение (32), и фазы определяются из начальных условий. Свободные колебания характеризуют переходные процессы системы.

Из (31) находим передаточную функцию от силы сопротивления внешнего воздействия к продольным колебаниям массы M трактора в виде:

$$W_x(s) = \frac{x(s)}{F_c(s)} == \frac{-\mu_к s - c_к}{[Ms^2 + \mu_к s + (c_к + c_п)](ms^2 + \mu_к s + c_к) - (\mu_к s + c_к)^2}.$$

(33)

Примем, что внешнее воздействие носит гармонический характер, т.е. $F_c e^{i\omega t}$. Тогда частное решение уравнения (31), описывающее вынужденные продольные колебания массы M трактора, представится в виде:

$$x(t) = W_x(i\omega)F_c e^{i\omega t}.$$

(34)

Для определения амплитудно-фазочастотных характеристик динамической системы перейдем к преобразованию Фурье, для чего в уравнении (33) положим $s = i\omega$. Тогда

$$W_x(i\omega) = \frac{-\frac{1}{M}\cdot(k_m^2 + i\omega h_m)}{\omega^4 - \omega^2(k_m^2 + k_c^2) + k_1^2 k_m^2 + i\omega[h_m k_1^2 - \omega^2(h_м + h_m)]},$$

(35)

где $k_m = \sqrt{\frac{c_к}{m}}$ – парциальная частота собственных колебаний массы m рабочей (прицепной) машины на упругом элементе прицепа; $k_1 = \sqrt{\frac{c_n}{M}}$ – парциальная частота собственных колебаний массы M трактора на упругой почве; $k_c = \sqrt{\frac{c_к + c_n}{M}}$ – парциальная частота собственных колебаний массы M трактора на суммарном упругом элементе динамической системы; $k_M = \sqrt{\frac{c_к}{M}}$ – парциальная частота собственных колебаний массы M трактора на упругом элементе прицепа; $h_м = \frac{\mu_к}{M}$ – коэффициент затухания колебаний массы M трактора; $h_m = \frac{\mu_к}{m}$ – коэффициент затухания колебаний массы m рабочей машины.

Умножим числитель и знаменатель правой части формулы (35) на сопряженное комплексное число знаменателя. Тогда амплитудно-фазочастотная передаточная функция $W_x(i\omega)$ представится в виде:

$$W_x(i\omega) = |W_x(i\omega)|\cdot e^{i\varphi_x(\omega)} = U(\omega) + i\cdot V(\omega),$$

(36)

где $|W_x(i\omega)|$ – модуль частотной передаточной функции; $\varphi_x(\omega)$ – аргумент (фаза) частотной передаточной функции; $U_x(\omega)$ – вещественная часть частотной передаточной функции; $V_x(\omega)$ – мнимая часть частотной передаточной функции.

Модуль передаточной функции равен отношению модулей ее числителя и знаменателя, а фаза равна разности между аргументами числителя и знаменателя. Отсюда

$$|W_x(i\omega)| = \frac{\frac{1}{M}\cdot}{\sqrt{[\omega^4 - \omega^2(k_m^2 + k_c^2) + k_1^2 k_m^2]^2 +}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\cdot\sqrt{k_m^4 + \omega^2 h_m^2}}{+\omega^2[h_m k_1^2 - \omega^2(h_м + h_m)]^2}.$$

(37)

$$\varphi_x(\omega) = arctg\,\frac{\omega h_m}{k_m^2} - arctg\,\frac{\omega[h_m k_1^2 - \omega^2(h_м + h_m)]}{\omega^4 - \omega^2(k_m^2 + k_c^2) + k_1^2 k_m^2}.$$

(38)

$$U_x(\omega) = |W_x(i\omega)| \cdot \cos\varphi_x(\omega).$$

(39)

$$V_x(\omega) = |W_x(i\omega)| \cdot \sin\varphi_x(\omega).$$

(40)

Автором были найдены решения уравнений (28) в аналитическом виде и проведены исследования и их анализ /1, 2, 4/. В результате этого были выведены и предложены формулы для определения оптимальных значений коэффициентов $c_к$ и $\mu_к$, обеспечивающих минимальные амплитуды колебаний масс и силы взаимодействия между ними:

$$c_{к.опт.} = \pm\frac{c_n \cdot n(1-n)}{2(1+n)^2};$$

(41)

$$\mu_{к.опт.} = \frac{m}{2(1+n)^2}\sqrt{\frac{c_n(1+n)(1+3n)}{M}},$$

(42)

где $n = \frac{m}{M}$ – отношение масс.

Годограф вектора $W_x(i\omega)$, зависящего от частоты ω, является амплитудно-фазочастотной характеристикой продольных колебаний массы трактора.

Подставив значение $W_x(i\omega)$ из (28) в (26), находим вынужденные продольные колебания массы трактора в виде:

$$x(t) = x_0 \cdot e^{i(\omega t + \varphi_x)},$$

(43)

где $x_0 = |W_x(i\omega)| \cdot F_c$ – амплитуда вынужденных колебаний; $\varphi_x = \varphi_x(\omega)$. Следовательно, при воздействии на рассматриваемую динамическую систему гармонического внешнего возмущения с частотой ω продольные колебания массы трактора представляют собой гармоническую функцию той же частоты, амплитуда которой равна произведению амплитуды колебаний внешнего возмущения и модуля частотной характеристики и отстающей по фазе на угол φ_x. Таким образом, если известна амплитудно-фазочастотная характеристика динамической системы, то при воздействии на нее гармонического внешнего воздействия можно сравнительно легко определить ее вынужденные колебания.

Список литературы

1. Нұржауов А. МТА–ның сыртқы әсерін шоғырлы талдаудың кейбір мәселелері. Алматы: // Проблемы инновационного и конкурентноспособного развития агроинженерной науки на современном этапе: Материалы международной научно–практической конференции (17–18 апреля 2008 г.). II – часть. 2008. 24–30 б.
2. Нұржауов А. Машина трактор агрегатына әсер ететін сыртқы ұйтқудың корреляция функциясы. Алматы: // «Проблемы инновационного и конкурентноспособного развития агроинженерной науки на современном этапе». Сборник научных трудов. Материалы международной научно–практической конференции (17–18 апреля 2008 г.). II – часть. 2008. 30 – 34 б.
3. Нұржауов А. Шынжыр табанды трактордың динамикасы және оны үдетіп сынау тәсілдемесі. Павлодар: «Кереку» баспасы, 2008. 346 б.
4. Опейко Ф.А. Колесный и гусеничный ход. – Минск: Изд-во Академии сельскохозяйственных наук БССР, 1960. – 228 с.
5. Основные тенденции развития и применения стендов ускоренных ресурсных испытаний в тракторостроении. – М.: Обзор ЦНИИТЭИ тракторсельхозмаш, 1977.