

I J H Q G H K L V I E : K L B G U > E Y H K L ? H K B G L ? A : ; ? > J ? G G H

In this article are considered definition of durability of plate for a femur osteosynthesis.

В настоящее время в медицине, в травматологии и ортопедии используются металлические пластины для остеосинтеза бедренной кости /1/.

Недостатками таких конструкций является то, что при полном контакте пластины с поверхностью кости происходит ухудшение кровообращения в месте перелома, увеличивающее сроки сращения, а также возможен излом пластины на уровне отверстий из-за снижения прочности пластины в этом месте.

В статье рассматривается теоретическое обоснование преимущества новой конструкции пластины для винтов, которая ограничивает плотный контакт с костной тканью /2/.

Преимуществом предложенной пластины является ограничение контакта пластины с поверхностью кости, что способствует улучшению кровообращения в месте перелома, ускорению сращения отломков, т.е. более ранней активизации больного и предотвращению излома пластины на уровне отверстия за счет увеличения жесткости при изгибе.

Для теоретического обоснования преимущества новой конструкции рассмотрим систему «нагрузка – бедренная кость с пластиной». Нагрузка передается от веса человека на бедренную кость с пластиной. На рис. 1, а представлена расчетная схема системы «нагрузка – бедренная кость с пластиной». Из рис. 1, а видно, что вертикальная опорная реакция в точке А (колени) равна $V_A = P$, горизонтальная реакция в точках А(колени) и В (таз) равна нулю $H_A = H_B = 0$.

Теперь построим эпюры внутренних усилий M , Q , N для схемы на рис.1, где M – момент, Q – поперечная сила, N – продольная сила в любом сечении бедренной кости с пластиной.

Выделим на рассматриваемой схеме участки. Момент для первого участка будет

$$I = -V_A \cdot \sin \alpha \cdot x, \quad 0 \leq x \leq l \quad \text{или} \quad I|_{x=0} = 0, \quad I|_{x=l} = -p \cdot \sin 7^\circ \cdot 450 = -54,9P \text{ (c \cdot)}.$$

Момент для второго участка будет

$$II = -p \cdot \cos \beta \cdot x, \quad 0 \leq x \leq a \quad \text{или} \quad II|_{x=0} = 0,$$

$$II|_{x=a} = -p \cdot \cos \beta \cdot a = -p \cdot \cos \beta \cdot \frac{l \sin \alpha}{\cos \beta} = -p \cdot l \cdot \sin \alpha = -p \cdot \sin 7^\circ \cdot 450 = -54,9P \text{ (\cdot)}.$$

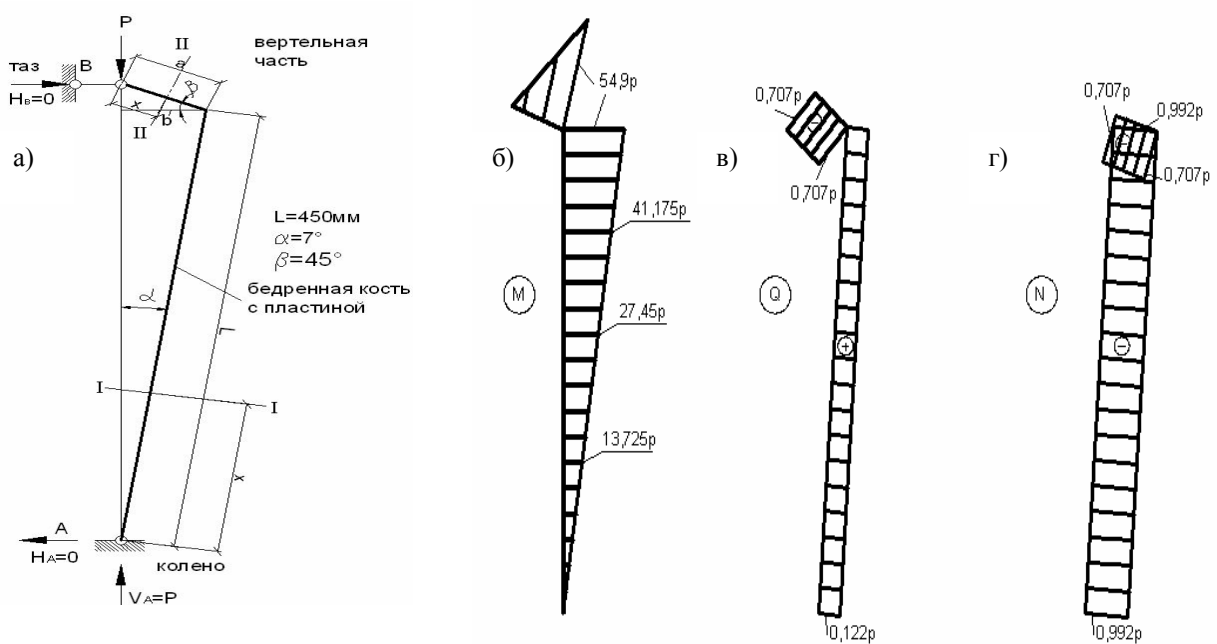


Рис.1. а) Расчетная схема системы «нагрузка – бедренная кость с пластиной»; б) эпюра моментов; в) эпюра поперечных сил; г) эпюра продольных сил; а – расчетная длина вертельной части; l – расчетная длина бедренной кости; α – угол бедренной кости с вертикальной осью; β - угол вертельной части с горизонтальной осью; P – нагрузка от человека

Определяем поперечные Q и продольные N силы в сечениях бедренной кости с пластиной.

$$Q_I = p \cdot \sin \alpha = p \cdot \sin 7^\circ = 0,122p \text{ (c); } Q_{II} = -p \cdot \cos \beta = -p \cdot \cos 45^\circ = -0,707p \text{ (c);}$$

$$N_I = -p \cdot \cos \alpha = -p \cdot \cos 7^\circ = -0,992(\quad); \quad N_{II} = -p \cdot \sin \beta = -p \cdot \sin 45^\circ = -0,707(\quad)$$

На рис.1, б, в, г представлены эпюры M , Q , N для схемы, представленной на рис.

1, а.

Из рис.1 видно, что максимальные моменты и поперечные силы будут в вертельной части бедренной кости, а наибольшая продольная сила – в бедренной кости с пластиной.

Нормальное и касательное напряжения определяются по формулам, указанным в работе /3/:

$$\sigma = \frac{M}{W} \pm \frac{N}{F}; \quad \tau = \frac{QS}{Jb},$$

(1)

где M – изгибающий момент, Q – поперечная сила, N – продольная сила, W – момент сопротивления поперечного сечения пластины, F – площадь поперечного сечения пластины, J – момент инерции поперечного сечения пластины, b – ширина поперечного сечения, S – статический момент отсеченной части поперечного сечения.

Из формулы (1) видно, что для определения нормальных касательных напряжений кроме M , Q , N еще надо определить W , J , b , S , F .

Сначала определим момент инерции J сечения. Для этого рассмотрим схему поперечного сечения разработанной конструкции /2/.

На рис.2 представлены поперечные сечения пластин: а) разработанная конструкция; б) существующая конструкция.

Определяем площадь поперечного сечения для рис.2, а.

$$\begin{aligned} F &= 2F_1 + F_2 - (F_3 + 2F_4) = 2 \cdot a \cdot c + (h_1 - c) \cdot b - (d \cdot (h_1 - c) + 2(K \cdot \frac{D-d}{2})) = \\ &= 2 \cdot 1,5 \cdot 1,5 + (7 - 1,5) \cdot 15 - (3,8 \cdot (7 - 1,5) + 2(3 \cdot \frac{6-3,8}{4})) = 4,5 + 82,5 - (20,9 + 3,3) = 62,8 \quad ^2 \end{aligned}$$

Площадь поперечного сечения для рис.2, а

$$F = 62,8 \quad ^2.$$

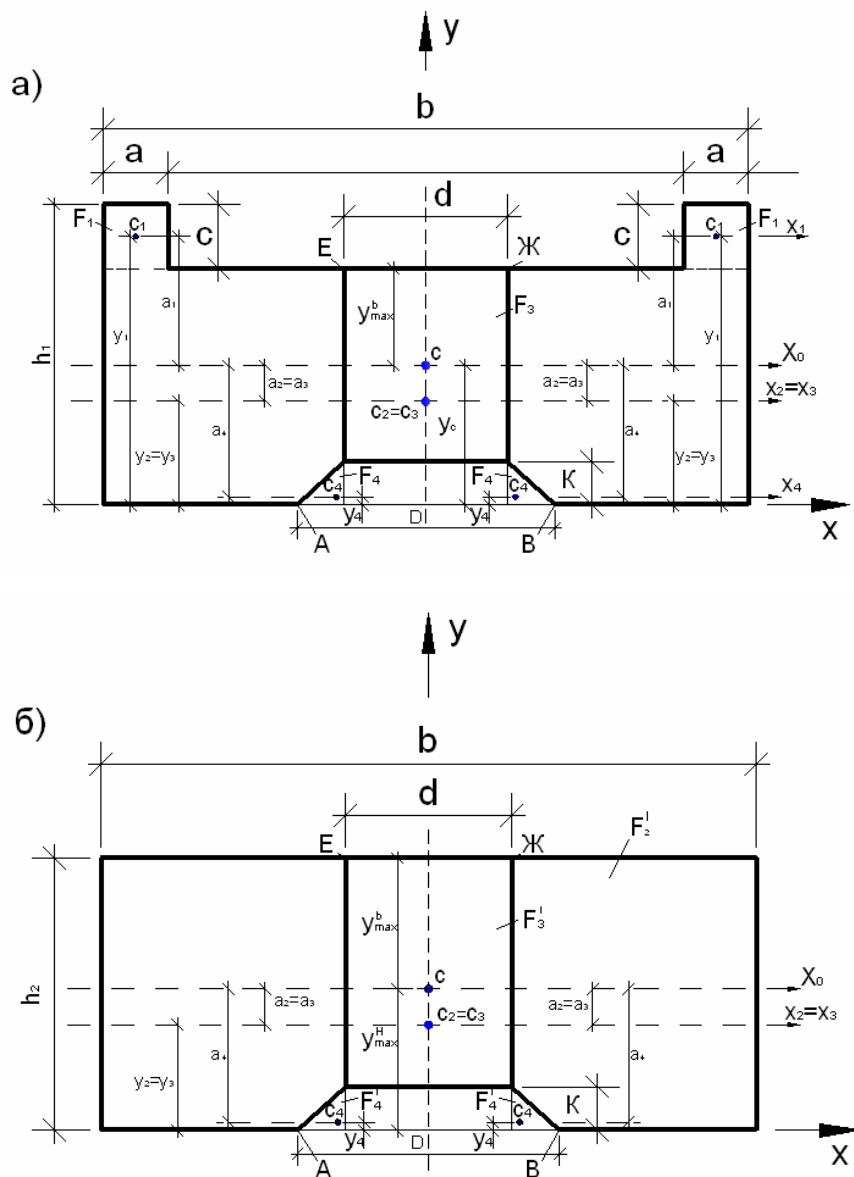


Рис.2. Поперечные сечения пластин:

а) разработанная конструкция; б) существующая конструкция

Площадь поперечного сечения для рис.2, б):

$$F' = F_1' - (F_3' + 2F_4') = b \cdot h_2 - (d \cdot h_2 + 2(K \cdot \frac{D-d}{4})) = 15 \cdot 5,9 - (3,8 \cdot 5,9 + \frac{3 \cdot (6-3,8)}{2}) = 88,5 - (22,42 + 3,3) = 62,8 \quad \text{м}^2;$$

$$F' = 62,8 \quad \text{м}^2.$$

Отсюда следует, что площади поперечных сечений конструкций, показанных на рис.2, одинаковые.

Определяем главные моменты инерции для обоих сечений, в системе координат x_0 , (см. рис. 2) абсцисса центра тяжести сечений равна нулю в связи с симметрией сечения относительно оси y .

Определяем ординату центра тяжести сечения, разбив сечение на элементарные фигуры F_1, F_2, F_3, F_4 (см. рис. 2).

$$F_1 = \cdot C = 1,5 \cdot 1,5 = 2,25 \quad ^2, \quad F_2 = (h_1 - c) \cdot b = (7 - 1,5) \cdot 1,5 = 82,5 \quad ^2,$$

$$F_3 = -d(h_1 - c) = -3,8 \cdot (7 - 1,5) = -20,9 \quad ^2, \quad F_4 = -K\left(\frac{D-d}{4}\right) = -3 \cdot \left(\frac{6-3,8}{4}\right) = -1,65 \quad ^2.$$

Отрицательные значения F_3, F_4 показывают, что сечения F_3, F_4 мнимые (отверстия). Статические моменты инерции фигур относительно оси x будут

$$S_1 = F_1 \cdot y_1 = 2,25 \cdot \left(5,5 + \frac{1,5}{2}\right) = 14,06 \quad ^3;$$

$$S_2 = F_2 \cdot y_2 = 82,5 \cdot \frac{5,5}{2} = 226,87 \quad ^3;$$

$$S_3 = F_3 \cdot y_3 = -20,9 \cdot 2,75 = -57,47 \quad ^3;$$

$$S_4 = F_4 \cdot y_4 = -1,65 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 = -1,65 \quad ^3.$$

Отрицательные значения S_3 и S_4 показывают, что сечения F_3, F_4 мнимые (отверстия).

Тогда ордината центра тяжести будет /3/

$$= \frac{S_1 + S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_4}{F_1 + F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_4} = \frac{2S_1 + S_2 + S_3 + 2S_4}{2F_1 + F_2 + F_3 + 2F_4} = \frac{2 \cdot 14,06 + 226,87 - 57,47 - 2 \cdot 1,65}{2 \cdot 2,25 + 82,5 - 20,9 - 2 \cdot 1,65} = 3,09$$

Проводим через точки C главные оси y и x_0 и определяем главный момент инерции J_{x_0} относительно оси x_0 , /3/:

$$J_{x_0} = 2(J_{x_1} + {}^2_1F_1) + J_{x_2} + {}^2_2 \cdot F_2 - (J_{x_3} + {}^2_3 \cdot F_3 + 2(J_{x_4} + {}^2_4 \cdot F_4')) =$$

$$2\left(\frac{ac^3}{12} + (3,04)^2 \cdot 2,25\right) + \frac{b \cdot (h_1 - c)^3}{12} + 0,46^2 \cdot 82,5 - \left(\frac{d(h_1 - c)^3}{12} + 0,46^2 \cdot 20,9 +\right.$$

$$\left. + 2\left(\left(\frac{D-d}{2}\right) \cdot \frac{K^3}{36} + \left(-\frac{1}{3}K\right)^2 \cdot 1,65\right)\right) = 176,86 \quad ^4;$$

$$J_{x_0} = 176,86 \quad ^4.$$

Мы определили главный момент инерции фигуры на рис. 2, а относительно оси x_0 , так как пластина изгибается при нагрузке относительно этой оси.

Теперь определяем главный момент инерции фигуры на рис 2, б относительно оси x_0 .

Для этого сначала определяем площади элементарных фигур.

$$F_2' = b \cdot h_2 = 15 \cdot 5,9 = 88,5 \quad , \quad F_3' = -d \cdot h_2 = -3,8 \cdot 5,9 = -22,42 \quad ,$$

$$F_4' = -K \left(\frac{D-d}{4} \right) = -3 \cdot \left(\frac{6-3,8}{4} \right) = -1,65 \quad .$$

Отрицательные значения F_3', F_4' показывают, что сечения F_3', F_4' мнимые.

Статические моменты инерции элементарных фигур относительно оси x (см. рис 2б) будут.

$$S_2' = F_2' \cdot y_2 = 88,5 \cdot \frac{5,9}{2} = 261,07 \quad ;$$

$$S_3' = F_3' \cdot y_3 = -22,42 \cdot \frac{5,9}{2} = -66,14 \quad ;$$

$$S_4' = F_4' \cdot y_4 = -1,65 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} = -1,65 \quad .$$

Тогда ордината центра тяжести будет

$$y_c = \frac{S_2' + S_3' + S_4' + S_4'}{F_2' + F_3' + F_4' + F_4'} = \frac{S_2' + S_3' + 2S_4'}{F_2' + F_3' + 2F_4'} = \frac{261,07 - 66,14 - 2 \cdot 1,65}{88,5 - 22,42 - 2 \cdot 1,65} = \frac{188,3}{59,5} = 3,05 \quad .$$

Проводим через точку C главные оси y и x_0 и определяем главный момент инерции

J'_{x_0} относительно оси x_0 /3/:

$$J'_{x_0} = J'_{x_2} + (F_2' \cdot y_2^2) + (J'_{x_3} + F_3' \cdot y_3^2 + 2(J'_{x_4} + F_4' \cdot y_4^2)) =$$

$$\frac{bh_2^3}{12} + (3,05 - 2,95)^2 \cdot 88,5 - \left(\frac{dh_2^3}{12} + (3,05 - 2,95)^2 \cdot 22,42 \right) + 2 \left(\frac{D-d^3}{4} \cdot \frac{k^3}{36} + (3,05 - 1)^2 \cdot 1,65 \right) =$$

$$= \frac{15 \cdot 5,9^3}{12} + 3,90 - \left(\frac{3,8 \cdot 5,9^3}{12} + 0,99 + 2 \left(\frac{6-3,8}{2} \cdot \frac{3^3}{36} + 15,4 \right) \right) = 162,14 \quad ,$$

$$J'_{x_0} = 162,14 \text{ мм}^4 .$$

Берем отношение $\frac{J_{x_0}}{J'^0_{x_0}} = \frac{176,86}{162,14} = 1,09 \approx 1,1$, отсюда следует, что жесткость

разработанной конструкции в 1,1 раз больше жесткости существующей конструкции при одинаковых площадях поперечных сечений. Следовательно, разработанная конструкция прочнее существующей конструкции. Выясним это, определяя напряжение по формулам (1).

Нормальное напряжение σ для рис 2, а будет

$$\sigma = \frac{M}{W} \pm \frac{N}{F}, \quad W = \frac{J_{x_0}}{\max}$$

где \max – наибольшее расстояние от центра тяжести сечения C до края сечения, \max – расстояние от центра тяжести до верхнего уровня отверстия – точки A, B , \max – расстояние от центра тяжести до нижнего уровня отверстия – точки A, B (см. рис. 3).

$$W_B = \frac{Jx_0}{\max} = \frac{176,86}{2,29} = 77,23 \text{ мм}^3;$$

$$W = \frac{Jx_0}{\max} = \frac{176,86}{3,21} = 55,10 \text{ мм}^3.$$

Рассмотрим разработанную конструкцию на рис. 2, а, когда точка перелома находится в средней части бедренной кости.

Напряжение в верхнем крае сечения в точках , будет

$$\sigma = \frac{N}{77,23} + \frac{N}{62,8} \left(\frac{N}{2} \right).$$

(2)

Соответственно напряжение в нижнем крае сечения в точках А, В будет

$$\sigma = \frac{N}{55,10} - \frac{N}{62,8} \left(\frac{N}{2} \right).$$

(3)

Таким же образом определяем напряжения для рис. 2, б. Моменты сопротивления для точек Е, Ж и А, В будут соответственно

$$W'_B = \frac{J'x_0}{\max} = \frac{162,14}{2,74} = 59,17 \text{ мм}^3;$$

$$W' = \frac{J'x_0}{\max} = \frac{162,14}{3,16} = 51,31 \text{ мм}^3.$$

Тогда напряжение в верхнем крае сечения в точках Е, Ж будет

$$\sigma' = \frac{N}{59,17} + \frac{N}{62,8} \left(\frac{N}{2} \right),$$

(4)

соответственно напряжение в нижнем краю сечения в точках А, В будет

$$\sigma' = \frac{N}{51,31} - \frac{N}{62,8} \left(\frac{N}{2} \right). \quad (5)$$

Берем отношение, для этого представим значения и N :

$$\sigma = \frac{N}{77,23} + \frac{N}{59,5} = \frac{27,45}{77,23} + \frac{0,992}{62,8} = 0,372 p;$$

$$\sigma' = \frac{N}{55,10} + \frac{N}{62,8} = \frac{27,45 p}{55,10} - \frac{0,992}{62,8} = 0,481 p;$$

$$\sigma' = \frac{N}{59,17} + \frac{N}{62,8} = \frac{27,45}{59,17} + \frac{0,992}{62,8} = 0,481 p;$$

(6)

$$\sigma' = \frac{N}{51,31} - \frac{N}{62,8} = \frac{27,45p}{51,31} - \frac{0,992p}{62,8} = 0,518p \quad \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{0,81}{0,372} = 1,29;$$

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{0,518}{0,481} = 1,08.$$

Из (6) следует, что прочность разработанной конструкции в точках Е, Ж выше прочности существующей конструкции на 29 %, а в точках А, В – на 8 %.

В местах перелома в пластине возникают не только нормальные напряжения, но и касательные напряжения. Касательные напряжения определяются по формуле (1).

Известно, что касательное напряжение имеет наибольшее значение в уровне нейтральной оси $y_0/3$. Рассмотрим нижнюю часть сечения. Статический момент нижней отсеченной части и ширина сечения для рис. 2, а и 2, б примерно одинаковые. Следовательно,

$$\tau = \frac{Q \cdot S}{Jx_0} \quad \text{и} \quad \tau' = \frac{Q \cdot S}{J'x_0},$$

где τ – касательное напряжение для сечения на рис. 2, а, а τ' – касательное напряжение для сечения на рис. 2, б.

$$\text{Берем отношение} \quad \frac{\tau'}{\tau} = \frac{Q \cdot S}{J'x_0} \cdot \frac{Jx_0}{Q \cdot S} = \frac{Jx_0}{J'x_0} = \frac{176,86}{162,14} = 1,09.$$

Итак, разработанная конструкция по касательному напряжению прочнее существующей конструкции на 9 %.

Любая конструкция предельная, и существует разрушающая нагрузка для нее.

Определяем разрушающую нагрузку для разработанной и существующей конструкций.

Условие прочности для рис. 2, а будет

$$\sigma_{\max} \leq R,$$

(7)

где $\sigma_{\max} = 0,481$ – максимальное нормальное напряжение от внешней нагрузки Р, R –

расчетное сопротивление материала, для титана ОТ-4 $R = 110 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$, тогда

$$0,481 \leq 110.$$

(8)

Отсюда $p \leq 228,7$ кг.

Это значит, что при нагрузке меньше 228,7 кг конструкция не разрушится, а разрушающей нагрузкой для разработанной конструкции будет нагрузка больше 228,7 кг.

Условие прочности для рис. 2, б будет

$$\sigma'_{\max} \leq R, \quad (9)$$

где $\sigma'_{\max} = 0,518p$ – максимальное нормальное напряжение от внешней нагрузки P , R – расчетное сопротивление титана ОТ-4, $R = 110 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}$, тогда

$$0,518p \leq 110. \quad (10)$$

Отсюда имеем $p \leq 212,3$ кгс.

Следовательно, грузоподъемность существующей пластины 212,3 кгс, а разработанной конструкции – 228,7 кгс.

В табл.1 представлены результаты вычислений зависимости от места нахождения перелома.

Аналогично определяются нормальное и касательное напряжения, грузоподъемность пластин для других точек перелома бедренной кости.

Таблица 1

Результаты вычислений

Место нахождения перелома	Нормальное напряжение $\sigma \left(\frac{\quad}{2} \right)$		Отношение напряжений		Грузоподъемность p (кгс)	
			$\frac{\sigma'_{\max}}{\sigma_{\max}}$	$\frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max}}$	$p',$ (кгс)	$p,$ (кгс)
В верхней части бедренной кости $M_{\max} = 41,175p$	0,785p	0,73p	1,08	1,09	140,1	150,7
В средней части бедренной кости $M_{\max} = 27,45p$	0,518p	0,481p	1,08	1,09	212,3	228,7
В нижней части бедренной кости $M_{\max} = 13,725p$	0,25p	0,232p	1,08	1,09	440,0	474,1

1. Жесткость разработанной конструкции на 10 % больше жесткости существующей конструкции.
2. Прочность разработанной конструкции на 8 % больше прочности существующей конструкции.
3. Прочность разработанной конструкции по касательным напряжениям на 9 % больше прочности существующей конструкции.
4. Прочность разработанной конструкции в верхнем сечении пластины в точках Е, Ж выше прочности существующей конструкции на 29 %.
5. Применение разработанной конструкции увеличивает грузоподъемность пластины на 10,6, 16,4, 34,1 кг в верхней, средней и нижней частях бедренной кости соответственно, в зависимости от места нахождения перелома.
6. По формулам 2, 3 определяют нормальное напряжение в пластине бедренной кости.

K i b k h d e b l _ j Z l m j u

1. Пластина для остеосинтеза. Патент RU №2040220, Кл А 61 В 17/58, 1995.
2. Пластина для остеосинтеза. Патент KG №1156 С1, 2009.
3. Дарков А.В, Шпиро Г.С. Сопротивление материалов. – М.: Высшая школа, 1989. – 624 с.