УДК 621.039.514.45:621.373.121.14

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В НЕРАЗВЕТВЛЕННЫХ ЦЕПЯХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ

Асанова Салима Муратовна, *к.т.н., доцент, КГТУ им. И.Раззакова, Кыргызстан, 720044, г.Бишкек, пр. Ч.Айтматова 66. Тел: +996-312-56-15-38*, e-mail: a_sm07@mail.ru
Исакеева Эльмира Базаркуловна, *к.т.н., доцент, КГТУ им. И.Раззакова, Кыргызстан, 720044, г. Бишкек, пр. Ч.Айтматова 66. Тел: +996-312-56-15-38*, e-mail: elmira_isa@mail.ru
Самсалиева Роза Жумашевна, *старший преподаватель, КГТУ им. И.Раззакова, Кыргызстан, 720044, г. Бишкек, пр. Ч.Айтматова 66. Тел: +996-312-56-15-38*, e-mail: samsalievarosa@mail.ru
Мухидин улуу Бегулан, *магистрант, КГТУ им. И.Раззакова, Кыргызстан, 720044, г. Бишкек, пр. Ч.Айтматова 66. Тел: +996-312-56-15-38*, e-mail: bekulan-100994@mail.ru

Аннотация. В рассматриваемой работе расчет переходных процессов в цепях с распределенными параметрами осуществляется не с помощью традиционных телеграфных уравнений, а с помощью уравнений, полученных методом переменных состояния. Метод переменных состояния является численным методом расчета на ЭВМ, он используется в тех случаях, когда расчет переходных процессов, особенно в цепях высокого порядка, весьма затруднителен. Как известно телеграфные уравнения являются основой теории цепей с рапределенными параметрами, но они имеют некоторые ограничения и могут быть справедливы только для однородных линий. Полученная, в настоящей работе, математическая модель позволяет исследовать как однородные, так и неоднородные линии, одновременно рассчитывать токи и напряжения вдоль всей линии через каждый промежуток Δl, исследовать переходные процессы при различных изменениях режимов работы как в линейных, так и нелинейных электрических цепях и т.д. Результаты моделирования на ЭВМ в системе MatLab показали высокую эффективность и универсальность полученной математической модели для исследования переходных процессов в неразветвленных цепях с распределенными параметрами.

Ключевые слова: цепи с распределенными параметрами, переходные процессы, математическая модель, метод переменных состояния, численное интегрирование.

RESEARCH OF TRANSIENT PROCESSES IN THE UNBRANCHED CIRCUITS WITH DISTRIBUITED PARAMETERS THROUGH STATE VARIABLE APPROACH

Asanova Salima Muratovna, *Ph. D., associate Professor, KSTU, Kyrgyz Republic, 720044, Bishkek, Ch. Aitmatov street 66. Phone number: +996-312-56-15-38*, e-mail: a_sm07@mail.ru
Isakeeva Elmira Bazarkulovna, *Ph. D., associate Professor, KSTU, Kyrgyz Republic, 720044, Bishkek, Ch. Aitmatov street 66. Phone number: +996-312-56-15-38*, e-mail: elmira_isa@mail.ru
Samsalieva Roza Zhumashevna, *Senior Lecturer, KSTU, Kyrgyz Republic, 720044, Bishkek, Ch. Aitmatov street 66. Phone number: +996-312-56-15-38*, e-mail: samsalievarosa@mail.ru
Muhidin uulu Begulan, *master of KSTU, Kyrgyz Republic, 720044, Bishkek, Ch. Aitmatov street 66. Phone number: +996-312-56-15-38*, e-mail: bekulan-100994@mail.ru

Abstract. In the considered work calculation of transition processes in circuits with the distributed parameters is perfromed not by means of the traditional cable (telegraph) equations, and by means of the equations received by method of variables of a state. The method of variables of a state is a numerical method of calculation on the COMPUTER, he is used when calculation of transition processes, especially in chains of a high order, is very difficult. As is well-known the cable equations are a basis of the theory of chains with distributed parameters, but they have some restrictions and can be fair only for uniform lines. Received, in the real work, the mathematical model allows to explore both uniform, and non-uniform lines, at the same time to count currents and tension along all line through each interval, to investigate transition processes at various changes of operating modes as in linear, and nonlinear electric chains etc. Results of modeling on the COMPUTER in the MatLab system have shown high efficiency and universality of the received mathematical model for a research of transition processes in unbranched chains (circuits) with the distributed parameters.

Key words: circuits with distributed parameters, transient processes, mathematical model, state variable approach, numerical integration.

Переходные процессы в цепях с распределенными параметрами возникают при различных изменениях режимов их работы: подключении новых участков линии, включении-отключении источников энергии и нагрузки, грозовые разряды, короткие замыкания и т.п., и имеют характер блуждающих волн, которые распространяются по цепи в различных направлениях. Эти волны могут претерпевать многократные отражения от узловых точек включения нагрузки, от стыков различных линий и т.д. Наложение этих волн может усложнить процессы, протекающие в цепи, т.е. могут возникнуть опасные для оборудования перенапряжения и сверхтоки.

Ранее расчет переходных процессов в цепях с распределенными параметрами осуществлялся с помощью телеграфных уравнений [5; 6], которые являются основой теории цепей с рапределенными параметрами, но они имеют некоторые ограничения и могут быть справедливы только для однородных линий, погонные параметры которых в любой точке линии одинаковы.

В рассматриваемой работе расчет переходных процессов в цепях с распределенными параметрами осуществляется не с помощью традиционных телеграфных уравнений, а с помощью уравнений, полученных методом переменных состояния [6]. Метод переменных состояния – это численный метод расчета с помощью ЭВМ, он используется в тех случаях, когда расчет переходных процессов, особенно в цепях высокого порядка, весьма затруднителен.

Математическая модель, полученная методом переменных состояния, позволяет исследовать как однородные, так и неоднородные линии, одновременно рассчитывать токи и напряжения вдоль всей линии через каждый Δl промежуток, исследовать переходные процессы при различных изменениях режимов работы как в линейных, так и нелинейных электрических цепях.

Для исследуемой цепи уравнения состояния в форме Коши могут быть получены из системы уравнений, записанных по законам Кирхгофа путем их преобразования. Для этого: 1) из системы уравнений, составленных по законам Кирхгофа, исключают переменные, имеющие зависимые начальные условия, и оставляют только токи через индуктивности $i_L(t)$ и напряжения на емкостях $u_C(t)$; 2) оставшиеся уравнения решают относительно производных и записывают в форме Коши.

В случае сложно-разветвленных схем, уравнения состояния могут быть составлены топологическими методами с использованием матриц соединений $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$, элементы которых зависят от топологии и параметров цепи.

Рассмотрим однопроводную линию электропередач, схема замещения которой приведена на рис. 1. В дальнейшем под величинами, обозначенными через L, C, R, G, будем понимать индуктивность, сопротивление и проводимость, приходящиеся на единицу длины линии, и полагать, что они постоянные, т.е. не зависят от частоты.

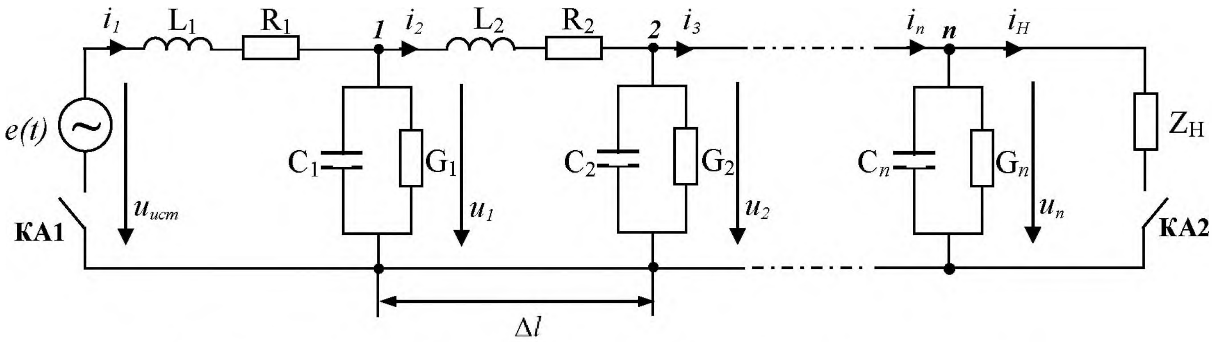


Рис. 1. Схема замещения одной фазы линии электропередач

Для независимых сечений и контуров составляется система дифференциальных уравнений первого порядка по законам Кирхгофа:

$$
\begin{cases}
C_1\dfrac{du_1}{dt} = i_1 - i_2 - G_1u_1; & C_2\dfrac{du_2}{dt} = i_2 - i_3 - G_2u_2; \\
C_3\dfrac{du_3}{dt} = i_3 - i_4 - G_3u_3; \quad \dots & C_{n-1}\dfrac{du_{n-1}}{dt} = i_{n-1} - i_n - G_{n-1}u_{n-1}; \\
C_n\dfrac{du_n}{dt} = i_n - (G_n + \dfrac{1}{Z_H})u_n; & L_1\dfrac{di_1}{dt} = u_{ист} - u_1 - R_1i_1; \\
L_2\dfrac{di_2}{dt} = u_1 - u_2 - R_2i_2; & L_3\dfrac{di_3}{dt} = u_2 - u_3 - R_3i_3; \ \dots \\
L_{n-1}\dfrac{di_{n-1}}{dt} = u_{n-2} - u_{n-1} - R_{n-1}i_{n-1}; & L_n\dfrac{di_n}{dt} = u_{n-1} - u_n - R_ni_n.
\end{cases}
\qquad (1)
$$

Полученная система дифференциальных уравнений (1) записывается в матричной форме:

$$
\left[\begin{array}{cccccc|cccccc}
C_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
0 & C_2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
0 & 0 & C_3 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \dots & C_{n-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \dots & 0 & C_n & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & L_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & L_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & L_3 & \dots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & L_{n-1} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & L_n
\end{array}\right]
\cdot \frac{d}{dt}
\left[\begin{array}{c}
u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_{n-1} \\ u_n \\ \hline i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \vdots \\ i_{n-1} \\ i_n
\end{array}\right]
=
$$

$$
=\left[\begin{array}{cccccc|cccccc}
-G_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
0 & -G_2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & \dots & 0 & 0 \\
0 & 0 & -G_3 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \dots & -G_{n-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \\
0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -G_n-\dfrac{1}{Z_H} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\
\hline
-1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -R_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & -R_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
0 & 1 & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_3 & \dots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -R_{n-1} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -R_n
\end{array}\right]
\cdot
\left[\begin{array}{c}
u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_{n-1} \\ u_n \\ \hline i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \vdots \\ i_{n-1} \\ i_n
\end{array}\right]
+
\left[\begin{array}{c}
0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0
\end{array}\right]
\cdot u_{ucm},
$$

или сокращенно $\quad H\dfrac{dx}{dt}=K\cdot x+C\cdot u_{ucm}, \qquad \dfrac{dx}{dt}=H^{-1}\cdot K\cdot x+H^{-1}\cdot C\cdot u_{ucm},$ (2)

если обозначить $A=H^{-1}\cdot K$, $B=H^{-1}\cdot C$, то уравнения (1) можно записать в форме Коши

$$\frac{dx}{dt}=A\cdot x+B\cdot u_{ucm} \quad \text{или} \quad \frac{dx}{dt}=f(x,\ t,\ u_{ucm}), \quad x(0)=x_0, \tag{3}$$

где A, B – матрицы соединений; u_{ucm} – вектор внешних воздействий; x – m-мерный вектор искомых величин (переменных состояния), x_0 – m-мерный вектор независимых начальных значений.

Численное интегрирование полученных уравнений состояния (1) осуществляется с помощью ЭВМ в системе MatLab методом Рунге-Кутта [4, с. 450-455], являющимся одним из методов повышенной точности:

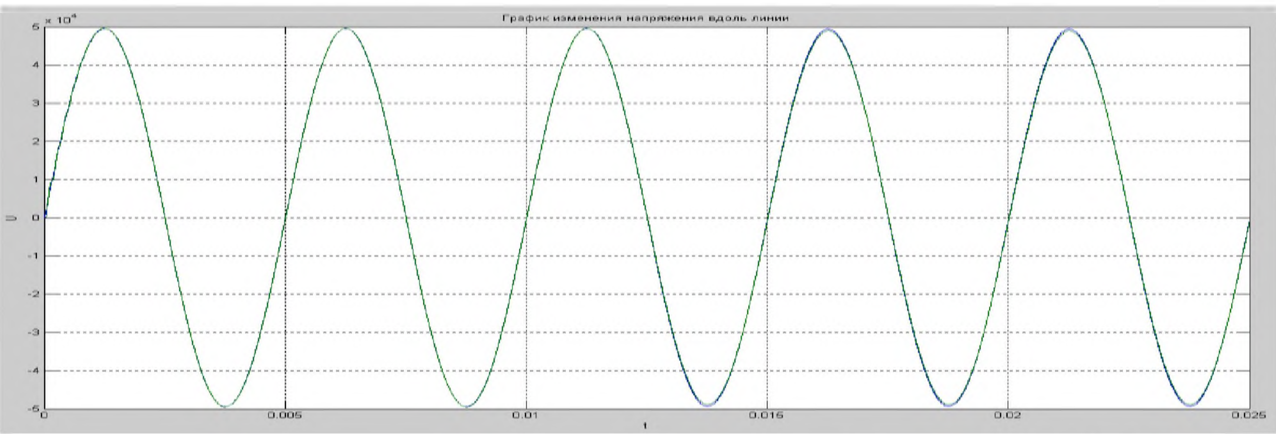
$$x(t_{i+1})=x(t_i)+\frac{\Delta t}{6}[k_1+2\cdot k_2+2\cdot k_3+k_4], \tag{4}$$

где $\quad k_1=A\cdot x(t_i)+B\cdot u(t_i), \qquad k_2=A\cdot(x(t_i)+\dfrac{\Delta t}{2}k_1)+B\cdot u(t_i+\dfrac{\Delta t}{2}),$

$$k_3=A\cdot(x(t_i)+\frac{\Delta t}{2}k_2)+B\cdot u(t_i+\frac{\Delta t}{2}), \qquad k_4=A\cdot(x(t_i)+\Delta t\cdot k_3)+B\cdot u(t_i+\Delta t).$$

Для линии длиной 5 км с параметрами U = 35 кВ, R_0 = 25 Ом/км; L_0 = 0.005 Гн/км; G_0=0.0000001 См/км; C_0=0.01 мкФ/км; f = 1256 Гц; R_H=10 кОм (нагрузка активная), результаты моделирования в системе MatLab показаны на графиках (рис.2).

а) график изменения напряжений u_1, u_2, ..., u_5 вдоль линии



б) график изменения токов $i_1, i_2, ..., i_5$ вдоль линии

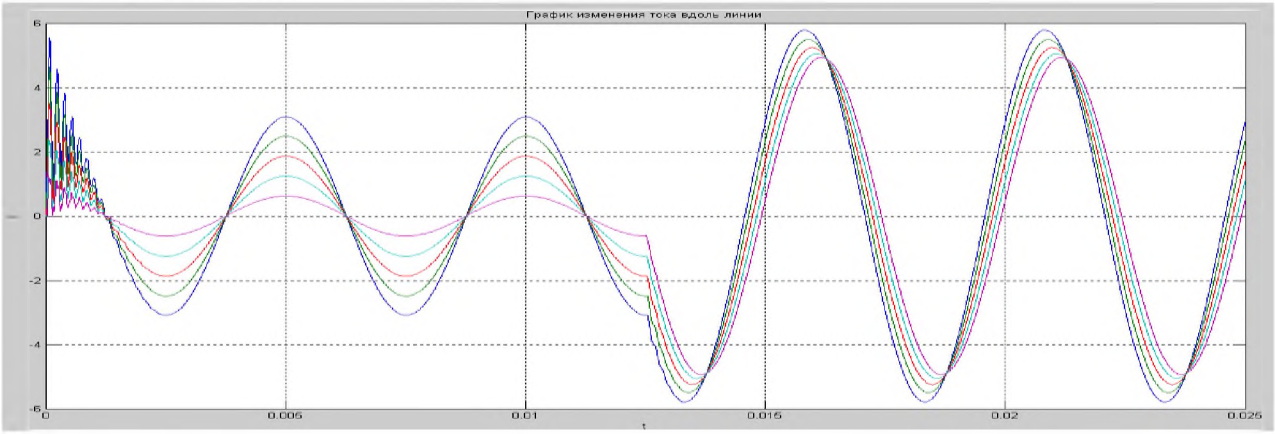


Рис. 2. Результаты моделирования переходного процесса в системе MATLAB при R_H=10 кОм *(при t = 0 замкнут КА1 – линия без нагрузки, при t = 0,025 сек. подключилась активная нагрузка, замкнуты КА1 и КА2, см. рис. 1)*

В заключение отметим, что результаты моделирования показали универсальность и высокую эффективность полученной математической модели (1) для исследования переходных процессов в неразветвленных цепях с распределенными параметрами. К примеру, в работах [1, 2, 3], с помощью математических моделей цепей с распределенными параметрами, полученных методом переменных состояния, были произведены: исследования переходных процессов и условий возникновения и гашения перемежающейся дуги в распределительных электрических сетях [1]; исследования параметров переходных процессов в цепях с распределенными параметрами и их диагностических возможностей [2], а также рассматривалась электромагнитная совместимость нескольких смежных линий электропередач с учетом их взаимных магнитных и электрических влияний [3].

Список литературы

1. Асанова С.М. Исследования процессов в электрических сетях 6-35 кВ с помощью физических и математических моделей / С.М. Асанова, Ж.С. Иманакунова, К.А. Сатаркулов. - Научно-технический журнал: Проблемы автоматики и управления, НАН КР, Бишкек, 2008.

2. Асанова С.М. Исследование диагностических возможностей параметров переходных процессов в цепях с распределенными параметрами / С.М. Асанова, А.Р. Айдарова, К.А. Сатаркулов. - Известия КГТУ, №27, Бишкек, 2012.

3. Асанова С.М. Моделирование взаимных электромагнитных влияний смежных линий электропередачи / С.М. Асанова, А.Р. Айдарова, Ж.С. Абылгазиев. - Электронный научный журнал «Априори. Серия: Естественные и технические науки», №5, Россия, г.Краснодар, 2015.

4. Бахвалов Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов. – Москва: Гл.ред-я физ.-мат. Литературы изд-ва «Наука», 1975. – 631 с.

5. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники / Л.А. Бессонов. – Москва: Издательство «ВШ», 1973. – 752 с.

6. Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники: В 3-х т. Учебник для вузов. Том 2. – 4-е изд. / К.С. Демирчян, Л.Р. Нейман, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин. – СПб.: Питер, 2004. – 576 с.