КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

УДК 539.374.2(043.3)

СУББОТИНА ЕЛЕНА АЛЕКСАНДРОВНА

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРОДОЛЬНОЙ ПРОКАТКИ АЛЮМИНИЕВОГО ЛИСТА В РЕЖИМАХ СВЕРХПЛАСТИЧНОСТИ

Специальность 01.02.04 – Механика деформированного твердого тела

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

доктор ф.-м. наук, профессор Рудаев Яков Исаакович

оглавление

<u>введ</u>	<u>ЕНИЕ</u>	5	
ГЛАВ.	А 1. СВЕРХПЛАСТИЧНОСТЬ МЕТАЛЛОВ В СОВРЕМЕННОЙ		
<u>ТЕХНИКЕ И ТЕХНОЛОГИИ</u>			
<u>1.1.</u>	Некоторые особенности сверхпластического деформирования металл	<u>OB</u>	
<u>и сплавов</u>			
<u>1.2.</u>	Механизмы формирования мелкозернистой структуры	18	
<u>1.3.</u>	Изотермическое объемное формоизменение в условиях		
<u>свер</u>	хпластичности	25	
ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ			
ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ			
<u>META</u>	<u>ЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ</u>	29	
<u>2.1.</u>	Скорости перемещений и деформаций	30	
<u>2.2.</u>	Напряженное состояние	33	
<u>2.3.</u>	Об уравнении состояния	34	
<u>2.4.</u>	Контактные условия	37	
<u>2.5.</u>	Экспериментальные результаты по изучению высокотемпературной		
деформации алюминиевых сплавов			
<u>2.6.</u>	Формулировка условий перехода алюминиевых сплавов в		
свер	хпластическое состояние	42	
<u>2.7.</u>	Уравнение состояния	48	
<u>2.8.</u>	О моделировании процессов объёмного формоизменения	530	
ГЛАВА 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА			
ПРОД	ОЛЬНОЙ ПРОКАТКИ АЛЮМИНИЕВОГО ЛИСТА	552	
3.1.	Сущность процесса прокатки	552	
<u>3.2.</u>	О трении на контакте поверхности валка и прокатываемого металла	574	
3.3.	Геометрия и кинематика процесса продольной прокатки полосы	596	
3.4.	Постановка задачи	618	
<u>3.5.</u>	Основное дифференциальное уравнение задачи	64	

3.6.	Анализ поля скоростей перемещений	706	
3.7.	Компоненты тензора напряжений	740	
3.8.	Параметры очага пластической деформации		
3.9.	Напряженное состояние в зоне отставания	817	
3.10.	О границе зон отставания и опережения		
3.11.	Скольжение и торможение		
3.12.	Силовые характеристики процесса прокатки		
ГЛАВА 4. ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОВ			
ПРОКА	АТКИ В УСЛОВИЯХ СВЕРХПЛАСТИЧНОСТИ	1038	
4.1.	Особенности критериальности оптимизации процессов объемног	го типа	
в усл	овиях сверхпластичности	1038	
4.2.	Оптимизация процесса прокатки с использованием		
сверхпластичности			
4.3.	Опытная прокатка алюминиевого листа в условиях		
сверхпластичности			
СПИС	СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ		

ВВЕДЕНИЕ

Одной из главных прикладных задач теории пластического течения металлов и сплавов следует считать разработку научных основ проектирования обусловленных технологических процессов, экономичными методами формообразования элементов машиностроительных конструкций. Естественно внедрение научно-технических полагать, что развитие И новаций В машиностроении и металлообработке обеспечивается не только способами изготовления, но и управлением качеством конечных изделий. К подобного перспективных И, В определенной мере, принципиально рода новых технологических процессов относятся операции изотермического объемного формообразования соблюдением температурно-скоростных материала с направленный условий сверхпластичности. Такой подход, на совершенствование способов производства, связан с увеличением ресурса пластичности материала и снижением энергосиловых параметров процесса формообразования.

Анализ теоретических И экспериментальных исследований лает особое возможность определить сверхпластичность как состояние поликристаллических материалов, пластически деформируемых при низком уровне напряжений с сохранением в продеформированном металле исходной мелкозернистой формированием структуры или eë В процессе сверхпластического течения.

Визуально эффекту сверхпластичности соответствуют аномально высокие степени деформации при растяжении (до нескольких сотен и даже тысяч процентов), сопровождаемые снижением сопротивления деформированию (низкий уровень напряжения пластического течения). Физическая сущность подобной аномалии заключается в перераспределении массопереноса известных форм В сторону реализации механизма зернограничного проскальзывания со сменой соседей зерен. Осуществление

указанного механизма связано с формированием мелкозернистой равноосной структуры на предварительном этапе (структурная или микрозеренная сверхпластичность) или при суперпозиции нагрева и деформации (динамическая сверхпластичность).

Широкое промышленное освоение технологических операций обработки металлов давлением в условиях сверхпластичности в той или иной мере обусловлено изготовлением полуфабрикатов с регламентированной структурой.

Можно утверждать, что регламентация структуры осуществляется для обеспечения реализации эффекта При условий сверхпластичности. сверхпластичности динамического типа должна произойти замена исходного структурного состояния материала другим, готовым к сверхпластичности. Подобные изменения обусловлены согласованной суперпозицией скоростей деформаций и структурных (фазовых) переходов эволюционного типа в открытых неравновесных системах. Здесь исходная структура обрабатываемого материала не имеет существенного значения (литая или деформированная). При сверхпластичности микрозеренного типа обязательным является условие формирования равноосной мелкозернистой структуры на предварительной стадии. Такая структура должна удовлетворять особым требованиям.

Первое направление исследований обобщено в работах А.А. Преснякова, А.П. Гуляева, А.С. Базыка, А.С. Тихонова, А.Е. Гвоздева. О.В. Соснина, Б.В. Горева, Я.И. Рудаева, Д.И. Чашникова, С.М. Сулаймановой, Ш.Т. Пазылова, Д.А. Китаевой, К. Танака, Р. Ивасаки и другие.

Второму направлению посвящены исследования А.С. Бочвара, О.А.Кайбышева, И.И. Новикова, О.М. Смирнова, Е.Н. Чумаченко, Р.А. Васина, Г.А.Салищева Т.К. Рыспаева, В. Бэкофена, О.Д. Шерби, К.С. Джифкинса и другие.

Динамическая сверхпластичность алюминиевых сплавов (в работе исследуются эти сплавы) проявляется в температурно-скоростных условиях структурного перехода – динамической рекристаллизации. В её процессе

происходит формирование мелкозернистой структуры, и, как следствие, создаются условия ДЛЯ превалирования механизма зернограничного проскальзывания, характерного для сверхпластичности. Использование динамической сверхпластичности можно считать одним из перспективных технологических направлений в развитии операций обработки металлических Особенно материалов. актуально последнее ДЛЯ процессов объемного формоизменения.

В теоретическом плане технологические задачи объемного типа относятся к геометрически и физически нелинейным. По существу речь идет о нестационарных задачах механики, исследуемых в двух и трёхмерной постановке, с меняющимися граничными условиями. Для решения подобных необходимость задач естественна привлечения уравнений состояния, отражающих реальные механические (в условиях высоких гомологических температур) свойства материалов.

Цельно разработки технологий таких процессов, как и вообще операций горячего формоизменения, считается получение полуфабрикатов с требуемыми формой, размерами и структурными показателями. Этому должна предшествовать глубокая научная проработка, которая, в свою очередь, способствует развитию математических теорий горячего формообразования сплавов.

Реализация процессов обработки металлов давлением при соблюдении термомеханических режимов сверхпластичности обеспечивает заметное снижение энергосиловых параметров при высоком ресурсе технологической пластичности. С металловедческих позиций сохранение или формирование равноосной микроструктуры позволяет достигать в конечном изделии оптимального сочетания физико-механических характеристик, повышения прочностных параметров при заметном снижении анизотропии механических свойств металлов и сплавов. Развитие теории деформирования с соблюдением условий сверхпластичности является основой разработки управляемых технологических процессов изотермического объемного формообразования.

Актуальность темы. Олним наиболее перспективных ИЗ технологических процессов обработки металлических материалов является горячее формоизменение заготовок. Целью таких процессов можно считать получения полуфабрикатов с требуемой формой, размерами и свойствами. Проектированию подобных операций предшествует глубокая научная проработка, которая, в свою очередь, способствует развитию математических теорий горячего формообразования сплавов. В теоретическом отношении технологические задачи относятся к нестационарному физически И геометрически нелинейному типу, исследуемому в двух и трех мерной постановке со сложными меняющимися граничными условиями.

Из новейших направлений в изучении деформационного поведения использующих совокупность достижений металлов, металловедческого, физического и механического характера, можно выделить задачу практического воплощения сверхпластичности в процессах обработки металлов давлением. Внешне эффект сврехпластичности проявляется в форме аномального квазиоднородного удлинения при низком уровне напряжений пластического течения. Механизмом, ответственным за подобную аномалию, принято считать зернограничное проскальзывание со сменой соседей зерен. Его осуществление облегчается формированием равноосной мелкозернистой структуры. Первый способ получения сплавов с мелким зерном заключается в разработке технологий металлургического и термомеханического воздействия. Второй основан на совмещении процессов нагрева и деформации. Так метод произошло разделение сверхпластичности на структурную (микрозеренную) и динамическую. сверхпластиность послужила основой Структурная ДЛЯ разработки технологий, в основном, листовой штамповки, включая пневмо- и газоформовку. Динамическая сверхпластичность обусловлена различной природы фазовыми (полиморфные И структурными переходами И

мартенситные превращения, динамическая рекристаллизация). В температурноскоростных условиях фазовых трансформаций происходит формирование мелкозернистой структуры и создаются условия для реализации характерного для сверхпластичности механизма зернограничного проскальзывания. При моделировании технологических операций объёмного типа предпочтительным становится привлечение динамического подхода, поскольку формирование мелкого зерна в исходных заготовках трудно осуществимо. Здесь актуальным следует считать оценку влияния энергосиловых и кинематических параметров структурное состояние материала в очаге пластической процесса на деформации, причем обрабатываемые сплавы должны быть чувствительными к структурным изменениям. Поскольку В очаге деформации даже В изотермических условиях возникает неоднородное поле скоростей деформаций, то сверхпластическая область может занимать лишь часть очага деформации, пограничную зонам высокотемпературной ползучести и термопластичности. Так появляется возможность управлять размером зерна в процессе нагрева и деформации. Конкретными технологическими приложениями подтверждаются предпосылки обработки металлов давлением с пониженным сопротивлением деформированию, с высоким качеством получаемых полуфабрикатов, В частности с мелкозернистой структурой.

Связь темы диссертации с крупными научными программами, основными научно-исследовательскими работами, проводимыми научными учреждениями. Работа выполнена в рамках исследовательской программы Института инновационного развития при КРСУ и финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №15-08-06531а.

Цель и задачи исследования. Разработка математической модели двумерной изотермической (в температурном режиме сверхпластичности) задачи тонколистовой прокатки алюминиевых сплавов с целью изготовления полуфабриката с оптимальной структурой, близкой к мелкозернистой.

Задачей исследования является установление энергосиловых и кинематических параметров процесса продольной прокатки листа из

алюминиевых сплавов на базе управляемой сверхпластической деформации в рамках модели, устанавливающей связь между напряжениями, температурой и скоростями деформаций, разработанной с привлечением теории бифуркаций и соотношений упругопластических процессов малой кривизны. Анализ полей напряжений, скоростей перемещений и деформаций осуществлен аналитически и численно путем совместного решения дифференциальных уравнений равновесия, кинематических зависимостей, условия несжимаемости, определяющих соотношений, граничных условий.

Научная новизна полученных результатов заключается в дальнейшем развитии методов управления процессами горячего объемного формообразования, главная цель которого состоит в прогнозировании возможности получения в определенных термомеханических условиях алюминиевого проката с мелкозернистой структурой. Для этого:

 проанализированы особенности сверхпластической деформации металлических материалов и обсуждены методы формирования мелкозернистой структуры, в том числе в алюминиевых сплавах;

– обоснована математическая концепция исследования закономерностей пластического течения в широком температурноскоростном диапазоне в форме соотношений теории упругопластических процессов малой кривизны с привлечением динамической модели применительно к задаче прокатки алюминиевой полосы;

– показано, что моделирование процесса изотермической горячей прокатки алюминиевого листа связано с анализом очага пластической деформации, выявлением областей сверхпластичности, термопластичности и высокотемпературной ползучести и обусловлено постановкой и решением соответствующей краевой задачи;

 сформулирована и решена задача оптимального управления изотермическим(в условиях сверхпластичности) процессом прокатки, основанная на вариационной задаче максимизации объёма и выбора рационального расположения зоны сверхпластичности в очаге деформации, преследуя конечную цель – изготовления полосы с мелкозернистой структурой.

Практическая полученных Научная значимость результатов. значимость работы состоит в дальнейшем развитии теории формоизменения металлов объемного типа в меняющихся температурно-скоростных условиях, включая сверхпластичность. Результатом является решение задачи управления процессам формообразования алюминиевой полосы со структурой, близкой к мелкозернистой. Отдельные материалы научных исследований привлечены для применения в учебном процессе на кафедре «Механика» КРСУ им. Б.Н. Ельцина с включением в магистерскую программу «Динамика и прочность механических систем» И используется при подготовке диссертаций, исследовательских курсовых и дипломных работ.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту:

 установление соответствия представлений о сверхпластичности динамического типа теории самоорганизации диссипативных структур;

 математическая формулировка изотермической задачи управления технологическими процессами объемного формоизменения с использованием сверхпластичности;

– постановка задачи, включающая выбор очага пластической деформации, дифференциальные уравнения равновесия, кинематические соотношения, условие несжимаемости, определяющие соотношения в форме уравнений теории упругопластических процессов малой кривизны, уравнение состояния, следующее из модельных представлений;

 формулировка и решение краевой задачи с установлением полей напряжений и скоростей деформаций, вычислением удельного давления, передаваемого инструментом (валками) на деформируемый сплав; исследование очага пластической деформации с использованием установленных ограничений на скоростной диапазон сверхпластичности;

привлечение критерия оптимизации с выбором в качестве функции объема сверхпластичности, целевой зоны который при оптимальном сочетании энергосиловых, кинематических и термических условий достигает максимума, области a расположение сверхпластичности обусловлено конечной целью процесса-изготовления полуфабриката с мелкозернистой структурой;

 пример экспериментального решения задачи продольной прокатки полосы алюминиевого сплава с использованием сверхпластичности.

Личный вклад соискателя. Основные результаты диссертационной работы получены лично соискателем. Соискатель самостоятельно осуществляет решение основных уравнений с реализацией необходимых вычислительных процедур. Им лично проведено исследование краевой задачи, моделирующей процесс высокотемпературной прокатки тонколистового алюминиевого сплава. Кроме этого, соискателем сформулирована и решена задача оптимального управления, прогнозирующая изготовление изделия с мелкозернистой структурой.

Апробации результатов диссертации. Основные результаты и положения диссертационной работы были доложены и обсуждены на следующих научных конференциях, семинарах и совещаниях:

1. Международная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы механики сплошных сред», посвященная памяти члена-корреспондента НАН КР, д.ф.-м.н., профессора И.Б. Бийбосунова (г. Бишкек, 26-28 июня, 2012 г.).

 Конференция «Современные проблемы механики сплошной среды» (г. Ростов-на-Дону, 16-19 октября 2012 г.). 3. 23rd International Conference on Metallurgy and Materials METAL-2014 (May 21th-23rd 2014, Brno, Czech Republic, EU).

4. Международная Научно-техническая конференция «Университетская наука-2014» (г. Мариуполь, 2014г.).

24th International Conference on Metallurgy and Materials METAL 2015 (June 3rd - 5th 2015, Brno, Czech Republic, EU).

6. III Международная заочная научно-практическая конференция «Современные проблемы теории машин» (г. Новокузнецк, 19-20 мая 2015г.).

7. 11-ая Международная научно-техническая конференция «Современные металлические материалы и технологии» (СММТ'2015) (23-27 июня 2015, Санкт-Петербург, Россия).

8. Международная научная конференция, посвященная 80-летию профессора К.Д. Джаманкулова (г. Бишкек: КГТУ, 2015 г.).

Полнота отражения результатов диссертации В публикациях. Основные результаты, полученные диссертационной работе. были В опубликованы в 11 научных работах и изданные в центральной печати и зарубежных рецензируемых изданиях и сборниках, входящих в «Перечень периодических научных и научно-технических изданий, выпускаемых в Кыргызской Республике.

Структура и объем диссертации. Работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка использованных источников из 78 наименований и включает 121 страницу основного текста, содержит 35 рисунков и 6 таблиц. Общий объем – 121 страница.

ГЛАВА 1. СВЕРХПЛАСТИЧНОСТЬ МЕТАЛЛОВ В СОВРЕМЕННОЙ ТЕХНИКЕ И ТЕХНОЛОГИИ

Некоторые особенности сверхпластического деформирования металлов и сплавов

Успехи в развитии малоотходных и безотходных процессов обработки металлов давлением на базе кузнечно-штамповочного, прессового и прокатного производства, достигнутые в последнее время, связаны, главным образом, с совершенствованием и созданием новых видов высокопроизводительного, высокомощного, универсального и специализированного оборудования.

Что же касается новейших достижений в исследовании поведения металлов и сплавов при деформировании, совместно использующих успехи в области металловедения, физики металлов, механики сплошных сред и обработки металлов давлением, то здесь одним из наиболее перспективных направлений является практическая реализация эффекта сверхпластичности и его частного случая – изотермического деформирования.

В [1] под сверхпластичностью понимается способность металлических материалов к аномально высокому удлинению. Характерными признаками является резкое увеличение пластичности, заметное снижение усилия деформирования при отсутствии практически деформационного упрочнения, зависимость напряжения течения от скорости деформации.

Согласно [2] – сверхпластичность – особый вид пластичности, т.е. способности твердых тел необратимо деформироваться под нагрузкой. Для сверхпластичности структурного типа [1-4] главным механизмом деформации является зернограничное скольжение, включающее смену соседей зерен. Поскольку механизм реализации сверхпластичности нельзя считать надежно установленным, то, по мнению [2] общее определение эффекта могут дать феноменологические только признаки, установленные В результате механики деформации. В соответствие исследования сказанному сверхпластичность определяется, как способность металлических материалов квазиравномерно деформироваться с высокой скоростной чувствительностью напряжения течения ($m \ge 0, 2 - 0, 3$), причем

$$m = \frac{d \ln \sigma}{d \ln \dot{\varepsilon}},\tag{1.1.1}$$

где *с* – действительно напряжение; *є* – скорость логарифмической деформации.

По существу приведенная формулировка не противоречит [5].

Более совершенное определение сверхпластичности как состояния материала, при котором возможность деформирования без разрушения резко возрастает с одновременным снижением напряжения течения, дано в [6]. Здесь, по-видимому, впервые сделана попытка осмысления сверхпластичности с термодинамических позиций.

Наиболее интересным является определение, сформулированное в [7]. Сверхпластичность по [7] рассматривается как особое состояние материала, способного к большой деформации. В указанном определении главенствующая роль отводится макрокинетическому аспекту [8,9]. При этом, как указано в [7], сверхпластичность, как особое состояние может реализовываться в следующих формах:

– структурная или микрозеренная, проявляющаяся при исходном мелком равноосном зерне (d = 1-10мкм) и определенных температурно-скоростных условиях ($\theta = (0,5-0,7)*\theta_s$, где θ_s -температура плавления сплава);

субкритическая, обусловленная так называемым состоянием предпревращения;

мартенситная, возникающая в процессе мартенситного превращения;

 рекристаллизационная, наблюдаемая в процессе динамической рекристаллизации.

Характерной особенностью обсуждаемых подходов к определению сверхпластичности является связь эффекта с напряженным состоянием одноосного растяжения. При других наряженных состояниях, например, при сжатии, наличие аномальных деформаций не может служить отличительным признаком сверхпластичности. Тем более подобное невозможно наблюдать при сложных напряженных состояниях и сложных нагружениях. Видимо поэтому в [10,11]предлагается характеризовать сверхпластичность не резким повышением пластичности, а уменьшением сопротивления деформированию. Основанием для такого предложения служит установленное экспериментально явление снижения сопротивления деформированию и низким уровнем напряжений.

Замечание [10,11] нуждается в дополнительном пояснении. Известно, что с ростом температуры напряжение течения монотонно убывает по экспоненциальному закону, причем величина этого напряжения существенно зависит от скорости деформации, с уменьшением которой, как правило, снижается напряжение. При таком подходе определение термомеханических условий проявления эффекта сверхпластичности [7] неочевидно. Поэтому соответствие низкого уровня напряжений и сверхпластичности требует уточнения.

Необычные изменения показателей сопротивления деформированию наблюдаются в температурно-скоростных интервалах, в которых зависимость напряжения от скорости деформации отклоняется от монотонного характера в сторону снижения напряжений [10,12]. Указанным отклонениям соответствуют наибольшие значения степеней деформации. Последний факт подтверждается исследованием, как и в [13], деформированных алюминиевых сплавов без предварительной подготовки структуры [14]. Экспериментально показано, что определенных температурных диапазонах на кривых релаксации В наблюдаются точки минимумов, связываемых co сверхпластичностью. Термический интервал сверхпластичности определяется множеством кривых релаксации, имеющих локальный минимум.

Таким образом, лля объяснения феномена линамической сверхпластичности могут быть использованы макрокинетические концепции [15,16]. Структурные И фазовые переходы, обусловленные только температурными воздействиями, обладают эффектом скачка, т.е. происходят при вполне определенных температурах [17]. При наложении напряжений вблизи критических точек появляется ограниченная область температур, соответствующих переходному процессу из одного структурно устойчивого состояния к другому. Материалы, способные к полиморфным превращениям, в указанной области проявляют сверхпластические свойства, объясняемые состоянием предпревращения[7]. Для сплавов с исходным мелкозернистым строением интенсификация процесса зернограничного проскальзывания со сменой соседей зерен связывается co значительным изменением термодинамических функций отклика. Это предположение подтверждено опытами при дилатометрическом исследовании мелкозернистого классического сплава Zn – 22% Al (зарубежный аналог – Prestal) – в температурном диапазоне сверхпластичности наблюдалось резкое возрастание удельной теплоемкости [18].

В промышленных [12,13,15] алюминиевых сплавах отмечена неустойчивость напряжения пластического течения ПО отношению К параметрам, ответственным за процесс, – температуре к скорости деформации. При этом на экспериментальных зависимостях «напряжение – скорость деформации» ($\sigma \sim \dot{\epsilon}$) отмечаются «провалы» напряжений, обусловленные снижением сопротивления деформированию с достижением наивысших показателей удлинения. Такая неустойчивость объясняется динамической рекристаллизацией [19] свидетельствует И 0 сильном изменении термодинамических характеристик. Укажем, что впервые эффект динамической рекристаллизации в алюминиевых сплавах установлен в [19] при осевом сжатии. При растяжении это явление получено в [20] со структурным подтверждением в [12].

Теперь становится понятным, что природа сверхпластического течения связана со структурной неустойчивостью деформируемого материала при удовлетворении температурно-скоростных условий. Поопределенных видимому, относительная узость температурного диапазона сверхпластичности может быть объяснена ограниченностью областью развития структурных превращений деформируемых сплавов. Аналогичное предложение о физической природе сверхпластичности, принявшее форму гипотезы о суперпозиции деформации и одного или нескольких структурных превращений сделано в [21]

Механизмы формирования мелкозернистой структуры

Известно [1-5], что скоростной интервал, в котором осуществляется сверхпластическая деформация, для большинства металлов находится в приделах $10^{-4} - 10^{-2}$ с⁻¹. Лишь в отдельных случаях эффект может проявляться при больших скоростях. Следуя [5], полагаем, что в температурно-скоростных диапазонах сверхпластичности поведение материалов уподобляется течению аморфных тел (смолы, жидкое стекло и т.д.), свидетельством чему является

сохранение в деформированном металле исходной мелкозернистой структуры или сформировавшейся в процессе сверхпластического течения (динамическая сверхпластичность). Иными словами, сверхпластическая деформация может рассматриваться в качестве способа получения полуфабрикатов с мелким зерном. Деформация же металла с исходной мелкозернистой структурой без соблюдения температурно-скоростных условий сверхпластичности мелкое зерно уничтожает. Поскольку при структурном сверхпластическом деформировании заметных изменений размеров зерна не наблюдается, то априори можно ожидать отсутствия анизотропии свойств металла готового полуфабриката, что и имеет место в большинстве случаев.

Отсутствие анизотропии является серьёзным вкладом в повышение конструкционной прочности и эксплуатационной надежности изделий и систем. Существенная особенность материалов, подвергнутого сверхпластической деформации, заключается в отсутствии внутренних и наружных нарушений сплошности (трещин, надрывов и т.д.), дополняемая высоким качеством поверхности изделия.

Мелкое зерно и сопутствующее ему состояние сверхпластичности не является наследственным. Структуры с мелким зерном можно перевести в обработкой обычную термической или деформацией металла вне температурно-скоростных условий сверхпластичности. Указанное явление представляет значительный интерес обработке при давлением трудно деформируемых металлов и сплавов, к которым в большинстве случаев относятся жаропрочные материалы. Так как сверхпластичность считается антиподом жаропрочности, устранения мелкого зерна деформацией вне режимов сверхпластичности обеспечивает возможность эксплуатации изделий и деталей из этих материалов при высоких температурах.

Сверхпластичность считается достаточно новым с научной и технологической точки зрения явлением. Однако еще в 1920 году группа английских металловедов [22] описала отличное от других кристаллических материалов поведение эвтектического сплава Zn-Cn-Al, объяснив это

переходом в аморфное состояние. В 1928 году при испытании сплавов Cd-Sn и Pb-Sn на растяжение было получено удлинение около 400% [23], установив зависимость его от температуры и скорости деформации. В 1934 году в [24] было показано, что рост деформации зависит от степени измельчения зерна, причем зерна остаются равноосными при максимальных удлинениях и малых скоростях деформации. Механизмом, отвечающим за удлинение почти в 2000%, признано зернограничное скольжение, а вязкая деформация не является ньютоновским течением.

Первые систематические исследования такого аномального явления, принявшие международное название «сверхпластичность», были выполнены в СССР в 1945 году [25].

Заметим, что механизм сверхпластической деформации нельзя считать окончательно выясненным. Можно принять общепризнанным положение [1-5, 8,13, 26, 27], что скольжение по границам зерен, обеспечивающее значительный вклад в сверхпластическое течение, сопровождается и другими процессами внутризеренной деформации, необходимыми для сохранения этой деформации или предотвращения значительного развития повреждений при пластической деформации.

В настоящее время признано, что измельчение зерна – один из эффективных путей повышения физико-механических свойств металлов и сплавов [28]: циклической прочности, твердости и ударной вязкости, а материалы, прошедшие сверхпластическую обработку, обладают более высокой коррозионной стойкостью. Следует отметить и практическое отсутствие анизотропии свойств после пластичности деформации в состоянии сверхпластичности. Металлы и сплавы с мелким зерном могут быть сварены в твердой фазе (диффузионная сварка давлением) с получением равнопрочного с основным металлом соединения при снижении усилия и времени сварки в условиях температурно-скоростных несколько В режимов раз сверхпластичности [27,29].

Практическая реализация явления сверхпластичности в технике целесообразна и перспективна в трех взаимосвязанных направлениях: технология обработки металлов давлением; материаловедческие аспекты повышения физико-механических и эксплуатационных свойств металлов и сплавов в конструкциях, изделия и системах, технология соединение методом сварки в твердой фазе.

Взаимосвязь указанных определяется аспектов тем, что сверхпластическая деформация является практически единственным целесообразным способом экономически получения заготовок И полуфабрикатов с ультрамелким зерном, так как деформация металла с зерном температурно-скоростных параметров исходным мелким вне сверхпластичности уничтожает мелкое зерно.

Существует ряд методов получения ультрамелкого зерна, представляющих практический интерес.

1. Методы изменения тепловых условий кристаллизации:

получение тонких пленок (толщиной около 50 мкм) путем распыления расплава на холодной поверхности материалов, имеющих высокую теплопроводность и большую массу;

отливка мелких слитков из переохлажденных расплавов;

отливка в охлаждаемые изложницы;

охлаждение жидких расплавов в сжиженных газах и другие способы сверхбыстрого затвердения.

2. Методы изменения структуры металлов и сплавов путем введения присадок и модификаторов (микролегирование титаном, алюминием, бором, редкоземельными элементами и др.).

3. Физико-механические методы воздействия на расплавленный металл в процессе его кристаллизации путем воздействия ультразвуковых волн, вибрации, наложения магнитного поля, продувки инертными газами. Эффективным направлением получения металлов и сплавов с ультрамелким зерном является порошковая металлургия.

4. Различные методы термической обработки, в частности многоцикловая скоростная закалка с нагревом ТВЧ.

5. Методы обработки давлением, охватываемые понятием «контролируемая деформация» (контроль скорости, степени обжатия, температуры, времени выдержки между циклами деформации. охлаждения и т.д.). Так, для цинкового сплава типа ЦАМ 10-5 можно получить контролируемой горячей прокаткой структуры с размерами зерна от 0,1 до нескольких микрометров. Перспективен метод горячей деформации предварительно наклепанного (деформация не менее 50%) металла (стали и сплавов на основе цветных металлов).

6. Методы легирования для создания природно сверхпластических сплавов. В первую очередь это относится к созданию эвтектоидного и эвтектического составов и соответственно мелкозернистой структуры.

Из сказанного ясно, что для обеспечения широкого промышленного использования явления сверхпластичности необходимо искать более простые пути перевода применяемых и перспективных металлов и сплавов в это состояние, основанные на использовании явления динамической сверхпластичности в широком смысле этого слова, т.е. в процессе самой деформации исходной заготовки с обычной структурой. Одним из таких путей является отыскание температурно-скоростных параметров сверхпластического состояния материала в области интенсивного развития процесса динамической рекристаллизации [12,13,19].

К преимуществам сверхпластического деформирования металлов относятся:

снижение деформирующих усилий в 2–10 раз, что обуславливает возможность использования оборудования меньшей мощности, экономию производственных площадей и численности обслуживающего персонала, простоту конструкции и низкую стоимость штампов; резкое увеличение (на 2–3 порядка) пластичности обрабатываемых заготовок, обеспечивающее точное заполнение гравюр штампа, возможность получения без сварки изделий весьма сложной формы и как следствие повышение коэффициента использования металла;

изотропность свойств, повышенные коррозионная стойкость и ударная вязкость, высокое качество поверхности деталей, связанные с наличием мелкого равноосного зерна;

отсутствие ударных нагрузок на штампы и сравнительно низкие скорости деформации заготовок, обуславливающие использование дешевых штамповых материалов и возможность роботизации и гапизации процесса.

К недостаткам использования эффекта сверхпластичности относятся:

низкая скорость деформации, необходимая для проявления эффекта сверхпластического течения (эта скорость практически на два порядка ниже скоростей, применяемых в обработке металлов давлением);

необходимость поддержания с высокой степенью точности заданного температурного интервала деформации и, следовательно, подогрева инструмента, что требует использования жаропрочных материалов;

необходимость применения нового технологического оборудования и специальной оснастки;

необходимость получения либо исходной мелкозернистой структуры, либо создания условий для измельчения зерна в процессе деформации.

В среднем использование эффекта сверхпластичности при обработке давлением позволяет увеличить коэффициент использования металла с 0,12–0,25 до 0,70–0,85, снизить трудоемкость на 30–40%, энергозатраты в 2–4 раза и технологическую себестоимость на 20–30%.

С точки зрения конструктивных особенностей (главным образом скоростных характеристик) оборудования промышленных процессов обработки давлением, использование эффекта сверхпластичности возможно и экономически целесообразно лишь при прессовании и объемной штамповке деталей сериями не менее 100 шт. Если учесть значительные технические и

технологические трудности и высокую трудоемкость методов подготовки мелкозернистой структуры, то и в этих процессах использование эффекта сверхпластичности конкурентоспособно по сравнению с деформацией в обычных условиях небольшого числа марок сталей и сплавов в строго ограниченной номенклатуре изделий. При этом получение крупногабаритных полуфабрикатов, необходимых большинству машиностроительных отраслей, на данном этапе развития работ практически исключено.

Одно из перспективных направлений в практической реализации эффекта сверхпластичности связано с объемным изотермическим формоизменением. Основной принцип изотермического деформирования заключается в том, что заготовка и инструмент нагреты до одинаковой температуры, соответствующей оптимальному режиму формоизменения. Другими словами, преимущества изотермического деформирования состоят в возможности снижения усилия деформирования за счет широкого регулирования температурно-скоростных режимов обработки, обеспечения более равномерного течения металла с наивысшей пластичностью, позволяющей реализовать схемы точного объемного формоизменения и, следовательно, получить более высокий коэффициент использования металлов, точность и т.п., создания благоприятных условий для работы деформирующего инструмента (для повышения его стойкости) и регламентированного изменения структуры и свойств металла (возрастает качество изделий, улучшается культура производства и повышается технологическая дисциплина труда).

Преимущества использования эффекта сверхпластичности при объемном формоизменении включают практически все преимущества изотермического деформирования с той только разницей, что еще больший запас пластичности и еще меньшее сопротивление деформации представляют возможность получать более сложные и точные штампованные поковки и прессованные изделия с тонким полотном, высокими ребрами и т.д. на менее мощном оборудовании.

Поскольку в большинстве традиционных процессов обработки металлов давлением сложно реализовать все преимущества сверхпластического течения

обрабатываемого металла, наибольший интерес представляет создание таких специфических процессов сверхпластической деформации, как бесфильерное волочение и пневмостатическая или вакуумная формовка, имеющая ряд разновидностей и модификаций. Недостатком таких процессов является ограниченность сортамента изделий: проволока, прутки, мелкие профили и капиллярные трубы, а также изделия листовой штамповки и чеканки.

Изотермическое объемное формоизменение в условиях сверхпластичности

Для наиболее обстоятельного обсуждения проблемы использования сверхпластичности в технологиях объемного типа привлечем результаты, изложенные в [13, 47,70].

В практике обработки давлением большинства металлов применяют процессы, использующие схему объемного напряженного состояния с преобладанием сжимающих напряжений (прокатка, ковка, прессование и др.). Лишь в сравнительно небольшой части процессов используют схемы с преобладанием растягивающих напряжений (листовая штамповка, глубокая вытяжка, волочение). Поэтому с точки зрения практического применения сверхпластичности эффекта возможность достижения очень высоких показателей удлинения имеет меньшее значение, чем вопрос резкого снижения сопротивления деформации. С другой стороны, возможность получения значительной деформации является очень важной, особенно в практике обработке малопластичных металлов и сплавов.

Методология обработки металлов давлением, основанная на совмещении процессов деформации и формирования мелкого зерна, по мнению [26], не нашла еще достаточного применения. Практически все технологические достижения при обработке давлением связаны со структурной (микрозеренной) сверхпластичностью [1, 3, 4, 27]. Подобное явление обусловлено рядом причин теоретического и технологического характера, на которых следует остановиться подробнее.

1. Технологическое воплощение сверхпластичности, как методами листовой штамповки. В правило, ограничено них реализация механизма зернограничного проскальзывания [1,3,4], характерного для сверхпластичности, значительно облегчается по сравнению с процессами объемного формоизменения. Заметим, что полуфабрикат сверхпластичный исходный мелкозернистый изготавливается на металлургических предприятиях по усложненной, сравнению обычной, технологии. Переработка С ЭТОГО ПО получением полуфабриката С соответствующего техникоэкономического эффекта за счет использования сверхпластичности происходит машиностроительном предприятии. Это на обстоятельство объективно препятствует росту производства сверхпластичного полуфабриката.

2. Известные модельные представления В форме уравнений состояния [4, 30] соответствуют, главным образом, процессам листовой штамповки. Они основаны на гипотезе существования зависимости сигмоидального типа между напряжением пластического течения и скоростью деформации. В [30]постоянные параметры модели определяются непосредственно из технологического эксперимента.

3. Считается [31], что в сочетании с диффузионной сваркой сверхпластическая формовка листа создает условия для качественного скачка в технологии производства монолитных крупногабаритных тонкостенных конструкций сложной формы, более которые могут заменить тяжелые И менее прочные конструкции. При этом вне внимания [1,3,4,30,31] остаются материаловедческие задачи повышения физико-механических и

эксплуатационных свойств сплавов в конструкциях, изделиях и системах.

4. В [26] утверждается, что преимущества использования процессов объёмного сверхпластичности для изотермического формоизменения достигаются за счет усложнения технологии, обусловленной необходимостью регламентации структуры заготовки, температуры и скорости деформации. В то же время полагается, что подготовка структуры с доведением её до мелкозернистой не всегда является необходимой при решении конкретных задач. С этим безусловно, Действительно, мнением, можно согласиться. формирование мелкого зерна должно совершаться при совместном Ho, воздействии нагрева И деформации. главное, OHO при энергосиловых, оптимальном сочетании кинематических И термических параметров процесса должно быть реализовано В конечном изделии или полуфабрикате.

Математическая формулировка и строгое решение задач объемного формоизменения металлов и сплавов сопряжено с серьезными затруднениями. Классическим определением процесса обработки металлов давлением подразумевается придание металлу требуемой формы с достижением необходимого уровня физико-механических параметров. Отметим, что при этом основное внимание практически всегда акцентировалось на первой части процесса. Формированию показателей, оптимальных структурных соответствующих при определенном химическом составе комплексу требуемых физико-механических характеристик, придавалось второстепенное значение и в настоящее время завершается механическим измельчением литой структуры, а переход к рациональной микроструктуре и, тем более, уменьшение размеров зерна до уровня мелкого остаются на заключительную термическую обработку.

Задача нахождения аналитическим путем технологических параметров операций объемного формоизменения связана, в первую очередь, с установлением полей температур, напряжений и скоростей деформаций. При

немаловажным можно считать обоснование и создание условий, ЭТОМ обеспечивающих возможность формообразования при приложении меньших деформирующих усилий. Такие условия реализуются при использовании эффекта сверхпластичности, особенности проявления которого ЛЛЯ промышленных алюминиевых сплавов изложены в [13,33]. Здесь показано, что путем оптимального сочетания силовых, кинематических и термических параметров прогнозировать изготовление полуфабрикатов можно С качественными структурными показателями при сравнительно невысоких деформирующих усилиях.

В конкретных технологических процессах объемного типа невозможно напрямую доказать наличие сверхпластичности в очаге деформации. Очаг деформации, правило, удается перевести как не полностью В сверхпластическое состояние, поскольку в нем возникает неоднородное температурно-скоростное поле. Изотермические условия при соблюдении (сверхпластического) температурного воздействия оптимального [13] позволяют внести некоторые упрощения, переложив ответственность за реализацию эффекта сверхпластичности на поле скоростей деформаций. В соответствии с установленными ограничениями [13,32] на скорости в очаге области деформации появляются пограничные сверхпластичности термопластичности[4]. высокотемпературной ползучести Сказанным И подчеркивается сложность физических процессов в очаге деформации, разнообразие структурных состояний И, следствие, как параметров, характеризующих механические свойства материала деформируемой заготовки. Это означает, что уравнение состояния должно удовлетворять переходным условиям в сверхпластичность, имеющих аналитическую формулировку. Это уравнение адекватно описывать не только закономерности должно сверхпластического течения, но и пограничные состояния термопластичности и высокотемпературной ползучести.

Таким образом, можно утверждать, что сверхпластичность, являясь особым состоянием многих конструкционных металлов и сплавов, позволяет

предполагать возможность реализации технологических режимов, совмещающих снижение сопротивления деформированию с формированием качественных структурных показателей в конечном изделии.

Принимая во внимание сложность физических процессов, происходящих очаге деформации, И как следствие, разнообразие параметров, В свойства характеризующих механические материала, представляется необходимым выработать технологическую стратегию [33,34], при которой за счет изменения объема и положения зоны сверхпластичности деформирующее усилие снижается минимума в зависимости от температуры и скорости перемещения инструмента. Температурные и кинематические параметры при этом не носят дискретного характера, а взаимообусловлены. Решив такую аналитическую задачу, можно получить оптимальную функцию управления технологическим процессом.

ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

2.1. Скорости перемещений и деформаций

Представим, следуя [33, 75, 76] ,металлы и сплавы как совокупность материальных частиц (сплошная среда), движение которых будем рассматривать относительно неподвижной декартовой системы координат x_1, x_2, x_3 . Положим, что в начальный момент времени частица занимает положение с координатами $c_i(i \sim 1,2,3)$, а в момент времени t – положение с координатами x_i . Будем считать движение сплошной среды известной, если для любого t заданы соотношения:

$$x_i = x_i(c_i, t).$$
 (2.1.1)

Зависимостями (2.1.1) определяется закон движения. Функции (2.1.1) принимаются непрерывными и дифференцируемыми необходимое число раз по всем переменным. Кроме этого, предполагается, что якобиан отличен от нуля:

$$\left\|\frac{\partial x_i}{\partial c_j}\right| \neq 0.$$
(2.1.2)

Неравенством (2.1.2) утверждается, что соотношение (2.1.1) взаимно однозначно. Поэтому зависимость (2.1.1) может быть разрешена относительно C_i :

$$c_i = c_1(x_i, t).$$
 (2.1.3)

Все механические параметры материальной частицы или, другими словами, состояние деформируемого тела в окрестности выделенной точки – плотность, скорость, температура, тензоры напряжений и деформаций и т.д. – могут быть выражены на основании соотношений (2.1.1) и (2.1.3) либо в функции переменных (c_i, t) , либо в функции переменных (x_i, t) . В соответствие этому математическое описание движения сплошной среды может быть реализовано в переменных Лагранжа или Эйлера.

В первом случае (переменные Лагранжа) из закона движения (2.1.1) перемещения материальных частиц отыскиваются по формуле

$$u_i = x_i - c_i = x_i(c_i, t) - a_i,$$

а скорости и ускорения будут равны

$$\upsilon_i(c_i,t) = \frac{\partial u_i}{\partial t}; \quad w_i = \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}.$$

Рассматривая движение частиц, соседних с принятой, можно построить тензор конечной деформации e_{ii} . Лагранжевы координаты c_i , как видно из (2.1.1),В любой момент времени, кроме, начального, являются криволинейными неортогональными. Поэтому ЛЛЯ тензора конечных деформаций получаются сложные выражения. С этой точки зрения лагранжев подход менее предпочтителен для описания процессов развитого пластического течения. Следует отметить, что на методе Лагранжа основана формулировка физических законов, ибо они записываются для индивидуальных материальных частиц.

Пусть теперь фиксация движения частиц с течением времени осуществляется в данной геометрической точке пространства x_i . Иными, словами, установим механические параметры частиц, в разные моменты времени, проходящих через точку x_i пространства.

Обозначим через υ_i скорости частиц в точке $A(x_i)$ пространства. Изменение деформации в окрестности точки $A(x_i)$ за бесконечно малый промежуток времени dt может быть определено. Если в момент времени t частица М находилась в точке A, то в момент t + dt она будет находиться в точке с координатами $x_i + \upsilon_i dt$. Поэтому величины $\upsilon_i dt$ будут бесконечно малыми перемещениями. Построив по этим перемещениям тензор деформаций и, отнеся его к промежутку времени dt, получим тензор скоростей деформаций

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \upsilon_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \upsilon_j}{\partial x_i} \right), \tag{2.1.4}$$

ИЛИ

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\upsilon_{i,j} + \upsilon_{j,i} \right)$$

(2.1.5)

Если положить $x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z$, то можно зависимости (2.1.4), (2.1.5), устанавливающие связь между составляющими тензора скорости деформации и вектора скорости перемещения, в координатной форме в декартовой системе координат записать следующим образом

$$\dot{\varepsilon}_{x} = \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial x}; \qquad \dot{\gamma}_{xy} = \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial y} + \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial x};$$

$$\dot{\varepsilon}_{y} = \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y}; \qquad \dot{\gamma}_{yz} = \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial z} + \frac{\partial \upsilon_{z}}{\partial y};$$

$$\dot{\varepsilon}_{z} = \frac{\partial \upsilon_{z}}{\partial z}; \qquad \dot{\gamma}_{zx} = \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial z} + \frac{\partial \upsilon_{z}}{\partial x}.$$

(2.1.6)

В цилиндрической системе координат (раz) вместо (2.1.6) будем иметь

$$\begin{split} \dot{\varepsilon}_{\rho} &= \frac{\partial \upsilon_{\rho}}{\partial \rho}; \qquad \dot{\varepsilon}_{\alpha} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \upsilon_{\alpha}}{\partial \alpha} + \frac{\nu_{\rho}}{\rho}; \qquad \dot{\varepsilon}_{z} = \frac{\partial \upsilon_{z}}{\partial z}; \\ \dot{\gamma}_{\rho\alpha} &= \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \upsilon_{\rho}}{\partial \alpha} + \frac{\partial \upsilon_{\alpha}}{\partial \rho} - \frac{\nu_{\alpha}}{\rho}; \quad \dot{\gamma}_{\alpha z} = \frac{\partial \upsilon_{\alpha}}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \upsilon_{z}}{\partial \alpha}; \\ \dot{\gamma}_{z\rho} &= \frac{\partial \upsilon_{z}}{\partial \rho} + \frac{\partial \upsilon_{\rho}}{\partial z}. \end{split}$$
(2.1.7)

Геометрические координаты пространства *x*,*y*,*z* (ρα*z*) и время *t* называются переменными Эйлера, а само пространство вместе с построенным в нем полем параметров движения называется эйлеровым.

Примем для описания движения сплошной среды эйлеров подход. Будем считать заданным поле вектора скорости перемещения. В соответствие ему записан тензор скоростей деформаций (2.1.4), (2.1.5) с компонентами (2.1.6), (2.1.7).

Введем скорость относительного изменения объема

$$\dot{\varepsilon}_0 = div\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_x + \dot{\varepsilon}_y + \dot{\varepsilon}_z \tag{2.1.8}$$

При известной величине $\dot{\epsilon}_0$ становится легко определяемым девиатор скоростей деформаций $\dot{\Im}$ с компонентами

$$\dot{\mathcal{B}}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_0 \delta_{ij} \tag{2.1.9}$$

и его интенсивность

$$\dot{\varepsilon}_{u} = \frac{2}{3} \left(\dot{\beta}_{ij} \dot{\beta}_{ij} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[\left(\dot{\varepsilon}_{x} - \dot{\varepsilon}_{y} \right)^{2} + \left(\dot{\varepsilon}_{y} - \dot{\varepsilon}_{z} \right)^{2} + \left(\dot{\varepsilon}_{z} - \dot{\varepsilon}_{x} \right)^{2} + \frac{3}{2} \left(\dot{\gamma}_{xy}^{2} + \dot{\gamma}_{yz}^{2} + \dot{\gamma}_{zx}^{2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}.$$
(2.1.10)

2.2. Напряженное состояние

Напряженное состояние в окрестности точки деформируемого тела описывается симметричным тензором второго ранга (σ_{ij}). Если через σ_0 обозначить среднее (гидростатическое) напряжение, то девиатор напряжений определится равенством

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_0 \delta_{ij}, \qquad (2.2.1)$$

где $\sigma_0 = \frac{1}{3} \sigma_{ki} \delta_{ki}$.

Интенсивность напряжений будет равна

$$\sigma_{u} = \left(\frac{2}{3}S_{ij}S_{ij}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\left(\sigma_{x} - \sigma_{y}\right)^{2} + \left(\sigma_{y} - \sigma_{z}\right)^{2} + \left(\sigma_{z} - \sigma_{x}\right)^{2} + 6\left(\tau_{xy}^{2} + \tau_{yz}^{2} + \tau_{zx}^{2}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}}.$$
(2.2.2)

Заметим, что среднее напряжение соответствует нормальному, а интенсивность напряжений – касательному (с точностью до множителя) напряжению на октаэдрической площадке.

В [35] предложена в рамках геометрической интерпретации процессов деформации классификация с точки зрения их сложности. Из траекторий сложного нагружения выделяются процессы деформации с траекторией малой кривизны. Это существенно сложные процессы, характерные, как отмечается в [33], для операций обработки металлов давлением. В каждой точке траектории деформаций вектор напряжений направлен по касательной к траектории.

В этом случае векторная связь между девиаторами напряжений S и скоростей деформаций Э выражается зависимостью [33]

$$\vec{S} = \frac{\sigma_u}{\dot{\varepsilon}_u} \vec{\dot{\Theta}}, \qquad (2.2.3)$$

причем интенсивности напряжений и скоростей деформаций определяются соответственно формулами (2.2.2), (2.1.10).

2.3. Об уравнении состояния

Следуя [33], запишем выражение работы, совершаемой за время dt при деформации выделенного элементарного объема. Если $\dot{\varepsilon}_{ij}$ являются скоростями деформаций, то произведения $\upsilon_{ij} dt$ будут бесконечно малыми деформациями. Для элементарной работы теперь можно записать

$$du = Wdt = \sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}dt, \qquad (2.3.1)$$

где *W* – мощность.

Воспользуемся теперь законом пластического течения (2.2.3), который в тензорной форме будет иметь вид

$$\sigma_{ij} + p\delta_{ij} = \frac{2\sigma_u}{3\dot{\varepsilon}_u} \left(\dot{\varepsilon}_{ij} - \frac{1}{3}\dot{\varepsilon}_0 \delta_{ij} \right), \qquad (2.3.2)$$

где введено обозначение $p = -\sigma_0$, причем p – давление.

Внесем (2.3.2) в выражение (2.3.1). Имеем

$$du = -\frac{1}{3}p\dot{\varepsilon}_0 dt + \sigma_u \dot{\varepsilon}_u dt. \qquad (2.3.3)$$

Полагаем, что кинематическая и тепловая история процессов деформации выделенного элементарного объема известна. Иными словами, установлена работа *du* или мощность *W*. Это означает, что должны существовать

соотношения, выражающие интенсивность напряжений σ_u и давление р через различные кинематические и термические скалярные величины. Указанные соотношения, называемые уравнениями состояния, определяют скалярные законы связи между напряженным и деформированным состояниями и представляются в общем случае в форме функционалов:

$$p = \Phi_1(\dot{\varepsilon}_u, \varepsilon_u, \theta, t, \beta, ...), \qquad (2.3.4)$$

$$\sigma_u = \Phi_2(\dot{\varepsilon}_u, \varepsilon_u, \theta, t, \beta, ...).$$
(2.3.5)

Здесь θ – температура (К), ε_u – интенсивность деформации, β – параметр состояния.

Зависимости (2.3.4), (2.3.5) являются функционалами по времени от отмеченных характеристик и учитывают, наряду с другими свойствами, влияние структурных (фазовых) трансформаций, температуры, сдвигов на изменение объема, давления на сопротивление сдвигу и т.п.

Вместе с векторными свойствами (2.2.3), (2.3.2) соотношения (2.3.4), (2.3.5) определяют зависимость напряжений от кинематических и других параметров процесса.

Построение функционалов типа (2.3.4), (2.3.5) относится к сложнейшим задачам механики деформируемого тела. Поэтому понятны различного рода упрощения, предпочтительные для определенных диапазонов изменения параметров.

Естественным и общепризнанным является допущение условия несжимаемости. Действительно, изменение объема за счет температуры, структурных превращений и сжимаемости малы сравнительно со сдвиговыми деформациями практически во всех процессах обработки металлов давлением, особенно в операциях объемного формоизменения. Поэтому можно положить:

$$\dot{\varepsilon}_0 = 0.$$
 (2.3.6)

Вторым допущением принципиального характера является предположение, в соответствие которому уравнение состояния (2.3.4), (2.3.5) принимает вид функций. Если при этом считать, что сопротивление сдвигу зависит, главным образом, от температуры, степени и скорости деформации, а также внутренних параметров состояния, то вместо (2.3.5) можно записать:

$$\sigma_{u} = \sigma_{u} (\theta, \dot{\varepsilon}_{u}, \varepsilon_{u}, \beta), \qquad (2.3.7)$$

где интенсивность деформаций

$$\varepsilon_u = \int_0^t \dot{\varepsilon}_u dt \,. \tag{2.3.8}$$

Существенно, что производные от функции σ_{*u*} по её аргументам конечны и в общем случае удовлетворяют неравенства

$$\frac{\partial \sigma_{u}}{\partial \theta} > 0; \frac{\partial \sigma_{u}}{\partial \varepsilon_{u}} \ge 0; \frac{\partial \sigma_{u}}{\partial \dot{\varepsilon}_{u}}$$
(2.3.9)

При отсутствии деформационного упрочнения функция (2.3.7) принимает вид

$$\sigma_{\mu} = \sigma_{\mu} (\theta, \dot{\varepsilon}_{\mu}, \beta). \tag{2.3.10}$$

При выполнении обсужденных упрощающих предположений, зависимость (2.3.2) в тензорной форме может быть переписана так:

$$\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0 = \frac{2\sigma_u}{3\dot{\varepsilon}_u}\dot{\varepsilon}_{ij}.$$
 (2.3.11)

В дальнейшем может возникнуть необходимость представления определяющих соотношений (2.3.11) в полярной системе координат (ρ, α, z). Имеем

$$\sigma_{\rho} - \sigma_{0} = \frac{2\sigma_{u}}{3\dot{\varepsilon}_{u}}\dot{\varepsilon}_{\rho}; \quad \sigma_{\alpha} - \sigma_{0} = \frac{2\sigma_{u}}{3\dot{\varepsilon}_{u}}\dot{\varepsilon}_{\alpha}; \quad \sigma_{z} - \sigma_{0} = \frac{2\sigma_{u}}{3\dot{\varepsilon}_{u}}\dot{\varepsilon}_{z};$$

$$\tau_{\rho\alpha} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sigma_{u}}{\dot{\varepsilon}_{u}}\dot{\gamma}_{\rho\alpha}; \quad \tau_{\alpha z} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sigma_{u}}{\dot{\varepsilon}_{u}}\dot{\gamma}_{\alpha z}; \quad \tau_{z\rho} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sigma_{u}}{\dot{\varepsilon}_{u}}\dot{\gamma}_{z\rho}.$$

(2.3.12)

Здесь $\sigma_{\rho}, \sigma_{\alpha}, \sigma_{z}$ – радиальная, окружная и осевая, а $\tau_{\rho\alpha}, \tau_{\alpha z}, \tau_{z\rho}$ – сдвиговые компоненты тензора напряжений; $\dot{\epsilon}_{\rho}, \dot{\epsilon}_{\alpha}, \dot{\epsilon}_{z}, \dot{\gamma}_{\rho\alpha}, \dot{\gamma}_{\alpha z}, \dot{\gamma}_{z\rho}$ – соответствующие им составляющие тензора скоростей деформаций.

Интенсивности напряжений и скоростей деформаций в этом случае могут быть определены зависимостями

$$\sigma_{u} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_{\rho} - \sigma_{\alpha})^{2} + (\sigma_{\alpha} - \sigma_{z})^{2} + (\sigma_{z} - \sigma_{\rho})^{2} + 6(\tau_{\rho\alpha}^{2} + \tau_{\alpha z}^{2} + \tau_{z\alpha}^{2}) \right]^{\frac{1}{2}}; \quad (2.3.13)$$

$$\dot{\varepsilon}_{u} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[\left(\dot{\varepsilon}_{\rho} - \dot{\varepsilon}_{\alpha} \right)^{2} + \left(\dot{\varepsilon}_{\alpha} - \dot{\varepsilon}_{z} \right)^{2} + \left(\dot{\varepsilon}_{z} - \dot{\varepsilon}_{\rho} \right)^{2} + \frac{3}{2} \left(\dot{\gamma}_{\rho\alpha}^{2} + \dot{\gamma}_{\alpha z}^{2} + \dot{\gamma}_{z\rho}^{2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}.$$
(2.3.14)

Следует обратить внимание на формальное совпадение соотношений (2.3.11) с уравнениями теории пластического течения Сен-Венана-Леви-Мизеса [36]. Основное отличие заключено в зависимости (2.3.7), из которой следует, что интенсивность напряжений является не только функцией интенсивности скоростей деформаций, но также функцией интенсивности деформаций, температуры и внутренних параметров состояния.

2.4. Контактные условия

Предполагаем, что деформируемое тело занимает некоторую область V в эйлеровом пространстве с границей Г, которая считается кусочно-гладкой. Течение материала области Vпроисходит вследствие В сложного взаимодействия рабочим его С телом инструмента. Условие такого взаимодействия вводится в предположении, что тело инструмента остается жестким, и, как следствие, геометрия поверхностей контакта – неизменной. В этом случае условия контакта формулируются на жестких поверхностях тел инструмента, совершающих заданное движение.

Пусть $\Gamma_c(x_i,t)$ – уравнение поверхности контакта. Физические точки поверхности инструмента могут перемещаться относительно своих геометрических поверхностей. Подобное происходит, например, с валками прокатного стана. Условие трения на поверхности контакта Γ_c означает, что вектор касательного напряжения $\vec{\tau}_k$ направлен противоположно движению, а его модуль есть известная функция параметров процесса

$$\tau_k = \tau_k(\chi, |\tau_{max}|, \dots), \qquad (2.4.1)$$
где χ – коэффициент трения пары «материал инструмента – деформируемый материал», τ_{max} – максимальное касательное напряжение.

В операции прокатки в круглых валках в области контакта могут быть выделены две зоны:

– зона скольжения (опережения), примыкающая к границе области Г_с, в которой, следуя [36], принимаем условие

$$\tau_k = -\chi \tau_{max}; \qquad (2.4.2)$$

– зона торможения (отставания или Прандтлева скольжения), где т_к
 равняется максимально возможному сопротивлению сдвига при существующих
 на контактной поверхности температурах, степени и скорости деформации

$$\tau_k = \tau_{max}.\tag{2.4.3}$$

Пусть на некотором участке поверхности контакта Г_S заданы компоненты напряжений X_{vi} . Здесь будут иметь место условия

$$X_{vj} = \sigma_{ij} l_j, \qquad (2.4.4)$$

где l_j – направляющие косинусы нормали \vec{v} к поверхности Γ_S ; σ_{ij} – компоненты тензора напряжений.

Сделаем два замечания [33,36].

1. Касательные контактные напряжения τ_k могут вызывать нормальные перемещения точек поверхности инструмента. Оценки показывают, что эти перемещения на порядок ниже тех, которые вызываются нормальными напряжениями и ими пренебрегают.

2. Вследствие тепловых воздействий в инструменте возникают деформации, которые мало влияют на геометрию инструмента и считаются пренебрежимо малыми.

2.5. Экспериментальные результаты по изучению

высокотемпературной деформации алюминиевых сплавов

Актуальнейшей проблемой, решаемой В рамках механики деформированного твердого тела, считается формулировка моделей, пригодных реальных процессов формоизменения. лля исследования Эти модели формулируются на основе механических экспериментов, реализуемых в однородных напряженно-деформированных условиях. Технически ДЛЯ получения информации о поведении материалов при развитых пластических деформациях проще всего осуществить опыты на простое растяжение и сжатие. В них на основании измеренных сил и перемещений устанавливаются значения напряжений и деформаций. Стабилизация скорости перемещения захватов в машинном эксперименте и регистрация температуры достаточно просто технически осуществимы.

На основании сказанного детерминированные количественные зависимости, соответствующие процессу необратимого деформирования, осуществляемого в меняющих температурных и скоростных условиях, могут быть записаны в форме:

$$\sigma = \sigma(\theta, \dot{\varepsilon}, \overline{\varepsilon}), \qquad (2.5.1)$$

где σ – действительные напряжения; θ – абсолютная температура; $\dot{\epsilon}$ – скорость логарифмической деформации; $\overline{\epsilon}$ – логарифмическая деформация.

На основании (2.5.1) осуществлено экспериментальное исследование группы деформированных алюминиевых сплавов АМг5, 1561 (АМг61), Д18Т, В48, В95, АК4, АК6, АК8, а также в литом состоянии сплава 1561 (АМг61). Результаты опытов по изучению растяжения и сжатия образцов указанных сплавов обобщены в [13].

Результатами экспериментов подтверждается принципиальная возможность перевода в сверхпластическое состояние промышленных

алюминиевых сплавов без специальной подготовки структуры (динамическая сверхпластичность).

Схематическая картинка, отражающая накопленные в [13] опытные данные, представлена на рисунке 2.1.

Основные экспериментальные результаты подробно описаны в 47 и состоят в следующем:

1. Для исследования сплавов существуют термические диапазоны, В которых изотермы «напряжение скорость деформации» ($\sigma - \dot{\epsilon}$ на рисунке 2.1а)отклоняются от монотонного характера с появлением точек бифуркации. Ниспадающие ветви указанных диаграмм принимаются соответствующими проявлению сверхпластических свойств. Участкам немонотонности на диаграмме повышенная деформационная способность при σ-ċ отвечают растяжении И низкий уровень напряжений, свойственные сверхпластичности.

2. Сверхпластичность алюминиевых сплавов объясняется деформации происходящей при нагреве И разновидностью структурного перехода – динамической рекристаллизацией [7,12,19]. Изменения структурного характера заключаются в возникновении на ниспадающих ветвях диаграмм «напряжение – скорость деформации» (рисунок 2.1б) равноосной микроструктуры с очень мелким зерном, по размерам, совпадающим с субзернами. Так создается структурная ситуация, которая с учетом аморфизации границ зерен позволяет прогнозировать реализацию механизма зернограничного проскальзывания, характерного для сверхпластичности.

3. Установлена возможность реализации сверхпластического состояния в литом сплаве 1561 (АМг61). При растяжении указанное состояние не проявляется, поскольку разрушение образца происходит, по-видимому, до начала процесса динамической рекристаллизации. В условиях сжатия наблюдаются

отклонения изотерм σ-έ от монотонности и сверхпластичность будет иметь место. Отметим, что сверхпластические свойства только при сжатии, при отсутствии их при растяжении отмечаются в высокопрочных алюминиевых сплавах B48, B95.

4. Температурные сверхпластичности диапазоны 20-30К, причем при температурах, превышающих составляют верхнее значение термического интервала сверхпластичности, происходит заметное снижение пластических характеристик, сопровождаемых охрупчиванием и разрушением.

5. Алюминиевым сплавам присуще структурное упрочнение [1]. Этим может быть объяснена слабая зависимость напряжения течения от степени деформации. Иными словами, сверхпластическое поведение может быть оценено как идеально пластическое, причем сверхпластичность наступает при малых степенях деформации.

6. Сформировавшаяся в процессе перехода в сверхпластическое состояние мелкозернистая структура сохраняется после прекращения температурно-скоростного воздействия, поскольку в алюминиевых сплавах практически не наблюдается собирательная рекристаллизация. При этом в лучшую сторону изменяются механические характеристики и исчезает исходная деформационная анизотропия [38].



a)

Рисунок 2.1 – схематизация опытных зависимостей «напряжение – скорость деформации» в широких температурных диапазонах (а); графическая иллюстрация для формулировки условий реализации эффекта сверхпластичности (б)

2.6. Формулировка условий перехода алюминиевых сплавов в

сверхпластическое состояние

Подавляющее большинство физико-механических процессов в деформируемых материалах происходит во времени. Вследствие этого определяющие соотношения, моделирующие закономерности деформирования в принципе можно отнести к динамическим.

B время большое внимание уделяется последнее исследованию деформационного поведения которые можно рассматривать сред, как незамкнутые неравновесные системы [39]. В качестве примера сошлемся на которым при деформации отвечает иерархия необратимых материалы. структурных состояний, характерная для систем, находящихся вдали от термодинамического равновесия. К изучению динамики таких материалов оказывается неприемлемым квазистационарный подход. Последний развитие любой сложной системы рассматривает как смену одного устойчивого состояния другим с кратким периодом переходного процесса между ними [40]. Однако анализ реальной деформационной динамики показывает, что период неравновесного состояния может оказаться слишком длительным, чтобы им

б)

можно было пренебречь. Более того, часто требуется поддержание системы в неравновесном состоянии. Поэтому квазистационарный подход эффективен до момента, когда в силу некоторых причин характер стационарного состояния не изменяется кардинальным образом. Подобные бифуркационные изменения принадлежат к области приложений методов нелинейного динамического анализа, получившего название синергетики [41,42,43].

Выше было показано, что сверхпластическое состояние является промежуточным между исходным деформированным и крупнозернистым рекристаллизованным. Следовательно, наличие нагрева и деформации в определенном сочетании при неизменном химическом составе изменяет структурное состояние материала. По существу В деформированных алюминиевых сплавах может в меняющихся термических и кинематических условиях наблюдаться иерархия структурных состояний – деформированное, переходное к мелкозернистому, мелкозернистое, переходное к крупнозернистому рекристаллизованному, рекристаллизованное.

Таким образом, при анализе на микроуровне эффектов, характеризующих динамическую сверхпластичность, полезным может оказаться привлечение представлений о неравновесных фазовых переходах.

В связи со сказанным актуальнейшей становится задача установления термомеханических условий реализации явления сверхпластичности. При этом выделяется две проблемы [13].

1. Пусть имеется массив экспериментальных данных по деформированию материала в широких температурно-скоростных диапазонах. Требуется выработать достаточно эффективные критерии оценки выборки опытных данных, отвечающих проявлению сверхпластических свойств.

2. Условия перехода в сверхпластическое состояние должны иметь аналитическую формулировку механического типа. Очевидно, что деформационный процесс, одним из этапов которого является сверхпластичность, не может заменяться моделью только

нелинейно-вязкой преобладающей среды, В теориях сверхпластичности [1, 3, 4]. Кроме этого, при постановке и решении объемного формоизменения на базе задач управляемой сверхпластической деформации уравнениям к состояния предъявляются требования пригодности последних не только для описания процессов сверхпластического течения, но для пограничных сверхпластичности областей термопластичности и высокотемпературной ползучести.

Впервые задача определения условий перехода промышленных алюминиевых сплавов в сверхпластическое состояние рассмотрена в [44]. Постановка указанной задачи основана на большом количестве экспериментальных данных, обобщенных в [13] и относящихся к сплавам АМг5, 1561, Д18Т, 1980, В95, АК4, АК6, АК8.

Для аналитического представления условий реализации эффекта сверхпластичности принято уравнение состояния (2.5.1), которое перепишем еще раз

$$\sigma = \sigma(\dot{\varepsilon}, \overline{\varepsilon}, \theta), \qquad (2.6.1)$$

Экспериментально установлено, что проявлению сверхпластических свойств отвечает класс изотерм $\sigma \sim \dot{\epsilon}$, на которых наблюдаются отклонения от монотонного характера. Обозначим критические температурные точки через $\theta_c^{\mu}, \theta_c^{e}$ (рис. 2.1). Следовательно, на термический диапазон сверхпластичности накладывается ограничение вида $\theta \in (\theta_c^{\mu}, \theta_c^{e})$, причем $\theta_c^{\mu}, \theta_c^{e}$ названы соответственно нижней и верхней критическими температурами.

При формулировке условий осуществления сверхпластичности принимаем, что изотермы «напряжение-скорость деформации» (рис. 2.1) описываются гладкими функциями, имеющими точки перегиба, в которых, естественно, выполняются равенства

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \dot{\varepsilon}^2} \bigg|_{\varepsilon = \dot{\varepsilon}^*} = 0.$$
 (2.6.2)

Здесь деформации $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}^*(\theta)$ ставится в соответствие напряжение $\sigma^* = \sigma^*(\theta)$ (рис.2.1а).

Уравнение состояния (2.6.1) в критических точках должно удовлетворять условиям

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\varepsilon}}\Big|_{\theta^{\mu}_{c},\dot{\varepsilon}^{\mu}_{c}} = 0; \qquad \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial \dot{\varepsilon}^{2}}\Big|_{\theta^{\mu}_{c},\dot{\varepsilon}^{\mu}_{c}} = 0;$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\varepsilon}}\Big|_{\theta^{\theta}_{c},\dot{\varepsilon}^{\theta}_{c}} = 0; \qquad \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial \dot{\varepsilon}^{2}}\Big|_{\theta^{\theta}_{c},\dot{\varepsilon}^{\theta}_{c}} = 0,$$
(2.6.3)

где $\dot{\varepsilon}_{c}^{\mu}$, $\dot{\varepsilon}_{c}^{\delta}$ – абсциссы точек перегиба изотерм $\sigma \sim \dot{\varepsilon}$ соответственно при θ_{c}^{μ} , θ_{c}^{δ} .

Скоростной диапазон структурных превращений при конкретных температурах $\theta \in (\theta_c^{\mu}, \theta_c^{\theta})$ установим, придерживаясь принципа Максвелла [45]. В соответствии этому принципу фазовые переходы имеют место при пересечении кривой равновесия компоненты максвелловского множества (рис.2.1б). График $\sigma \sim \dot{\epsilon}$ (рис.2.1б) можно рассматривать как фрагмент фазовой при $\theta \in (\theta_{c}^{H}, \theta_{c}^{e})$. При этом восходящие ветви диаграммы участка немонотонности (1-2-3-4-5) будем считать соответствующими измельчению деформированной (1-2) И формированию исходной крупнозернистой рекристаллизованной (4-5) структур. Между ними лежит зона неустойчивости (2-3-4), отвечающая проявлению сверхпластических свойств. Скоростной интервал сверхпластичности заключен между точками бифуркации (2-4), в которых имеют место равенства

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\varepsilon}}\Big|_{\dot{\varepsilon}=\dot{\varepsilon}^{\wedge}} = 0; \qquad \frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\varepsilon}}\Big|_{\dot{\varepsilon}=\dot{\varepsilon}^{\Pi}} = 0, \qquad (2.6.4)$$

где є́^,єї – скорости деформаций, определяющие, ограничивающие диапазоны проявления сверхпластических свойств.

Аналитически принципу Максвелла для определения скоростных диапазонов структурных превращений соответствует интеграл

$$\int_{\dot{\epsilon}_{c}}^{\dot{\epsilon}_{c}^{\Pi}} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\epsilon}} \right)_{\theta} \dot{\epsilon} d\dot{\epsilon} = 0, \qquad (2.6.5)$$

причем $\dot{\varepsilon}_{c}^{\wedge}, \dot{\varepsilon}_{c}^{\Pi}$ – скорости деформаций, определяющие диапазон структурных превращений.

Следуя [38], как отмечено выше, считается, ЧТО структурная термостабильность горячей деформации алюминиевых сплавов при обусловлена, ЛИШЬ ограничениями. Поэтому допустимо скоростными предположить существование деформационных условий, в которых при деформаций неизменной температуре и скорости форма И размеры измельченных зерен сохраняют стабильность. Поэтому можно утверждать, что

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \overline{\varepsilon}} = 0. \tag{2.6.6}$$

Итак, реализация эффекта сверхпластичности промышленных алюминиевых сплавов обусловлена факторами температуры, степени и скорости деформации, удовлетворяющими соотношениям (2.6.3) – (2.6.6). При этом начальным пунктом является выявление экспериментальным путем неустойчивых изотерм $\sigma \sim \dot{\epsilon}$ и, как следствие, критических температур $\theta_c^{\mu}, \theta_c^{e}$. Скоростной диапазон структурных превращений не следует отождествлять со скоростным интервалом сверхпластичности, поскольку при $\dot{\epsilon} \in \dot{\epsilon}_c^{\alpha}, \epsilon_c^{\alpha}$ имеют место метастабильные состояния.

Термомеханические режимы сверхпластичности исследованных алюминиевых сплавов приведены в таблице 2.5.1.

Марка сплава	Исходное состояние	Вид деформации					
		Растяжение			Сжатие		
		θ, K	$\dot{\mathcal{E}}, \mathcal{C}^{-1}$	Примечание	θ,Κ	$\dot{\varepsilon}, c^{-1}$	Примечание
АМг5	Деформированный	743783	10-3	СП ²	743783	10 ⁻² 10 ⁻¹	СП
1561 (AMr61)	Деформированный	743783	10 ⁻³	СП	-	-	нет
1561 (AMr61)	Литой	-	-	нет	753793	10-2	СП
Д18Т	Деформированный	783833	10-3	СП	783833	10 ⁻²	СП
B48	Деформированный	-	-	Нет	813853	10-2	СП
B95	Деформированный	-	-	нет	733793	10 ⁻²	СП
AK4	Деформированный	753793	10-3	СП	753793	10-2	СП
АК6	Деформированный	-	-	нет	723763	10 ⁻²	СП
AK8	Деформированный	723763	10-3	СП	723763	10 ⁻²	СП

Таблица 2.5.1 – Термомеханические параметры сверхпластических промышленных алюминиевых сплавов

¹В колонке $\mathcal{E}, \mathcal{C}^{-1}$ приведены порядки скоростей деформаций по модулю ² СП – означает наличие сверхпластического состояния материала

Теперь понятно, что сверхпластичность может быть интерпретирована происходящее в условиях неравновесной (возбужденной) как явление. динамической структуры с возникновением аморфного состояния границ [46], стимулирующего зернограничное проскальзывание. Макропроявление структурной неравновесности заключается в возникновении неоднозначности напряжения течения по отношению к скорости деформации и температуре и, естественно, В появлении особых точек, соответствующих границам устойчивости. Напомним, что структурные изменения носят необратимый характер.

2.7. Уравнение состояния

Классическое описание в рамках детерминированного подхода фазовых переходов предусматривает введение семейства потенциальных функций, зависящих от параметров – $\mathcal{P}(\eta,\beta)$, где η – параметр порядка, β – управляющий параметр. Из условия качественной идентичности экспериментальным данным выбираем потенциальную функцию в форме катастрофы сборки [43,45] с учетом влияния внешнего поля

$$\Phi(\eta,\beta) = \frac{1}{4}m_0\eta^4 + \frac{1}{2}\beta(\xi)\eta^2 - q\eta.$$
(2.7.1)

Здесь положено

$$q = \frac{\sigma}{\sigma^*;} - 1 \qquad \eta = \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}^*} - 1; \qquad \xi = \frac{\theta - \theta_c^m}{\theta_c^v - \theta_c^m}, \qquad (2.7.2)$$

где $m_0 \sim const$, $\beta = \beta(\xi) - функция температуры.$

Итак, стандартной редукцией (2.7.2) вводится связь описания процесса деформации с теорией катастроф. Поскольку $\eta = \eta(\dot{\epsilon}, \theta)$, то параметр порядка должен анализироваться как коллективная мода.

Из (2.7.2) следует, что $\sigma^* = \sigma^*(\theta), \dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}^*(\theta)$, отвечающие точкам перегиба изотерм $\sigma \sim \dot{\epsilon}$ (рис.2.1а), могут рассматриваться как альтернативные внутренние параметры состояния. Укажем, что

$$\dot{\varepsilon}_{c}^{m} = \dot{\varepsilon}^{*} \left(\theta_{c}^{m} \right), \qquad \dot{\varepsilon}_{c}^{\nu} = \dot{\varepsilon}^{*} \left(\theta_{c}^{\nu} \right). \tag{2.7.3}$$

Состоянию равновесия отвечает уравнение, полученное минимизацией (2.7.1) по параметру порядка,

$$q = m_0 \eta^3 + \beta \eta. \tag{2.7.4}$$

В рамках представлений о функции (2.7.1) как о морсовской [45] можно утверждать, что при $\beta > 0$ ($\theta \notin]0,1[$) изменений структурного характера в деформируемом материале не происходит. Условие $\beta < 0$ ($\theta \notin]0,1[$) соответствует структурно неустойчивому состоянию среды. В переходных состояниях имеет место равенство $\beta = 0$.

Качественная картинка, отражающая влияние знака управляющего параметра β на характер кривых *q* ~ η, представлена на рисунке 2.2.



Рисунок 2.2 – Влияние знака управляющего параметра β на характер кривых $q \sim \eta$

Значения параметров порядка $\eta_{1,2}$ и, следовательно, скоростей деформаций, ограничивающих при $\xi \in [0,1[$ область структурных изменений, найдем из условия (2.6.5), которое заменой (2.7.2) трансформируется в равенство q = 0. С учетом (2.7.2), (2.7.4) получим

$$\eta_{1,2} = \pm \left(-\frac{\beta}{m_0} \right)^{\frac{1}{2}}; \qquad \dot{\varepsilon}_c^{m,\nu} = \dot{\varepsilon}^* \left[1 \pm \left(-\frac{\beta}{m_0} \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \tag{2.7.5}$$

Ограничения по параметрам порядка $\eta_{1,2}$ и скоростями деформации на диапазоне проявления сверхпластических свойств установим из (2.6.4), (2.7.2).

Имеем

$$\eta_{1,2}' = \pm \left(-\frac{\beta}{3m_0}\right)^{\frac{1}{2}}; \qquad \dot{\varepsilon}^{l,r} = \dot{\varepsilon}^* \left[1 \pm \left(-\frac{\beta}{3m_0}\right)^{\frac{1}{2}}\right]. \tag{2.7.6}$$

Теперь очевидно, что при деформации реализуется процесс самоорганизации через изменение управляющих параметров [41].

Действительно, алюминиевые сплавы переходят из исходного состояния в рекристаллизованное через сильные структурные флуктуации, ответственность за описание которых возлагается на управляющий параметр β.

Отметим, что уравнение состояния (2.7.4) отвечает условиям осуществления эффекта сверхпластичности (2.6.3).

Входящие в (2.7.4) управляющий параметр $\beta = \beta(\xi)$ и внутренние параметры состояния $\sigma^* = \sigma^*(\xi)$, $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}^*(\xi)$ удовлетворяют следующим эволюционным соотношениям

$$d\beta = f(\beta)dt; \quad d\ln\sigma^* = A_0 \exp n(\beta - \beta_0)d\beta; d\ln\dot{\varepsilon}^* = B_0 \exp n(\beta - \beta_0)d\beta.$$
(2.7.7)

Здесь $\beta_0 = \beta|_{\xi=\frac{1}{2}} - \phi$ иксированное минимальное значение, отвечающее середине термического диапазона сверхпластичности; A_0, B_0, n — материальные константы.

Таким образом, считается, что сформулирована модель, связывающая напряжение, температуру и кинематические переменные для случая простого растяжения и сжатия, включая диапазоны сверхпластичности. При этом уравнение состояния записано в конечной форме (2.7.4) и дополнено

дифференциальными соотношениями эволюционного типа для управляющего параметра и внутренних параметров состояния (2.7.7). Указанные соотношения пригодны для описания закономерностей деформирования при наличии явного выражения функции чувствительности материала к структурным превращениям.

В качестве варианта функции $f(\beta)$ для алюминиевых сплавов предложено [13] выражение

$$f(\beta) = \frac{4}{\alpha} \frac{\mu - 1}{\mu + 1} \left[\Gamma(\xi) - \frac{1}{2} \right].$$
 (2.7.8)

Здесь

$$\Gamma(\xi) = (1 - \beta)^{-\alpha} \frac{1 + \mu}{2} \frac{2\xi - 1}{1 + \mu(2\xi - 1)^2} + \frac{1}{2}, \qquad (2.7.9)$$

где α, μ – материальные константы.

Функцию $\Gamma(\xi)$ при $\beta < 0$ и $\xi \in (0,1)$ можно рассматривать как степень полноты фазового перехода, при $\Gamma(0) = 0$; $\Gamma(1) = 1$.

Сопоставление теоретических и экспериментальных данных конкретизируем на алюминиево-магниевом сплаве АМг5. Материальные константы равны: m_0 =0.339, A_0 = -1.12, n = -0.232, α = 0.54, μ =1.08.

На рисунке 2.3 представлены построенные на основании формулы (2.7.5) зависимости нормированных напряжений q от скоростей деформаций η для двух произвольно выбранных температур, одна из которых соответствует диапазону проявления сверхпластических свойств (кривая 1), а вторая – находится вне его (кривая 2). Здесь точками показаны опытные данные, сплошными линиями – теоретические. На рисунках 2.4, 2.5 приведены соответственно температурные зависимости управляющего параметра β и функции $f(\beta)$ (2.7.8).

Предложенное уравнение состояния (2.7.5) с выбранной функцией чувствительности среды к структурным превращениям (2.7.8) позволяет описать основные закономерности высокотемпературной деформации группы

исследованных алюминиевых сплавов в широком скоростном диапазоне не только в термических и кинематических диапазонах сверхпластичности, но и в пограничных областях термопластичности и высокотемпературной ползучести.



Рисунок 2.3. Сопоставление теоретических (сплошные линии) и экспериментальных данных при растяжении сплава АМг5 (кривая 1 – принадлежит термическому диапазону сверхпластичности ξ = 0.5(753 K), кривая 2 – находится вне отмеченного диапазона ξ = -1.25(693 K)).



Рисунок 2.4. Сопоставление теоретических (сплошные линии) и экспериментальных данных зависимости параметра управления β от приведенной температуры



Рисунок 2.5. Функция чувствительности сплава АМг5 к структурным превращениям

2.8. О моделировании процессов объёмного формоизменения

Остановимся на анализе особенностей, определяющих пригодность соотношений теории упругопластических процессов малой кривизны (2.3.11) для анализа технологических операций объемного типа с использованием сверхпластичности.

Экспериментально установлено [13], что температурные диапазоны проявления эффекта сверхпластичности алюминиевых сплавов при растяжении и сжатии мало отличаются друг от друга и, в принципе, могут считаться одинаковыми. Скоростные интервалы сверхпластичности также одинаковы, однако при переходе от растяжения к сжатию скорости деформаций сдвигаются примерно на порядок в сторону увеличения практически при тех же значениях напряжений. Иными словами, количественно схема напряженного состояния

характеризуется смещением по скоростям деформаций. Влияние степени деформации на напряжение пластического течения достаточно мало как в области сверхпластичности, так и вне её. Указанное влияние учитывается посредством внутреннего параметра состояния $\sigma^* = \sigma^*(\xi)$, который не зависит от схемы напряженного состояния. С учетом этого переход от растяжения к сжатию сказывается на величине и знаке параметров $\dot{\varepsilon}^*$ и σ^* .

Приведем уравнение состояния (2.7.4) совместно с (2.7.2) в соответствие с (2.3.11). Имеем

$$\sigma_{u} = \sigma^{*} \left[1 + m_{0} \left(\frac{\dot{\varepsilon}_{u}}{\dot{\varepsilon}^{*}} - 1 \right)^{3} + \beta \left(\xi \right) \left(\frac{\dot{\varepsilon}_{u}}{\dot{\varepsilon}^{*}} - 1 \right) \right].$$
(2.8.1)

К записанному уравнению добавим, следуя (2.7.6), условие, ограничивающее скоростной диапазон сверхпластичности

$$1 - \left(-\frac{\beta}{3m_0}\right)^{\frac{1}{2}} \le \frac{\dot{\varepsilon}_u}{\dot{\varepsilon}^*} \le 1 + \left(-\frac{\beta}{3m_0}\right)^{\frac{1}{2}}.$$
 (2.8.2)

Итак, в рамках теории упругопластических процессов малой кривизны получена замкнутая система уравнений (2.1.5), (2.3.7), (2.3.11), (2.3.6), ..., (2.4.2), (2.4.4), (2.8.1), которая с добавлением уравнений равновесия

$$\sigma_{ii,i} = 0 \tag{2.8.3}$$

пригодна для исследования операций объемного формоизменения с использованием сверхпластичности. При этом ограничиваемся изометрическими условиями деформирования, поскольку в противном случае соотношения должны быть дополнены уравнениями теплопроводности.

Таким образом, предложенная модель обобщена для сложного напряженного состояния с привлечением простейших тензорно-линейных соотношений теории упругопластических процессов малой кривизны.

Разработанная модель апробирована на ряде технологических задач, обобщенных в [13,47].

ГЛАВА 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ПРОДОЛЬНОЙ ПРОКАТКИ АЛЮМИНИЕВОГО ЛИСТА

3.1. Сущность процесса прокатки

При прокатке сжимающее усилие передается в очаг деформации непосредственно поверхностью инструмента. Следуя [48], прокаткой называется процесс непрерывного обжатия металла между вращающимися валками. Аналогичное определение дано в [37, 49], где под прокаткой понимается процесс пластического деформирования тел между вращающимися приводными валками. В [50] считается, что при прокатке реализуется процесс непрерывного обжатия металла между бочкообразными вращающимися поверхностями деформирующего инструмента.

В принципе различают продольную, поперечную и поперечно-винтовую прокатку. При наиболее распространенной продольной прокатке деформируемый материал перемещается между двумя вращающимися в противоположных направлениях валками, оси которых параллельны, причем в результате уменьшения высоты или площади поперечного сечения происходит увеличение длины заготовки (рис.3.1). Возможность захвата металла и дальнейшей прокатки ограничивается значениями максимально возможных сил трения между валками и металлом.



Рисунок 3.1 – Схема продольной прокатки металла: 1– прокатываемая заготовка, 2 – верхний валок, 3 – направление прокатки, 4 – нижний валок, 5 – шейка валка, 6 – треф валка.

Продольная прокатка разделяется на прокатку в гладких валках и в калибрах в зависимости от вида изготовляемой продукции.

Наибольший объем производства из всех видов прокатки принадлежит горячей прокатке в гладких валках. Этот процесс используется для получения слябов, сутунок, толстых и тонких листов, горячекатанных полос из стали и цветных металлов. Разработка оборудования и технологии прокатки в настоящее время находится в стадии интенсивного развития. Это относится как к повышению производительности, так и к качеству продукции.

Сведения об усилиях при прокатке необходимы для определения размеров валков, обжатия за каждый проход и для разработки конструкций клети. .Так устанавливается возможность изготовления листов и полос со сниженными допусками и лучшей плоскостностью. При горячей прокатке алюминиевых полос применяют многоклетевые прокатные станы высокой производительности.

Определение энергосиловых параметров при прокатке в гладких валках, сравнение теоретических и экспериментальных результатов вызывали особый интерес исследователей. В основе всех теорий прокатки лежит ряд гипотез и допущений, которые используются при построении математических моделей Так, энергосиловых параметров. В [51. 521 для расчета высказано предположение, что между прокатываемой полосой и валками в очаге деформации действует закон трения Кулона. В [53] раскатываемая полоса ассоциируется с вязкой жидкостью в рамках уравнения Навье-Стокса, причем прилипание предполагалось по всей дуге захвата. Теории прокатки [54-57] содержат допущения и гипотезы относительно закона трения и других параметров, а расчетные уравнения включают дополнительные эмпирические коэффициенты.

Экспериментально определять энергосиловые параметры начали значительно раньше, чем оценивать напряженное состояние В очаге деформации. Первые экспериментальные исследования процесса прокатки относятся к 1908 году. Позднее [51, 52] разработали с большими допущениями теорию прокатки без уширения плоских заготовок в двух гладких валках одинакового диаметра с опытной проверкой. Их уравнения послужили основой для исследований, посвященных расчету энергосиловых параметров при прокатке полос и листов.

3.2. О трении на контакте поверхности валка и прокатываемого

металла

Обычно при пластической деформации коэффициент трения между инструментом и деформируемым металлом определяют аналогично принятым в механике деформируемого твердого тела в форме отношения сдвигающего усилия к нормальному (кулоново трение). Из предположения о том, что отношение между нормальными и касательными напряжениями в плоскости контакта является постоянным, следует, что это имеет место для случая однородного и неоднородного напряженных состояний.

Расчет энергосиловых параметров прокатки производится С использованием среднего значения коэффициента трения, поскольку полагается, что характер сил трения не остается неизменным по всей поверхности контакта. В зоне отставания, где скорость прокатываемого металла меньше, чем проекция окружной скорости валков, силы трения действуют в направление прокатки, а в зоне опережения – в противоположном направлении.

Различие в величинах коэффициента трения в разных точках поверхности контакта обусловлено тем, что разность скоростей движения полосы и валков

не остается постоянной. В нейтральном сечении эта разность равна нулю. Переменной величиной являются и нормальные напряжения на поверхности контакта.

Наиболее важными факторами, оказывающими влияние на величину коэффициента трения при горячей прокатке являются:

качество поверхностей валка и прокатываемого металла;

температура прокатки;

скорость прокатки;

– величина давления на валки;

 характер перемещения прокатываемого металла относительно валка.

В зависимости от условий протекания процесса коэффициент трения при горячей прокатке может меняться в широком диапазоне от 0,15 до 0,60. При этом при толстолистовой прокатке величина указанного коэффициента колеблется от 0,27 до 0,4, а при прокатке узкой полосы в валках с гладкой поверхностью – от 0,4 до 0,45 [58].

Для лучшего понимания сложной взаимосвязи, существующей между течением металла и энергосиловыми параметрами горячей прокатки необходимо иметь данные о значениях нормальных и касательных напряжений в зоне контакта валка с поверхностью прокатываемого металла. Очевидно, что исследование этих напряжений дает возможность судить о характере влияния различных факторов на усилия прокатки и создает предпосылки для разработки математических моделей прокатки.

Данные о процессах, которые имеют место в очаге деформации, позволяют оценивать напряженное состояние в прокатываемом металле. Поскольку усилия являются интегральными величинами, измерение их значений не дают исчерпывающей информации о процессах, протекающих в области контакта металла с валками [57].

В заключение укажем, что известные данные [59] свидетельствуют о том, что при горячей прокатке цветных, в частности алюминиевых сплавов, при перепаде толщин листа от 1,8 до 3,0 можно добиться наиболее равномерного распределения нормальных и касательных напряжений при минимальной нагрузке на валки.

3.3. Геометрия и кинематика процесса продольной

прокатки полосы

Прокаткой, как указано выше, называется процесс пластического деформирования тел между вращающимися приводными валками.

Способ продольной прокатки является наиболее распространенным. В этом случае заготовка подводится к валкам, вращающимся в разные стороны, и втягивается в зазор между ними за счет сил трения на контактной поверхности. Полоса обжимается по высоте и принимает форму зазора (калибра) между валками. При этом способе прокатки полоса совершает только поступательное движение.

Рассмотрим случай прокатки в валках одинакового радиуса, вращающихся с одинаковыми угловыми скоростями (рис.3.1).

В результате операции полоса толщиной h_1 на входе в валки становится h_2 на выходе из валков.

Отношение:

$$\Lambda = \frac{h_1 - h_2}{h_1},$$
(3.3.1)

называется обжатием полосы.

Часть полосы между входом и выходом из валков рассматривается как очаг деформации. Предполагается, что вся деформация осуществляется в очаге.

Основные геометрические параметры деформирования полосы следующие [37, 68, 69]:

-закон изменения толщины полосы в очаге деформации

$$h = h_2 + 2R(1 - \cos \alpha); \qquad (3.3.2)$$

-абсцисса текущей точки на дуге контакта

$$x = R\sin\alpha; \tag{3.3.3}$$

-длина очага деформации

$$\bar{l} = R \sin \alpha_1; \qquad (3.3.4)$$

-радиус деформированной поверхности валка

$$R = R_0 \left[1 + \frac{P_y}{C\Delta h} \right], \tag{3.3.5}$$

причем

$$C = \frac{\pi E}{16(1 - v^2)}$$
(3.3.6)

Здесь R – радиус деформированной поверхности валка; R_0 – исходный радиус валка; α_1 – угол захвата полосы между валками ($\alpha_1 = max\alpha$); E – модуль упругости; ν – коэффициент Пуассона материала валков; P_y – вертикальная проекция действующих на валок сил, приходящихся на единицу ширины полосы; $\Delta h = h_1 - h_2$ – изменение толщины листа при прокатке.

Полагается [37, 59], что, если ширина полосы b_0 более чем в пять раз превышает длину очага деформации, то деформацией вдоль ширины полосы можно пренебречь. При этом, воспользовавшись условием несжимаемости материала полосы, получим закономерность изменения средних скоростей перемещений υ в направлении прокатки в виде

$$\upsilon = \frac{\upsilon_1 h_1}{h} = \frac{\upsilon_2 h_2}{h},$$
 (3.3.7)

где $\upsilon_{1,}\upsilon_{2}$ – соответственно средние скорости перемещений на входе и выходе из валков, h – текущая толщина полосы, определяемая углом α .

Из выражения (3.3.7) видно, что по мере продвижения в валках средняя скорость υ возрастает. Очевидно, что если на входе средняя скорость перемещения меньше окружной скорости валков, то на выходе из валков указанная скорость будет больше окружной. Это означает, что на начальном участке контакта полосы и валков силы трения, действующие на полосу, направлены в сторону движения полосы, а на участке, примыкающем к выходу, – в сторону, обратную движению. Угловую координату точки, в которой силы трения меняют знак, обозначим через α_0 (рис. 3.1). Сечение, соответствующее этому углу, считается нейтральным, а толщина полосы равняется h_0 . Часть очага деформации полосы $h_0 < h < h_1$ называется, как указывалось выше, зоной отставания, а другая часть от нейтрального сечения – зоной опережения.

3.4. Постановка задачи

В соответствие принятых в разделе 3.3 допущениям рассмотрим двумерную задачу горячей прокатки алюминиевого листа в предположении малости угла захвата валков. Такое предположение означает, что для определения энергосиловых и кинематических параметров технологической операции может быть привлечено предложенное в [37, 60, 61] исследование течения материала в клиновидном сходящемся канале с углом при вершине α_1 (рис. 3.2).

Считается, что процесс продольной прокатки реализуется в изотермических условиях, включая температурный интервал проявления алюминиевыми сплавами сверхпластических свойств [70, 71].

Введем цилиндрическую систему координат *r*α*z*, причем начало координат разместим в вершине клина (рис. 3.2).



Рисунок 3.2. – Кинематическая схема

Принципиальная схема формулировки краевой задачи при исследовании технологических операций развитого пластического формоизменения обсуждена в разделе 2.

Запишем, следуя [37, 71] основные уравнения.

Дифференциальные уравнения равновесия при отсутствии объемных сил в цилиндрической системе координат имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_{\rho}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\rho\alpha}}{\partial \alpha} + \frac{\partial \tau_{\rhoz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{\rho} - \sigma_{\alpha}}{\rho} = 0;$$

$$\frac{\partial \tau_{\rho\alpha}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{\alpha}}{\partial \alpha} + \frac{\partial \tau_{\rhoz}}{\partial z} + \frac{2\tau_{\rho\alpha}}{\rho} = 0;$$

$$\frac{\partial \tau_{\rho\alpha}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{z}}{\partial \alpha} + \frac{\partial \sigma_{z}}{\partial z} + \frac{\tau_{\rhoz}}{\rho} = 0.$$
(3.4.1)

Здесь $\sigma_{ij}(i, j \sim \rho, \alpha, z)$ – компоненты тензора напряжений Коши, отнесенные к внутреннему параметру состояния $\sigma^* = \sigma^*(\xi); \rho = r/b_0$, где b_0 – ширина полосы.

Составляющие скоростей деформаций $\dot{\varepsilon}_{ij}$ и υ_i перемещений связаны соотношениями

$$\dot{\varepsilon}_{\rho} = \frac{\partial \upsilon_{\rho}}{\partial \rho}; \\ \dot{\varepsilon}_{\alpha} = \frac{\upsilon_{\rho}}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \upsilon_{\alpha}}{\partial \alpha}; \\ \dot{\varepsilon}_{z} = \frac{\partial \upsilon_{z}}{\partial z};$$

$$\dot{\gamma}_{\rho\alpha} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \upsilon_{\rho}}{\partial \alpha} + \frac{\partial \upsilon_{\alpha}}{\partial \rho} - \frac{\upsilon_{\alpha}}{\rho};$$

$$\dot{\gamma}_{\alpha z} = \frac{\partial \upsilon_{\alpha}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \upsilon_{z}}{\partial \alpha}; \\ \\ \dot{\gamma}_{\rho z} = \frac{\partial \upsilon_{\alpha}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \upsilon_{z}}{\partial \alpha}; \\ \dot{\gamma}_{\rho z} = \frac{\partial \upsilon_{z}}{\partial \rho} + \frac{\partial \upsilon_{\rho}}{\partial z};$$

$$(3.4.2)$$

причем компоненты вектора скорости перемещения приняты поделенными на величину $\dot{\epsilon}^* R$, а составляющие тензора скоростей деформаций – на $\dot{\epsilon}^*$, где $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}^* (\xi)$ – внутренний параметр состояния, альтернативный $\sigma^* = \sigma^* (\xi)$.

В рассматриваемой задаче из-за принятого допущения о радиальном течении получаем

$$\upsilon_{\alpha} = \upsilon_z = 0. \tag{3.4.3}$$

Кроме того, в ноль обращаются производные по *z* функции напряжений, скоростей деформаций и перемещений. Такое допущение хорошо согласует экспериментальные и теоретические данные при больших сравнительно с толщиной прокатываемого листа радиусах валка.

С учетом сделанных допущений уравнения (3.4.1) преобразуются так

$$\frac{\partial \sigma_{\rho}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\rho\alpha}}{\partial \alpha} + \frac{\sigma_{\rho} - \sigma_{\alpha}}{\rho} = 0;$$

$$\frac{\partial \tau_{\rho\alpha}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{\alpha}}{\partial \alpha} + \frac{2\tau_{\rho\alpha}}{\rho} = 0.$$
(3.4.4)

Уравнения (3.4.2) принимают вид

$$\dot{\varepsilon}_{\rho} = \frac{\partial \upsilon_{\rho}}{\partial \rho}; \ \dot{\varepsilon}_{\alpha} = \frac{\upsilon_{\rho}}{\rho}; \ \dot{\gamma}_{\rho\alpha} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \upsilon_{\rho}}{\partial \alpha}.$$
(3.4.5)

Условие несжимаемости в скоростях, следуя (2.3.6), запишется следующим образом

$$\dot{\varepsilon}_{o} + \dot{\varepsilon}_{a} = 0. \tag{3.4.6}$$

К статическим и кинематическим уравнениям добавим определяющие соотношения (2.3.12)

$$\sigma_{\rho} - \sigma_{0} = \frac{2\sigma_{u}}{3\dot{\varepsilon}_{u}}\dot{\varepsilon}_{\rho}; \sigma_{\alpha} - \sigma_{0} = \frac{2\sigma_{u}}{3\dot{\varepsilon}_{u}}\dot{\varepsilon}_{\alpha};$$

$$\tau_{\rho\alpha} = \frac{\sigma_{u}}{3\dot{\varepsilon}_{u}}\dot{\gamma}_{\rho\alpha}; \qquad 3\sigma_{0} = \sigma_{\rho} + \sigma_{\alpha},$$
(3.4.7)

причем интенсивности напряжений σ_u и скоростей деформаций $\dot{\epsilon}_u$ считаются отнесенными соответственно к σ^* и $\dot{\epsilon}^*$.

Уравнение состояния (2.8.1) может быть представлено в форме

$$\sigma_{u} = 1 - m_{0} - \beta + (3m_{0} + \beta)\dot{\varepsilon}_{u} - 3m_{0}\dot{\varepsilon}_{u}^{2} + m_{0}\dot{\varepsilon}_{u}^{3}$$
(3.4.8)

где, как и выше, $\beta = \beta(\xi)$ – управляющий параметр (в условиях сверхпластичности $\beta < 0$), m_0 – материальная константа.

Граничные условия будут формулироваться в процессе решения задачи.

3.5. Основное дифференциальное уравнение задачи

Кинематические соотношения (3.4.5) подставим в условие несжимаемости (3.4.6). Имеем

$$\frac{\partial \upsilon_{\rho}}{\partial \rho} + \frac{\upsilon_{\rho}}{\rho} = 0.$$
 (3.5.1)

Интеграл полученного дифференциального уравнения будет равен

$$\upsilon_{\rho} = \frac{k(\alpha)}{\rho}, \qquad (3.5.2)$$

где $k = k(\alpha)$ – неизвестная функция, подлежащая установлению.

Воспользовавшись решением (3.5.2), для компонент скоростей деформаций можем записать

$$\dot{\varepsilon}_{\rho} = -\frac{k(\alpha)}{\rho^2}; \quad \dot{\varepsilon}_{\alpha} = \frac{k(\alpha)}{\rho^2}; \quad \dot{\gamma}_{\rho\alpha} = \frac{k'(\alpha)}{\rho^2}.$$
 (3.5.3)

Интенсивность скоростей деформаций определяется формулой (2.3.14), которую целесообразно переписать еще раз

$$\dot{\varepsilon}_{u} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[\left(\dot{\varepsilon}_{\rho} - \dot{\varepsilon}_{\alpha} \right)^{2} + \left(\dot{\varepsilon}_{\alpha} - \dot{\varepsilon}_{z} \right)^{2} + \left(\dot{\varepsilon}_{z} - \dot{\varepsilon}_{\rho} \right)^{2} + \frac{3}{2} \left(\dot{\gamma}_{\rho\alpha}^{2} + \gamma^{i}_{\alpha z}^{2} + \gamma^{i}_{z\rho}^{2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}.$$
 (3.5.4)

Учитывая радиальность течения металла в клиновидном сходящемся канале, следует положить $\dot{\varepsilon}_z = \dot{\gamma}_{\alpha z} = \dot{\gamma}_{z \rho} = 0$. Следовательно,

$$\dot{\varepsilon}_{u} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[\left(\dot{\varepsilon}_{\rho} - \dot{\varepsilon}_{\alpha} \right)^{2} + \dot{\varepsilon}_{\alpha}^{2} + \dot{\varepsilon}_{\rho}^{2} + \frac{3}{2} \dot{\gamma}_{\rho z}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}.$$
(3.5.5)

Подстановка зависимостей (3.5.3) в формулу (3.5.5) позволяет выражение для интенсивности скоростей деформаций представить в компактном виде

$$\dot{\varepsilon}_{u} = \frac{1}{\rho^{2}} L^{\frac{1}{2}}(\alpha), \qquad (3.5.6)$$

где $L = L(\alpha)$ равно

$$L(\alpha) = \frac{1}{3} \left[4k^{2}(\alpha) + k'^{2}(\alpha) \right].$$
 (3.5.7)

Определяющие соотношения (3.4.7) с учетом (3.5.6), (3.5.7) перепишутся так

$$\sigma_{\rho} - \sigma_{0} = -\frac{2}{3}T(\alpha,\rho)k(\alpha); \qquad \sigma_{\alpha} - \sigma_{0} = \frac{2}{3}T(\alpha,\rho)k(\alpha);$$

$$\tau_{\rho\alpha} = \frac{1}{3}T(\alpha,\rho)k'(\alpha), \qquad (3.5.8)$$

причем

$$T(\alpha,\rho) = (1 - m_0 - \beta)L^{-\frac{1}{2}}(\alpha) + \frac{3m_0 + \beta}{\rho^2} - \frac{3m_0}{\rho^4}L^{\frac{1}{2}}(\alpha) + \frac{m_0}{\rho^6}L(\alpha). \quad (3.5.9)$$

Из зависимостей (3.5.2), (3.5.3), (3.5.8) следует, что компоненты тензоров напряжений и скоростей деформации и вектора скорости перемещений будут найдены, если установлен явный вид функции $k = k(\alpha)$, которую будем, как и в [13, 70], называть разрешающей.

Для отыскания функции $k = k(\alpha)$ подставим компоненты напряжений (3.5.8), (3.5.9) в дифференциальные уравнения равновесия (3.4.4). Имеем

$$3\frac{\partial\sigma_{0}}{\partial\rho} = 2\frac{\partial T}{\partial\rho}k - \frac{1}{\rho}\frac{\partial T}{\partial\alpha}k' - \frac{1}{\rho}Tk'' + \frac{4}{\rho}Tk;$$

$$3\frac{\partial\sigma_{0}}{\partial\alpha} = -\rho\frac{\partial T}{\partial\rho}k' - 2\frac{\partial T}{\partial\alpha}\kappa - 4Tk',$$
(3.5.10)

где, как и выше, $T = T(\alpha, \rho); k = k(\alpha)$.

Продифференцируем первое равенство (3.5.10) по α , а второе – по ρ . Приравняв полученные результаты друг к другу, запишем следующее дифференциальное уравнение

$$4\frac{\partial^2 T}{\partial\rho\partial\alpha}k + 7\frac{\partial T}{\partial\rho}k' - \frac{1}{\rho}\frac{\partial^2 T}{\partial\alpha^2}k' - \frac{2}{\rho}\frac{\partial T}{\partial\alpha}k'' - \frac{1}{\rho}Tk''' + \frac{4}{\rho}\frac{\partial T}{\partial\alpha}k + \frac{4}{\rho}Tk' + \rho\frac{\partial^2 T}{\partial\rho^2}k' = 0.$$
(3.5.11)

Вычислим значения производных, входящих в уравнение (3.5.11), привлекая зависимость (3.5.9):

$$\frac{\partial T}{\partial \rho} = -\frac{2(3m_0 + \beta)}{\rho^3} + \frac{12m_0}{\rho^5} L^{\frac{1}{2}} - \frac{6m_0}{\rho^7} L;$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \rho^2} = \frac{6(3m_0 + \beta)}{\rho^4} - \frac{60m_0}{\rho^6} + \frac{42m_0}{\rho^8} L;$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \rho \partial \alpha} = \frac{6m_0}{\rho^5} L^{-\frac{1}{2}} L' - \frac{6m_0}{\rho^7} L';$$
(3.5.12)
$$\frac{\partial T}{\partial \alpha} = -\frac{1}{2} (1 - m_0 - \beta) L^{-\frac{3}{2}} L' - \frac{3}{2} \frac{m_0}{\rho^4} L^{-\frac{1}{2}} L' + \frac{m_0}{\rho^6} L';$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \alpha^2} = \frac{3}{4} (1 - m_0 - \beta) L^{-\frac{5}{2}} L^2 - \frac{1}{2} (1 - m_0 - \beta) L^{-\frac{3}{2}} L'' + \frac{m_0}{\rho^6} L';$$

$$+ \frac{3}{4} \frac{m_0}{\rho^4} L^{-\frac{3}{2}} L^2 - \frac{3}{2} \frac{m_0}{\rho^4} L^{-\frac{1}{2}} L'' + \frac{m_0}{\rho^6} L''.$$

Подстановка зависимостей (3.5.12) в уравнение (3.5.11) дает

$$\frac{24m^{0}}{\rho^{5}}L^{-\frac{1}{2}}L'k - \frac{24m^{0}}{\rho^{7}}L'k - \frac{14(3m_{0}+\beta)}{\rho^{3}}k' + \frac{84m^{0}}{\rho^{5}}L^{\frac{1}{2}}k - \frac{42m^{0}}{\rho^{7}}Lk' - \frac{3}{4}\frac{4m^{0}}{\rho^{7}}L'k' - \frac{3}{4}\frac{4m^{0}}{\rho^{7}}L'k' - \frac{3}{4}\frac{4m^{0}}{\rho^{7}}L'k' - \frac{3}{4}\frac{4m^{0}}{\rho^{7}}L'k' + \frac{3}{4}\frac{4m^{0}}{\rho^{5}}L^{-\frac{3}{2}}L'k' + \frac{3}{4}\frac{4m^{0}}{\rho^{5}}L^{-\frac{3}{2}}L'k' + \frac{3}{4}\frac{4m^{0}}{\rho^{5}}L^{-\frac{3}{2}}L'k' + \frac{3m^{0}}{\rho^{5}}L^{-\frac{1}{2}}L'k'' - \frac{4m^{0}}{\rho^{7}}L'k' + (1-m_{0}+\beta)\frac{1}{\rho}L^{-\frac{3}{2}}L'k'' + \frac{3m^{0}}{\rho^{5}}L^{-\frac{1}{2}}L'k'' - \frac{2m^{0}}{\rho^{7}}L'k'' - (1-m_{0}-\beta)\frac{1}{\rho}L^{-\frac{1}{2}}k''' - \frac{3m^{0}+\beta}{\rho^{3}}k''' + \frac{3m^{0}}{\rho^{5}}L^{\frac{1}{2}}k''' - \frac{m^{0}}{\rho^{7}}Lk'' - \frac{2m^{0}}{\rho^{7}}L'k' - (1-m_{0}-\beta)\frac{1}{\rho}L^{-\frac{1}{2}}k''' - \frac{3m^{0}+\beta}{\rho^{3}}k''' + \frac{3m^{0}}{\rho^{5}}L^{\frac{1}{2}}k''' - \frac{m^{0}}{\rho^{7}}Lk'' - \frac{2m^{0}}{\rho^{7}}L'k - \frac{6m^{0}}{\rho^{5}}L^{-\frac{1}{2}}L'k + \frac{4m^{0}}{\rho^{7}}L'k + \frac{4m^{0}}{\rho^{7}}L'k + \frac{4(1-m_{0}-\beta)L^{-\frac{1}{2}}k' + \frac{4(1-m_{0}-\beta)L^{-\frac{1}{2}}k' + \frac{4m^{0}}{\rho^{5}}L'^{\frac{1}{2}}k' + \frac{4m^{0}}{\rho^{3}}L'k - \frac{60m^{0}}{\rho^{5}}L^{\frac{1}{2}}k' + \frac{42m^{0}}{\rho^{7}}L'k + \frac{6(3m^{0}+\beta)}{\rho^{3}}k' - \frac{60m^{0}}{\rho^{5}}L^{\frac{1}{2}}k' + \frac{42m^{0}}{\rho^{7}}Lk' = 0.$$

$$(3.5.13)$$

Сгруппируем последнее уравнение по степеням $\rho\,.$ Имеем

$$\frac{3}{4} \frac{1 - m_0 - \beta}{\rho} L^{-\frac{5}{2}} \Big(-3L'^2 k' + 2LL'' k' + 4LL' k'' - 4L^2 k''' - 8LL' k + 16L^2 k' \Big) - \frac{3m_0 + \beta}{\rho^3} (k''' + 4k) + \frac{3}{4} \frac{m_0}{\rho^5} L^{-\frac{3}{2}} \Big(24LL' k + 16L^2 k' - L'^2 k'' + 2LL'' k' + 4LL' k'' + 4L^2 k''' \Big) - \frac{m_0}{\rho^7} \Big(20L' k + L'' k' + 2L' k'' + Lk''' + Lk'' + 2Lk'' k'' + 2L' k''$$

Полагаем, что уравнение (3.5.14) должно удовлетворяться при всех значениях ρ , входящих в него. В этом случае уравнение (3.5.14) разбивается на четыре дифференциальных уравнения относительно разрешающей функции $k = k(\alpha)$. Следовательно,

$$2LL''k' - 3L'^{2}k' + 4LL'k'' - 4L^{2}k''' - 8LL'k + 16L^{2}k' = 0;$$

$$k''' + 4k' = 0;$$

$$24LL'k + 16L^{2}k' - L'^{2}k' + 2LL''k' + 4LL'k'' + 4L^{2}k''' = 0;$$

$$20L'k + L''k' + 2L'k'' + Lk''' - Lk' = 0.$$

(3.5.15)

Несложно показать, что первое, третье и четвертое уравнения (3.5.15) тождественно удовлетворяются, при выполнении второго условия (3.5.15).

Таким образом, определение разрешающей функции $k = k(\alpha)$ сводится к интегрированию дифференциального уравнению эйлерового типа

$$k''' + 4k' = 0. \tag{3.5.16}$$

Решение уравнения (3.5.16) имеет вид

$$k(\alpha) = \frac{1}{2}c_{1}sin2\alpha - \frac{1}{2}c_{2}cos2\alpha + c_{3}, \qquad (3.5.17)$$

причем c_1, c_2, c_3 – произвольные постоянные интегрирования.

Для нахождения постоянных на рассматриваемом этапе имеем два граничных условия.

Одно из этих условий является тривиальным, принимаемым форму равенства нулю касательного напряжения на продольной нейтральной плоскости полосы. Имеем

$$\tau_{\rho\alpha}|_{\alpha=0} = 0. \tag{3.5.18}$$

Условие (3.5.18) в соответствие (3.5.8) означает, что k'(0) = 0.

Дифференцируя по α зависимость (3.5.17), получим

$$k'(\alpha) = c_1 \cos 2\alpha + c_2 \sin 2\alpha,$$

(3.5.19)

Полагая в (3.5.19) $\alpha = 0$, получаем

$$c_1 = 0.$$
 (3.5.20)

Далее, принимаем во внимание условие (2.4.2), которое для рассматриваемого случая запишется в виде

$$\tau_{\rho\alpha}\Big|_{\alpha=\frac{\alpha_1}{2}}=-\chi\tau_{max}\Big|_{\alpha=\frac{\alpha_1}{2}}.$$

(3.5.21)

Величина максимального касательного напряжения определяется известной формулой

$$\tau_{max} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\sigma_{\rho} - \sigma_{\alpha}\right)^2 + 4\tau_{\rho\alpha}^2}, \qquad (3.5.22)$$

Подставив в условие (3.5.21) компоненты напряжений (3.5.8), после несложных преобразований получим зависимость, связывающую постоянные c_2 и c_3 :

$$c_3 = \frac{c_2}{2} \psi(\alpha_1, \chi),$$
 (3.5.23)

где для $\psi(\alpha_1, \chi)$ получено выражение

$$\psi(\alpha_1, \chi) = \frac{\sqrt{1-\chi^2}}{\chi} \sin \alpha_1 - \cos \alpha_1. \qquad (3.5.24)$$

С учетом (3.5.23) разрешающая функция $k = k(\alpha)$ (2.3.17) определяется так

$$k(\alpha) = \frac{c_2}{2}(\psi - \cos 2\alpha).$$
 (3.5.25)

Очевидно, что не установленной остается постоянная интегрирования c_2 , для определения которой обратимся к кинематической стороне процесса прокатки.

Функция $\psi(\alpha_1, \chi)$ может рассматриваться как параметр, связывающий при контакте угол захвата α_1 и контактную характеристику χ .

На рисунке 3.3 приведены графики зависимостей параметра ψ от угла α₁ при приемлемых (раздел 3.2) значениях коэффициента χ=0,3, 0,4, 0,45. 0,5.

Из графиков видно, что величина ψ стабильно уменьшается с возрастанием α_1 и χ .



Рисунок 3.3 – Зависимость параметра ψ от угла захвата валков при различных значениях χ

3.6. Анализ поля скоростей перемещений

Согласно [37, 61, 67], очаг деформации представляется в виде клина, ограниченного двумя поверхностями разрыва скоростей $\rho_1 = \rho_1(\alpha), \rho_2 = \rho_2(\alpha)$ (рис.3.2). Для нахождения уравнений указанных поверхностей запишем сначала условие равенства скоростей перемещений, нормальных к поверхности разрыва на входе в валки слева и справа (рис.3.4). Имеем

$$\upsilon_1 \cos(\alpha + \alpha_{\rho}) = \upsilon_{\rho} \cos \alpha_{\rho}, \qquad (3.6.1)$$

причем υ_1 будем рассматривать как среднюю скорость перемещения металла на входе в валки, а υ_{ρ} , как и выше, – скорость радиального перемещения.



Рисунок 3.4 – К выводу уравнения поверхности разрыва скоростей перемещений

Разрешая равенство (3.6.1) относительно υ_{o} , получаем:

$$\upsilon_{\rho} = \upsilon_{1} (\cos \alpha - \sin \alpha) t g \alpha_{\rho}, \qquad (3.6.2)$$

Здесь [61]

$$tg\alpha_{\rho} = -\frac{d\rho_1}{\rho_1 d\alpha}.$$
(3.6.3)

Величина υ_{ρ} определяется через разрешающую функцию $k = k(\alpha)$ по формуле (3.5.2). Если учесть при этом (3.6.2) и (3.6.3), то будем иметь

$$\frac{k(\alpha)}{\rho_1} = \upsilon_1 \left(\cos \alpha + \sin \alpha \frac{d\rho_1}{\rho_1 d\alpha} \right),$$

ИЛИ

$$\frac{k(\alpha)}{\rho_1} = \upsilon_1 (\cos \alpha + \sin \alpha) \frac{\rho_1'}{\rho_1}.$$
(3.6.4)

После приведения (3.6.4) к общему знаменателю правую часть этого выражения можно свернуть и переписать так

$$k(\alpha) = \upsilon_1(\rho_1 \sin \alpha)'. \qquad (3.6.5)$$

Интегрируя (3.6.5), будем иметь

$$\int_{0}^{\alpha} k(\alpha) d\alpha = v_{1} \rho_{1} \sin \alpha . \qquad (3.6.6)$$

Левая часть (3.6.6) легко вычисляется после подстановки в него (3.5.25). Имеем

$$\frac{c_2}{2}\int_{0}^{\alpha} (\psi - \cos 2\alpha) d\alpha = \frac{c_2}{4} (2\psi\alpha - \sin 2\alpha).$$
(3.6.7)

Приравнивая друг другу правые части (3.6.6) и (3.6.7), для функции $\rho_1 = \rho_1(\alpha)$ можем записать

$$\rho_1 = \frac{c_2}{4\upsilon_1} \frac{2\psi\alpha - \sin 2\alpha}{\sin \alpha}.$$
(3.6.8)

Аналогично (3.6.8), получаем уравнение поверхности разрыва скоростей перемещений на выходе из валков в виде

$$\rho_2 = \frac{c_2}{4\upsilon_1} (1 - \Lambda) \frac{2\psi\alpha - \sin 2\alpha}{\sin \alpha}, \qquad (3.6.9)$$

где Λ – обжатие полосы (3.3.1).

Заметим, что уравнение (3.6.9) записано с привлечением условия несжимаемости.

Вычислим теперь величину секундного объема, проходящего через поверхность $\rho_1 = \rho_1(\alpha)$ в очаге деформации

$$W_c = \iint_A \upsilon_{\rho} \Big|_{\rho = \rho_1} dA, \qquad (3.6.10)$$

Здесь *А* – площадь поверхности $\rho_1 = \rho_1(\alpha)$.

Если учесть, что в цилиндрических координатах $dA = \rho d\alpha dz$, то для секундного объема, приходящегося на единицу ширины полосы, получим

$$W_{c} = 2 \int_{0}^{\frac{\alpha_{1}}{2}} v_{\rho} \Big|_{\rho = \rho_{1}} \rho_{1} d\alpha_{1}, \qquad (3.6.11)$$

причем α_1 – угол захвата полосы.

Принимаем во внимание формулу (3.5.2), которая при $\rho = \rho_1$ перепишется так

$$\upsilon_{\rho}\Big|_{\rho=\rho_{1}} = \frac{k(\alpha)}{\rho_{1}}.$$
(3.6.12)

Подставляя (3.6.12) в (3.6.11), будем иметь

$$W_c = 2 \int_{0}^{\frac{\alpha_1}{2}} k(\alpha) d\alpha$$
. (3.6.13)

Воспользовавшись формулой (3.6.7), для нахождения величины секундного объема получим

$$W_c = \frac{c_2}{2} (\psi \alpha_1 - \sin \alpha_1). \qquad (3.6.14)$$

На основании теоремы о среднем, интеграл (3.6.13) можно представить следующим образом

$$2\int_{0}^{\frac{\alpha_{1}}{2}}k(\alpha)d\alpha = \upsilon_{1}h_{1}\alpha_{1}. \qquad (3.6.15)$$

где h_1 – отнесенная к ширине полосы толщина на входе в очаг деформации.

Из сопоставления (3.6.14) и (3.6.15) установим величину постоянной c_2 , которая будет определяться выражением

$$c_2 = \frac{2\upsilon_1 h_1}{\overline{\Psi}},\tag{3.6.16}$$

где

$$\overline{\Psi} = \frac{\alpha_1}{\psi \alpha_1 - \sin \alpha_1}, \qquad (3.6.17)$$

причем для $\psi = \psi(\alpha_1, \chi)$ получено (3.5.24).

Теперь в окончательном варианте приведем формулы для определения:

– разрешающей функции

$$k(\alpha) = \frac{\upsilon_1 h_1}{\overline{\Psi}} (\psi - \cos 2\alpha); \qquad (3.6.18)$$

- скорости радиального перемещения

$$\upsilon_{\rho} = \frac{\upsilon_1 h_1}{\overline{\Psi} \rho} (\Psi - \cos 2\alpha); \qquad (3.6.19)$$

– функции $\rho_1(\alpha)$, $\rho_2(\alpha)$, ограничивающих в радиальном направлении очаг пластической деформации

$$\rho_{1}(\alpha) = h_{1} \frac{2\psi\alpha - \sin 2\alpha}{2\overline{\Psi}\sin\alpha};$$

$$\rho_{2}(\alpha) = (1 - \Lambda)h_{1} \frac{2\psi\alpha - \sin 2\alpha}{2\overline{\Psi}\sin\alpha};$$
(3.6.20)

- составляющих скоростей деформаций
$$\dot{\varepsilon}_{\rho} = -\frac{\upsilon_1}{\rho^2 \overline{\Psi}} (\psi - \cos 2\alpha); \dot{\varepsilon}_{\alpha} = \frac{\upsilon_1}{\rho^2 \overline{\Psi}} (\psi - \cos 2\alpha); \dot{\gamma}_{\rho\alpha} = \frac{2\upsilon_1}{\rho^2 \overline{\Psi}} \sin 2\alpha. \quad (3.6.21)$$

В заключение приведем графическое представление зависимости параметра $\overline{\Psi}$ от угла захвата валков α_1 и контактных условий χ (рис. 3.5).



Рисунок 3.5 – Зависимость параметра $\overline{\Psi}$ от угла захвата валков при различных значениях χ

3.7. Компоненты тензора напряжений

Составляющие напряжений будем определять, используя систему дифференциальных уравнений равновесия (3.4.4) совместно с (3.5.8), (3.5.9), привлекая зависимости (3.6.18) – (3.6.21).

В соответствии сказанному рассмотрим первое уравнение равновесия (3.4.4), которое перепишем следующим образом

$$\frac{\partial \sigma_{\rho}}{\partial \rho} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\rho\alpha}}{\partial \alpha} - \frac{\sigma_{\rho} - \sigma_{\alpha}}{\rho}.$$
(3.7.1)

Дифференцируя по α выражение для касательного напряжения τ_{ρα} (3.5.8), получим

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\rho\alpha}}{\partial \alpha} = \frac{1}{3\rho} \left(\frac{\partial T}{\partial \alpha} k' + T k'' \right).$$
(3.7.2)

Производная $\frac{\partial T}{\partial \alpha}$ уже вычислена выше (3.5.12) и определяется выражением

 $\frac{\partial T}{\partial \alpha} = -\frac{1}{2} \left(1 - m_0 - \beta \right) L^{-\frac{3}{2}} L' - \frac{3}{2} \frac{m_0}{\rho^4} L^{-\frac{1}{2}} L' + \frac{m_0}{\rho^6} L'.$ (3.7.3)

Напомним, что m_0 является материальной константой деформируемого сплава, $\beta = \beta(\xi)$ – управляющий параметр, в изотермических условиях сохраняющий постоянное значение при конкретной температуре ξ .

Второе слагаемое в правой части (3.7.1) легко вычисляется из первых двух формул (3.5.8) и равно

$$\frac{\sigma_{\rho} - \sigma_{\alpha}}{\rho} = -\frac{4}{3\rho} Tk \,. \tag{3.7.4}$$

Вносим (3.7.2) и (3.7.4) в уравнение (3.7.1) и получаем

$$3\frac{\partial\sigma_{\rho}}{\partial\rho} = -\frac{\partial T}{\partial\alpha}\frac{k'}{\rho} - T\frac{k'' - 4k}{\rho}.$$
(3.7.5)

Интегрируя (3.7.5) по ρ , будем иметь

$$3\sigma_{\rho} = -k' \int \frac{\partial T}{\partial \alpha} \frac{\partial \rho}{\rho} - (k'' - 4k) \int T \frac{\partial \rho}{\rho} + D(\alpha), \qquad (3.7.6)$$

где $D(\alpha)$ – произвольная функция угла α , подлежащая определению.

Вычисление интегралов, входящих в (3.7.6) дает

$$\int \frac{\partial T}{\partial \alpha} \frac{d\rho}{\rho} = L' \int \left[-\frac{1}{2\rho} (1 - m_0 - \beta) L^{-\frac{3}{2}} - \frac{3}{2} \frac{m_0}{\rho^5} L^{-\frac{1}{2}} + \frac{m_0}{\rho^7} \right] d\rho =$$

$$= L' \left[-\frac{1}{2} (1 - m_0 - \beta) L^{-\frac{3}{2}} ln \rho + \frac{3}{8} \frac{m_0}{\rho^4} L^{-\frac{1}{2}} - \frac{m_0}{6\rho^6} \right];$$

$$\int T \frac{d\rho}{\rho} = \int \left[\frac{1 - m_0 - \beta}{\rho} L^{-\frac{1}{2}} + \frac{3m_0 + \beta}{\rho^3} - \frac{3m_0}{\rho^5} L^{\frac{1}{2}} + \frac{m_0}{\rho^7} L \right] d\rho =$$

$$= (1 - m_0 - \beta) L^{-\frac{1}{2}} ln \rho - \frac{3m_0 + \beta}{2\rho^2} + \frac{3m_0}{4\rho^4} L^{\frac{1}{2}} - \frac{m_0}{6\rho^6} L.$$

После подстановки последних выражений в (3.7.6) можем записать формулу для определения радиального напряжения. Имеем

$$3\sigma_{\rho} = \left(1 - m_0 - \beta\right) \left(\frac{k'L'}{2L} - k'' + 4k\right) L^{-\frac{1}{2}} ln \rho + \frac{3m_0 + \beta}{2\rho^2} (k'' - 4k) - \frac{3}{4} m_0 \left(\frac{k'L'}{2L} + k'' - 4k\right) \frac{L^{\frac{1}{2}}}{\rho^4} + \frac{m_0}{6} \left(\frac{k'L'}{L} + k'' - 4k\right) \frac{L}{\rho^6} + D(\alpha).$$
(3.7.7)

Перейдем теперь к установлению величины окружного напряжения σ_α. Для этого рассмотрим первые две зависимости (3.5.8), из которых следует, что

$$3\sigma_{\rho} - 3\sigma_{0} = -2Tk; \quad 3\sigma_{\alpha} - 3\sigma_{0} = 2Tk.$$
 (3.7.8)

Исключая из этих зависимостей среднее напряжение σ_0 , получим

$$3\sigma_0 = 3\sigma_\rho + 2T \qquad 3\sigma_\alpha = 3\sigma_0 + 2Tk. \tag{3.7.9}$$

Приравняв друг другу правые части равенства (3.7.9), для окружного напряжения σ_α можем записать

$$3\sigma_{\alpha} = 3\sigma_{\rho} + 4Tk. \tag{3.7.10}$$

Подставив (3.7.10) в (3.7.7), а также выражение для $T = T(\alpha, \rho)$ (3.5.9) приходим к зависимости для определения окружного напряжения σ_{α} .

Следовательно,

$$3\sigma_{\alpha} = (1 - m_0 - \beta)L^{-\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{k'L'}{2L} - k'' + 4k \right) ln\rho + 4k \right] + \frac{3m_0 + \beta}{2\rho^2} (k'' + 4k) - \frac{3m_0}{4\rho^4} L^{\frac{1}{2}} \left(\frac{k'L'}{2L} + k'' + 12k \right) + \frac{m_0}{6} \frac{L}{\rho^6} \left(\frac{k'L'}{L} + k'' + 20k \right) + D(\alpha).$$
(3.7.11)

Величина касательного напряжения $\tau_{\rho\alpha}$ (3.5.8) с учетом (3.5.9) будет равна

$$3\tau_{\rho\alpha} = \left[\left(1 - m_0 - \beta\right)L^{-\frac{1}{2}} + \frac{3m_0 + \beta}{\rho^2} - \frac{3m_0}{\rho^4}L^{\frac{1}{2}} + \frac{m_0}{\rho^6}L \right]k'.$$
(3.7.12)

Заметим, что функции, входящие в соотношения для напряжений (3.7.7), (3.7.11) и (3.7.12), являются функциями угла захвата α . Для них получено

$$L = L(\alpha) = \frac{4}{3} \frac{\upsilon_1^2 h_1^2}{\overline{\Psi}^2} (1 + \psi^2 - 2\psi \cos 2\alpha) = \frac{4}{3} \frac{\upsilon_1^2 h_1^2}{\overline{\Psi}^2} H(\alpha);$$

$$L' = L'(\alpha) = \frac{16}{3} \frac{\upsilon_1^2 h_1^2}{\overline{\Psi}^2} \psi \sin 2\alpha;$$

$$k = k(\alpha) = \frac{\upsilon_1 h_1}{\overline{\Psi}} (\psi - \cos 2\alpha) = \frac{\upsilon_1 h_1}{\overline{\Psi}} H_1(\alpha);$$

$$k' = k'(\alpha) = \frac{2\upsilon_1 h_1}{\overline{\Psi}} \sin 2\alpha; \quad k'' = \frac{4\upsilon_1 h_1}{\overline{\Psi}} \cos 2\alpha;$$

$$\rho_1 = \rho_1(\alpha) = \frac{h_1}{\overline{\Psi}} \frac{2\psi\alpha - \sin 2\alpha}{2\sin \alpha} = \frac{h_1}{\overline{\Psi}} H_2(\alpha);$$

$$\rho_2 = \rho_2(\alpha) = \frac{h_1}{\overline{\Psi}} (1 - \Lambda) H_2(\alpha);$$

$$\frac{k'L'}{L} = \frac{8\upsilon_1 h_1}{\overline{\Psi}} \frac{\psi \sin^2 2\alpha}{H(\alpha)};$$

$$k'' - 4k = \frac{4\upsilon_1 h_1}{\overline{\Psi}} (2\cos 2\alpha - \psi) = \frac{4\upsilon_1 h_1}{\overline{\Psi}} H_3(\alpha).$$
(3.7.13)

В качестве граничного условия для нахождения функции $D(\alpha)$ примем условие равенства нулю окружного напряжения σ_{α} на выходе из очага деформации. Другими словами,

$$\sigma_{\alpha}\Big|_{\rho=\rho_{2}+0}=0.$$
 (3.7.14)

Установленные при условии (3.7.14) составляющие напряжений будут, естественно, относиться к зоне опережения. При этом логично ввести обозначение $D(\alpha) = D_+(\alpha)$.

После подстановки (3.7.14) в зависимость (3.7.11) для величины $D_+(\alpha)$ будем иметь

$$D_{+}(\alpha) = -(1 - m_{0} - \beta)L^{-\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{k'L'}{2L} - k'' + 4k \right) ln\rho_{2} + 4k \right] - \frac{3m_{0} + \beta}{2\rho_{2}^{2}} (k'' + 4k) + \frac{3}{4} \frac{m_{0}}{\rho_{2}^{4}} L^{\frac{1}{2}} \left(\frac{k'L'}{2L} + k'' + 12k \right) - \frac{m_{0}}{6} \frac{L}{\rho_{2}^{6}} \left(\frac{k'L'}{L} + k'' + 20k \right).$$
(3.7.15)

Принимая во внимание результат (3.7.15), можно записать окончательно выражения для составляющих напряжений в зоне опережения ($\rho_2 \le \rho \le \rho_0$, где

 $\rho_0 = \rho_0(\alpha)$ – уравнение поверхности, разделяющей зоны отставания и опережения):

$$\begin{split} \sigma_{\rho} &= \frac{1}{3} \left\{ \left(1 - m_{0} - \beta \right) L^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{k'L'}{2L} - k'' + 4k \right) ln \frac{\rho}{\rho_{2}} - \right. \\ &- 4 \left(1 - m_{0} - \beta \right) L^{-\frac{1}{2}} k - \frac{3m_{0} + \beta}{2} \left(\frac{1}{\rho_{2}^{2}} - \frac{1}{\rho^{2}} \right) \left(k'' - 4k \right) - \\ &- \frac{4(3m_{0} + \beta)k}{\rho_{2}^{2}} + \frac{3}{4} m_{0} \left(\frac{1}{\rho_{2}^{4}} - \frac{1}{\rho^{4}} \right) L^{\frac{1}{2}} \left(\frac{k'L'}{2L} + k'' - 4k \right) + \\ &+ \frac{12m_{0}L^{\frac{1}{2}}}{\rho_{2}^{4}} k + \frac{m_{0}}{6} \left(\frac{1}{\rho_{2}^{6}} - \frac{1}{\rho^{6}} \right) L \left(\frac{k'L'}{L} + k'' - 4k \right) - 4m_{0}L \frac{k}{\rho_{2}^{6}} \right\}; \end{split}$$
(3.7.16)

$$&\sigma_{\alpha} = \frac{1}{3} \left\{ \left(1 - m_{0} - \beta \right) L^{-\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{k'L'}{2L} - k'' + 4k \right) ln \frac{\rho}{\rho_{2}} \right] - \\ &- \frac{3m_{0} + \beta}{2} \left(k'' + 4k \right) \left(\frac{1}{\rho_{2}^{2}} - \frac{1}{\rho^{2}} \right) + \frac{3}{4} m_{0}L^{\frac{1}{2}} \left(\frac{k'L'}{2L} + k'' + 12k \right) \left(\frac{1}{\rho_{2}^{4}} - \frac{1}{\rho^{4}} \right) + \\ &+ \frac{m_{0}}{6} L \left(\frac{k'L'}{L} + k'' + 20k \right) \left(\frac{1}{\rho_{2}^{6}} - \frac{1}{\rho^{6}} \right); \end{aligned}$$
(3.7.17)

3.8. Параметры очага пластической деформации

Естественным можно считать, что на входе и выходе из очага деформации продольные усилия должны обращаться в ноль. Такому утверждению отвечают равенства

$$N_{1} = 2\int_{0}^{\frac{\alpha_{1}}{2}} \sigma_{\rho} \Big|_{\rho=\rho_{1}} dA = 0; \qquad (3.8.1)$$

$$N_{2} = 2 \int_{0}^{\frac{\alpha_{1}}{2}} \sigma_{\rho} \Big|_{\rho = \rho_{2}} dA = 0.$$
 (3.8.2)

Здесь N₁, N₂ – продольные усилия, приходящиеся на единицу ширины полосы.

Вначале остановимся на зависимости (3.8.2). Полагая в формуле (3.7.16) $\rho = \rho_2$ и подставляя полученный результат в формулу (3.8.2) будем иметь

$$\int_{0}^{\frac{\alpha_{1}}{2}} \left[(1 - m_{0} - \beta)L^{-\frac{1}{2}}k + \frac{3m_{0} + \beta}{\rho_{2}^{2}}k - \frac{3m_{0}}{\rho_{2}^{4}}L^{\frac{1}{2}}k + \frac{m_{0}}{\rho_{2}^{6}}Lk \right] \rho_{2}d\alpha = 0.$$
(3.8.3)

Записанный интеграл после подстановки в него зависимостей (3.7.13) может быть преобразован к кубическому уравнению вида

$$a_0(\alpha_1) + a_1(\alpha_1)\mu + a_2(\alpha_1)\mu^2 + a_3(\alpha_1)\mu^3 = 0; \qquad (3.8.4)$$

Здесь µ является параметром, обобщающим скоростной и геометрический факторы процесса продольной прокатки и определяемый следующим выражением

$$\mu = \upsilon_1 \left(\frac{\overline{\Psi}}{h_1 (1 - \Lambda)} \right)^2, \qquad (3.8.5)$$

где υ_1, h_1 – средняя скорость перемещения металла и толщина заготовки на входе в валки, Λ – обжатие полосы, $\overline{\Psi}$ – технологический параметр (3.6.17), а коэффициенты уравнения (3.8.4) представимы в форме,

$$a_{0}(\alpha_{1}) = \frac{\sqrt{3}}{2}(1 - m_{0} - \beta)J_{0}(\alpha_{1}); \quad a_{1}(\alpha_{1}) = (3m_{0} + \beta)J_{1}(\alpha_{1});$$

$$a_{2}(\alpha_{1}) = -2\sqrt{3}m_{0}J_{2}(\alpha_{1}); \quad a_{3}(\alpha_{1}) = \frac{4}{3}m_{0}J_{3}(\alpha_{1});$$

(3.8.6)

причем

$$J_{0}(\alpha_{1}) = \int_{0}^{\frac{\alpha_{1}}{2}} H_{2}(\alpha) H_{1}(\alpha) H^{-\frac{1}{2}}(\alpha) d\alpha; J_{1}(\alpha_{1}) = \int_{0}^{\frac{\alpha_{1}}{2}} H_{1}(\alpha) H_{2}^{-1}(\alpha) d\alpha; \quad (3.8.7)$$

$$J_{2}(\alpha_{1}) = \int_{0}^{\frac{\alpha_{1}}{2}} H^{\frac{1}{2}}(\alpha) H_{1}(\alpha) H_{2}^{-3}(\alpha) d\alpha; J_{3}(\alpha_{1}) = \int_{0}^{\frac{\alpha_{1}}{2}} H(\alpha) H_{1}(\alpha) H_{2}^{-5}(\alpha) d\alpha;$$

Отметим, что явные выражения функций $H(\alpha_1), H_1(\alpha_1), H_2(\alpha_1)$ приведены в сводке формул (3.7.13).

Напомним, что параметр μ (3.8.5), удовлетворяющий уравнению (3.8.4), относится к зоне опережения ($\rho_2 \le \rho \le \rho_0$).

На рисунках 3.7–3.10 представлены результаты численного решения кубического уравнения (3.8.4) в форме графических зависимостей параметра μ от угла захвата α_1 при приемлемых из технологических соображений [59] коэффициентах χ . Конкретные расчеты осуществлены для двух алюминиевых сплавов – АМг5 (рис. 3.7, 3.8) и Д18Т (рис. 3.9, 3.10) при следующих исходных данных:

- для сплава АМг5 $m_0 = 0,333; \beta = -0,134;$ $m_0 = 0,333; \beta = 0,231;$ - для сплава Д18Т $m_0 = 0,396; \beta = -0,127;$ $m_0 = 0,396; \beta = 0,124.$

 $\begin{array}{c} 0 \\ -0,1 \\ 0 \\ 0,2 \\ -0,3 \\ -0,4 \\ -0,5 \\ -0,6 \\ -0,7 \\ -0,8 \end{array}$



Рисунок 3.7 – График функции $\mu = \mu(\alpha_1)$ (сплав АМг5 при m_0 =0.3333, β =-0.134)

-0,9

-1



Рисунок 3.9 – График функции $\mu = \mu(\alpha_1)$

Рисунок 3.8 – График функции $\mu = \mu(\alpha_1)$ (сплав АМг5 при $m_0=0.3333$, $\beta=0.231$



Рисунок 3.10 – График функции $\mu = \mu(\alpha_1)$

$$\upsilon_1 = \mu \left(\frac{h_1(1-\Lambda)}{\overline{\Psi}}\right)^2 \tag{3.8.8}$$

Напомним, что температурному диапазону сверхпластичности соответствуют значения β<0.

Зависимостью (3.8.8) устанавливается связь средней скорости перемещения металла на входе в очаг деформации от геометрических (α_1, Λ), технологических (χ) и термических (ξ) параметров процесса прокатки.

3.9. Напряженное состояние в зоне отставания

Рассмотрим формулу для радиального напряжения (3.7.7), которую перепишем следующим образом

$$3\sigma_{\rho} = (1 - m_0 - \beta)L^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{k'L'}{2L} - k'' + 4k\right) ln\rho + \frac{3m_0 + \beta}{2\rho^2} (k'' - 4k) - \frac{3}{4}m_0 \frac{L^{\frac{1}{2}}}{\rho^4} \left(\frac{k'L'}{2L} + k'' - 4k\right) + m_0 \frac{L}{6\rho^6} \left(\frac{k'L'}{L} - k'' + 4k\right) + D_-(\alpha),$$
(3.9.1)

где $D_{-}(\alpha)$ – произвольная функция , определяемая в зоне отставания.

Условие (3.8.1) приводит к интегралу

$$\int_{0}^{\frac{\alpha_{1}}{2}} \left[\left(1 - m_{0} - \beta\right) L^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{k'L'}{2L} - k'' + 4k\right) ln \rho_{1} + \frac{3m_{0} + \beta}{2\rho_{1}^{2}} \left(k'' - 4k\right) - \left(3.9.2\right) - \frac{3}{4} m_{0} \frac{L^{\frac{1}{2}}}{\rho_{1}^{4}} \left(\frac{k'L'}{2L} + k'' - 4k\right) + m_{0} \frac{L}{6\rho_{1}^{6}} \left(\frac{k'L'}{L} - k'' + 4k\right) + D_{-}(\alpha) \right] \rho_{1} d\alpha = 0$$

Если учесть введенные выше условные обозначения (3.7.13), то, раскрыв интеграл (3.9.2), получим уравнение

$$2\sqrt{3}(1-m_{0}-\beta)Q_{0}(\alpha_{1})+2(3m_{0}+\beta)\frac{\upsilon_{1}\overline{\Psi}}{h_{1}}Q_{1}(\alpha_{1})-$$

$$-2\sqrt{3}m_{0}\frac{\upsilon_{1}^{2}\overline{\Psi}^{2}}{h_{1}^{2}}Q_{2}(\alpha_{1})+\frac{8}{9}m_{0}\frac{\upsilon_{1}^{3}\overline{\Psi}^{3}}{h_{1}^{3}}Q_{3}(\alpha_{1})+\int_{0}^{\frac{\alpha_{1}}{2}}D_{-}(\alpha)H_{2}(\alpha)d\alpha=0.$$
(3.9.3)

Здесь

$$Q_{0}(\alpha_{1}) = \int_{0}^{\frac{\alpha_{1}}{2}} \left[\frac{\psi \sin^{2} 2\alpha}{H^{\frac{3}{2}}(\alpha)} - \frac{H_{3}(\alpha)}{H^{\frac{1}{2}}(\alpha)} \right] H_{2}(\alpha) ln \left[\frac{h_{1}}{\Psi} H_{2}(\alpha) \right] d\alpha;$$

$$Q_{1}(\alpha_{1}) = \int_{0}^{\frac{\alpha_{1}}{2}} \frac{H_{3}(\alpha)}{H_{2}(\alpha)} d\alpha; \qquad Q_{2}(\alpha_{1}) = \int_{0}^{\frac{\alpha_{1}}{2}} \frac{H^{\frac{1}{2}}(\alpha)}{H^{\frac{3}{2}}(\alpha)} \left[\frac{\psi \sin^{2} 2\alpha}{H(\alpha)} + H_{3}(\alpha) \right] d\alpha;$$

$$Q_{3}(\alpha_{1}) = \int_{0}^{\frac{\alpha_{1}}{2}} \frac{H(\alpha)}{H^{\frac{5}{2}}(\alpha)} \left[\frac{2\psi \sin^{2} 2\alpha}{H(\alpha)} + H_{3}(\alpha) \right] d\alpha. \qquad (3.9.4)$$

Уравнение (3.9.3) представим в виде

$$F(\alpha_{1}) + \int_{0}^{\frac{\alpha_{1}}{2}} D_{-}(\alpha) H_{2}(\alpha) d\alpha = 0, \qquad (3.9.5)$$

где

$$F(\alpha_{1}) = 2\sqrt{3}(1 - m_{0} - \beta)Q_{0}(\alpha_{1}) + 2(3m_{0} + \beta)\frac{\upsilon_{1}\Psi}{h_{1}}Q_{1}(\alpha_{1}) - 2\sqrt{3}m_{0}\frac{\upsilon_{1}^{2}\overline{\Psi}^{2}}{h_{1}^{2}}Q_{2}(\alpha_{1}) + \frac{8}{9}m_{0}\frac{\upsilon_{1}^{3}\overline{\Psi}^{3}}{h_{1}^{3}}Q_{3}(\alpha_{1}).$$
(3.9.6)

Для определения величины $\upsilon_1 \overline{\Psi} / h_1$ обратимся к формуле (3.3.2), в которой положим $h = h_1, \alpha = \alpha_1$. Имеем

$$h_1 = h_2 + 2R(1 - \cos \alpha_1) \tag{3.9.7}$$

Разделив обе части равенства на h₁, получим

$$1 - \Lambda = \frac{2R}{h_1} (1 - \cos \alpha_1)$$
 (3.9.8)

Если воспользоваться теперь формулой (3.8.5), то величина $\frac{\upsilon_1 \overline{\Psi}}{h_1}$ может

быть выражена через µ следующим образом

$$\frac{\upsilon_1 \overline{\Psi}}{h_1} = \mu \left(\frac{h_1}{\overline{\Psi}}\right) \left[\frac{2R}{h_1} \left(1 - \cos \alpha_1\right)\right]^2,$$

(3.9.9)

где µ является решением уравнения (3.8.4).

рис. представлены графики функций $F = F(\alpha_1)$, Ha 3.11-3.18 построенные на основании формулы (3.9.6) с использованием зависимостей (3.9.4) и (3.9.9). Кривые $F(\alpha_1)$ получены для параметров, отвечающих сплаву АМг5. При этом данные, приведены на рис. 3.11-3.14, соответствуют температурным условиям реализации эффекта сверхпластичности ($\beta = -0.134$), а на рис. 3.15-3.18 – вне указанных условий ($\beta = 0.231$), но при приемлемых, как указано ранее [59], значениях контактного коэффициента χ . Каждая из кривых, 3.11-3.18, соответствуют исходной толщине показанных рис. на h_1 прокатываемой заготовки $(0,01 \le h_1 \le 0,1)$. Заметим, что качественно картина поведения функций $F = F(\alpha_1)$ не изменяется и для других алюминиевых сплавов, проявляющих сверхпластические свойства.



Рисунок 3.11 – сплав АМг5 при β=-0,134;m₀=0,3333;χ=0,3



Рисунок 3.12 – сплав АМг5 при β =-0,134;m₀=0,3333; χ =0,4



Рисунок 3.13 – сплав АМг5 при β =-0,134;m₀=0,3333; χ =0,45



Рисунок 3.14 – сплав АМг5 при β=-0,134;m₀=0,3333;χ=0,5



Рисунок 3.15 – сплав АМг5 при β=0,231;m₀=0,3333;χ=0,3



Рисунок 3.26 – сплав АМг5 при β=0,231;m₀=0,3333;χ=0,4



Рисунок 3.27 – сплав АМг5 при β=0,231;m₀=0,3333;χ=0,45



Рисунок 3.18 – сплав АМг5 при β=0,231;m₀=0,3333;χ=0,5

Легко видеть, что семейство кривых $F = F(\alpha_1)$ можно аппроксимировать квадратичной функцией вида

$$F(\alpha_1) = b\alpha_1^2 + p\alpha_1,$$
 (3.9.10)

причем коэффициенты *b* и *p* вычислены с использованием метода наименьших квадратов и сведены в таблицу 3.1 для сплава АМг5, а в таблицу 3.2 – для сплава Д18Т.

С учетом (3.9.10) уравнение (3.9.5) может быть записано следующим образом

$$b\alpha_1^2 + p\alpha_1 = -\int_0^{\frac{\alpha_1}{2}} D_-(\alpha) H(\alpha) d\alpha$$
. (3.9.11)

Дифференцируя обе части равенства (3.9.11) по $\frac{\alpha_1}{2}$, получим

$$2b\alpha_{1} + p = -D_{-}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)H_{2}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right),$$
(3.9.12)

Как следствие (3.9.12), будем иметь

$$D_{-}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right) = -(2b\alpha_{1} + p)H_{2}^{-1}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right), \qquad (3.9.13)$$

причем

	ΑΜr5 β=0,231								ΑΜr5 β=-134								
h	хи 03		хи 04		хи045		хи 05		хи 03		хи 04		хи045		хи 05		
	b	р	b	р	b	р	В	р	b	р	b	р	b	р	b	р	
0,01	-14,479	17,231	-12,437	16,641	-12,223	16,593	-11,719	16,454	-22,357	30,48	-22,004	30,332	-21,422	30,163	-20,76	29,978	
0,02	-12,967	15,207	-12,097	14,834	-11,654	14,658	-11,276	14,505	-18,778	26,127	-20,337	26,548	-20,271	26,486	-19,922	26,358	
0,03	-13,191	14,274	-12,533	13,923	-12,217	13,76	-11,925	13,61	-20,823	24,582	-21,771	24,955	-21,673	24,886	-21,447	24,761	
0,04	-12,773	13,483	-12,232	13,144	-11,963	12,982	-11,714	12,836	-20,393	23,079	-21,363	23,524	-21,301	23,464	-21,109	23,342	
0,05	-11,955	12,719	-11,502	12,391	-11,257	12,229	-11	12,07	-18,661	21,492	-19,956	22,091	-19,963	22,053	-19,766	21,926	
0,06	-11,777	12,245	-11,375	11,924	-11,151	11,762	-10,9	11,599	-18,737	20,664	-19,869	21,256	-19,852	21,211	-19,673	21,085	
0,07	-11,655	11,864	-11,29	11,549	-11,071	11,381	-10,844	11,224	-18,828	20,005	-22,95	22,086	-19,793	20,357	-19,618	20,409	
0,015	-13,985	16,141	-12,885	15,744	-12,376	15,566	-11,949	15,416	-21,47	28,198	-21,995	28,321	-21,716	28,212	-21,305	28,064	
0,055	-12,114	12,553	-11,674	12,224	-11,446	12,064	-11,202	11,905	-23,445	23,047	-20,432	21,82	-20,401	21,771	-20,223	21,646	
0,1	-10,241	10,58	-10,004	10,292	-9,782	10,113	-9,494	9,927	-16,07	17,429	-17,4	18,221	-17,374	18,174	-17,16	18,032	

Таблица 3.1 – коэффициенты *b* и *p* для Амг5 при $m_0 = 0,3333; \beta = 0,231$ и $m_0 = 0,3333; \beta = -0,134$

Д18Т при β=-0,127									Д18Т при β=0,123								
	хи 03		хи 04		хи045		хи 05		хи 03		хи 04		хи045		хи 05		
h	b	р	b	р	b	р	В	р	b	р	b	р	b	р	b	р	
0,01	-22.011	28.232	-20.645	27.829	-19.779	27.576	-19.156	27.406	-15.93	18.955	-14.188	18.468	-13.487	18.269	-13.369	18.224	
0,02	-19.139	24.532	-18.778	24.363	-18.876	24.296	-18.449	24,12	-14.264	16.728	-13.279	16.311	-12.819	16.124	-12.376	15.949	
0,03	-20.339	23.055	-20.304	22.974	-20.03	22.825	-19.695	22.649	-14.505	15,7	-13.778	15.313	-13.43	15.133	-13.115	14.973	
0,04	-17.933	21.285	-19.881	21.671	-19.649	21.522	-19.375	21.354	-14.049	14.831	-13.449	14.456	-13.153	14.279	-12.872	14.114	
0,05	-18.338	20.337	-18.628	20.385	-18.453	20.248	-18.174	20.069	-13.151	13.99	-12.605	13.616	-13.124	13.361	-12.838	13.185	
0,06	-18.249	19.569	-18.49	19.614	-18.319	19.473	-18.056	19.296	-12.956	13.47	-12.507	13.114	-12.256	12.934	-11.988	12.758	
0,07	-18.205	18.953	-18.403	18.993	-18.236	18.851	-17.983	18.672	-12.825	13.053	-12.408	12.697	-12.174	12.518	-11.921	12.343	
0,015	-21.207	26.262	-20.632	26.027	-20.124	25.843	-19.615	25.662	-15.38	17.756	-14.116	17.304	-13.607	17.124	-13.131	16.956	
0,055	-18.831	20.109	-18.999	20.124	-18.816	19.981	-18.555	19.806	-13.317	13.804	-12.834	13.443	-12.58	13.266	-12.32	13.095	
0,1	-15.767	16.697	-16.226	16.863	-16.053	16.709	-15.746	16.506	-11.269	11.639	-10.995	11.315	-10.482	11.229	-10.127	11.005	

Таблица 3.2 – коэффициенты *b* и *p* для Д18Т при $m_0 = 0,3965; \beta = 0,123$ и $m_0 = 0,3965; \beta = -0,127$

$$H_2\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) = \frac{\psi\alpha_1 - \sin\alpha_1}{2\sin\frac{\alpha_1}{2}},$$
(3.9.14)

или, используя (3.7.13)

$$D_{-}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right) = -\left(2b\alpha_{1} + p\right)\frac{\overline{\Psi}\rho_{1}}{h_{1}}.$$
(3.9.15)

С учетом (3.9.15) формула (3.9.1) при $\alpha = \frac{\alpha_1}{2}$ принимает вид

$$3\sigma_{\rho}\Big|_{\alpha=\frac{\alpha_{1}}{2}} = (1-m_{0}-\beta)L^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{k'L'}{2L}-k''+4k\right)ln\rho+\frac{3m_{0}+\beta}{2\rho^{2}}(k''-4k) - \frac{3}{4}m_{0}\frac{L^{\frac{1}{2}}}{\rho^{4}}\left(\frac{k'L'}{2L}+k''-4k\right) + \frac{m_{0}L}{6\rho^{6}}\left(\frac{k'L'}{L}-k''+4k\right) - (2b\alpha_{1}+p)\frac{\overline{\psi}\rho_{1}}{h_{1}},$$
(3.9.16)

где

$$L = L\left(\frac{\alpha_1}{2}\right); \quad k = k\left(\frac{\alpha_1}{2}\right); \quad \rho = \rho\left(\frac{\alpha_1}{2}\right);$$

На основании зависимостей (3.2.9) для окружного напряжения σ_α можем записать

$$3\sigma_{\alpha} = 3\sigma_{\rho} + 4Tk. \qquad (3.9.17)$$

После подстановки в (3.9.17) формулы (3.9.16) можем записать

$$3\sigma_{\alpha} = (1 - m_0 - \beta)L^{-\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{k'L'}{2L} - k'' + 4k \right) ln\rho + 4k \right] + \frac{3m_0 + \beta}{2\rho^2} (k'' + 4k) - \frac{3m_0 + \beta$$

Укажем, что зависимости (3.9.16) и (3.9.18) справедливы при $\alpha = \frac{\alpha_1}{2}$.

3.10. О границе зон отставания и опережения

Рассмотрим задачу установления функции $\rho_0 = \rho_0(\alpha)$, соответствующий разделению областей отставания и опережения.

Условием для решения поставленной задачи является выполнение равенства

$$\sigma_{\rho}|_{\rho=\rho_{0}+0} = \sigma_{\rho}|_{\rho=\rho_{0}-0}.$$
(3.10.1)

Прежде всего рассмотрим случай определения функции $\rho_0 = \rho_0(\alpha)$ в области контакта металла и валков $\left(\alpha = \frac{\alpha_1}{2}\right)$. Для этого положим в первой формуле (3.7.16) и (3.9.16) $\rho = \rho_0$, помня о том, что имеет место условие $\alpha = \frac{\alpha_1}{2}$.

При этом равенство (3.10.1) после несложных преобразований примет вид

$$(1 - m_0 - \beta)L^{-\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{k'L'}{2L} - k'' + 4k \right) ln \rho_2 + 4k \right] + \frac{3m_0 + \beta}{2\rho_2^{-2}} (k'' + 4k) - \frac{3m_0}{2\rho_2^{-2}} \left(\frac{k'L'}{2L} + k'' + 12k \right) + \frac{m_0 L}{6\rho_2^{-6}} \left(\frac{k'L'}{L} + k'' + 20k \right) = (2b\alpha_1 + p) \frac{\overline{\psi}\rho_1}{h_1}.$$
(3.10.2)

После подстановки в (3.10.2) вспомогательных зависимостей (3.7.13), условие (3.10.2) будем иметь

$$S_0(\alpha_1) + S_1(\alpha_1)x + S_2(\alpha_1)x^2 + S_3(\alpha_1)x^3 = 0.$$
 (3.10.3)

Здесь

$$x = \frac{\upsilon_1 h_1}{\overline{\Psi}},$$

(3.10.4)

$$S_{0}(\alpha_{1}) = 2\sqrt{3}(1 - m_{0} - \beta)L^{-\frac{1}{2}}\left[\left(\frac{\psi \sin^{2}\alpha_{1}}{H^{\frac{3}{2}}(\alpha_{1})} - \frac{H_{3}(\alpha_{1})}{H^{\frac{1}{2}}(\alpha_{1})}\right)\ln\rho_{2} + H_{1}(\alpha_{1})\right] - (2b\alpha_{1} + p)H_{2}(\alpha_{1}),$$

$$S_{1}(\alpha_{1}) = \frac{2(3m_{0} + \beta)}{\rho_{2}^{2}}\psi; \qquad (3.10.5)$$

$$S_{2}(\alpha_{1}) = -2\sqrt{3} \frac{m_{0}}{\rho_{2}^{4}} \left[\frac{\psi \sin^{2} \alpha_{1}}{H^{\frac{1}{2}}(\alpha_{1})} + (3\psi - 2\cos\alpha_{1})H^{\frac{1}{2}}(\alpha_{1}) \right]; \qquad (3.10.5)$$

$$S_{3}(\alpha_{1}) = \frac{8}{9} \frac{m_{0}}{\rho_{2}^{6}} \left[2\psi \sin^{2} \alpha_{1} + (5\psi - 4\cos\alpha_{1})H(\alpha_{1}) \right]; \qquad (3.10.5)$$

причем

$$H(\alpha_{1}) = 1 + \psi^{2} - 2\psi \cos \alpha_{1}; \qquad H_{1}(\alpha_{1}) = \psi - \cos \alpha_{1};$$

$$H_{2}(\alpha_{1}) = \frac{\psi \alpha_{1} - \sin \alpha_{1}}{2\sin \frac{\alpha_{1}}{2}}; \qquad H_{3}(\alpha_{1}) = 2\cos \alpha_{1} - \psi; \qquad (3.10.6)$$

$$\rho_{2}(\alpha_{1}) = \frac{h_{1}}{\overline{\Psi}}(1 - \Lambda)\frac{\psi \alpha_{1} - \sin \alpha_{1}}{2\sin \frac{\alpha_{1}}{2}}.$$

Напомним, что функции $\psi = \psi(\alpha_1, \chi), \overline{\Psi} = \overline{\Psi}(\alpha_1, \chi)$ определены выше (3.5.24), (3.6.17).

На рис.3.19 показан результат численного определения параметра x(3.10.4) в зависимости от угла захвата α_1 (кривая 1), построенный при толщине листа на входе в очаг деформации $h_1 = 0.07$ и постоянных $\chi = 0.3; m_0 = 0.3333; R = 0.11; \beta = -0.134$ (сплав АМг5).

На этом же рисунке кривая 2 соответствует при тех же константах зависимости $\upsilon_1 \overline{\Psi} / h_1 \sim \alpha_1$, подсчитанной по формуле (3.9.9). Точке пересечения кривых 1 и 2 отвечает значение угла α_0 =0,43149 (рис.3.2), при котором на контакте деформированного сплава и инструмента $\left(\alpha = \frac{\alpha_1}{2}\right)$ имеет место граница зон отставания и опережения.

При установленном значении угла α₀ толщина нейтрального слоя *h*₀ определяется на основании закона изменения толщины полосы в очаге деформации (3.3.2) по следующей формуле



Рисунок 3.19 – Параметр *x* в зависимости от угла захвата α_1 сплав АМг5

При известном h_0 , учитывая гипотезу [37, 60, 61] о радиальном течении металла в клиновидном сходящемся ка: $\alpha_1=0,43149$ сно записать

$$\rho_0\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) = \frac{h_0}{h_1}\rho_1\left(\frac{\alpha_1}{2}\right),\tag{3.10.8}$$

где

$$\rho_1\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) = \frac{h_1}{\overline{\Psi}} \frac{\psi \alpha_1 - \sin \alpha_1}{2\sin \frac{\alpha_1}{2}}.$$
(3.10.9)

Подстановка (3.10.9) в (3.10.8) дает

$$\rho_0\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) = \frac{h_0}{\overline{\Psi}} \frac{\psi \alpha_1 - \sin \alpha_1}{2\sin \frac{\alpha_1}{2}}.$$
(3.10.10)

На рисунке 3.20 приведен график зависимости толщины нейтрального слоя h_0 от величины $\Lambda = h_2 / h_1$ при принятых выше параметрах процесса и $\alpha_0 = 0.43149$. Из графика видно, что нейтральный слой при увеличении Λ смещается в направлении прокатки. Зависимость радиуса $\rho_0(\alpha_1/2)$ на контакте металла и инструмента от толщины нейтрального слоя показана на рисунке 3.21.



Рисунок 3.20 – Зависимость толщины нейтрального слоя h_0 от величины $\Lambda = h_2 / h_1$



Рисунок 3.21 – Зависимость радиуса $\rho_0(\alpha_1/2)$ при χ =0,3 на контакте металла и инструмента от толщины нейтрального слоя при h_1 =0,07(кривая 1) и h_1 =0,1(кривая 2)

3.11. Скольжение и торможение

Скорость поступательного движения конца полосы на выходе из очага деформации больше, чем окружная скорость валков. Такой эффект получил название опережения. Скорость поступательного движения полосы, входящего в валки, меньше горизонтальной компоненты окружной скорости валков. Здесь имеет место отставание.

Опережение и отставание следует рассматривать [57, 71] как результат осадки полосы по высоте в процессе прокатки. Действительно, при обжатии полосы металл перемещается с некоторой скоростью вправо и влево от нейтрального сечения (рис.3.2). В зоне опережения горизонтальная составляющая окружной скорости перемещения металла суммируется с этой же составляющей, возникающей при обжатии на высоте. Поэтому в зоне опережения на поверхности контакта скорость металла больше скорости валков. В зоне отставания, естественно, вместо суммирования происходит вычитание скоростей и поэтому на контакте скорость металла меньше скорости валков.

Опережение и отставание при прокате в значительной мере определяют характер распределения и величину контактных напряжений. Более того, учет опережения и отставания необходим для правильного расчета скоростей входа и выхода из валков, чтобы избежать чрезмерного натяжения, приводящего к нарушениям технологического процесса, авариям и образованию дефектов прокатываемого металла.

Очевидно, что опережение и отставание невозможны без взаимного скольжения металла и валков. Направления скольжения в зонах отставания и опережения противоположны друг другу. Поскольку при прокате соблюдается условие неразрывности металла, то при определенных условиях в очаге деформации на поверхности контакта должен существовать некоторый участок, на котором скорости валков и полосы одинаковы (отсутствует скольжение). Из опытных данных, как указывалось выше [57], известно, что при прокате тонких и широких полос $(\frac{l}{h} \ge; \frac{b_0}{h} \ge 5)$ с хорошей степенью приближения оправдывается гипотеза плоских сечений, которая использована в выполняемом исследовании.

Однако при прокатке, например, высоких полос гипотеза плоских сечений, как отмечается в [57], в ряде случаев оказывается несостоятельной. При этом на контактных поверхностях металла с валками существуют участки прилипания. Этот тезис подвергнут экспериментальной проверке [62] на алюминиевых сплавах при температурах 733-753 *К* (в термических условиях сверхпластичности). Здесь была обнаружена зона затрудненной деформации, которая на контакте представляется зоной торможения.

Иными словами, при прокатке на поверхностях контакта металла с валками могут существовать участки скольжения И торможения, обусловленные условиями прокатки. На участках торможения сдвиговая напряжение) составляющая (максимальное касательное достигает максимального значения.

Оценим влияние контактных условий (χ) и толщины полосы при входе в очаг деформации (h_1) на технологические характеристики процесса прокатки полосы алюминиевого сплава АМг5 при температуре из диапазона проявления сверхпластических свойств ($\beta = -0.134$) и вне указанного диапазона ($\beta = 0.231$). Конкретные расчеты осуществлялись для трех значений $h_1=0,03$; 0,07; 0,1 и $\chi=0,3$; 0,4; 0,45. Взятые данные обусловлены ограничениями, налагаемыми параметрами прокатного стана (дуо 220) с радиусом валков R=0,11 и контактными характеристиками [59]. Конечные результаты вычислений будем представлять графиками зависимости радиуса нейтрального слоя $\rho_0\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)$ от

его толщины h_0 .

Остановимся сначала на случае из термического интервала сверхпластичности.

Зависимость $\rho_0\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) \sim h_0$ при $\chi=0,3$ показана на выше приведенном

рис.3.21. Результаты расчетов показали, что при h_1 =0,03 весь очаг деформации может быть рассмотрен как зона опережения. При этом кривая 1 соответствует толщине h_1 =0,07(α_0 =0,43149), кривая 2 – h_1 =0,1 (α_0 =0,43551). Аналогичные графики при χ =0,4 и χ =0,45 даны на рис.3.22(а) (кривая 1 – h_1 =0,07 (α_0 =0,65796) и кривая 2 – h_1 =0,1 (α_0 =0,43551) и 3.22(б) h_1 =0,1 (α_0 =0,59497).

Обобщая полученные данные, можно указать, что температурные условия сверхпластичности положительно влияют на технологические параметры – исключается возникновение зон торможения.



Рисунок 3.22 – а) зависимость радиуса $\rho_0(\alpha_1/2)$ при χ =0,4 на контакте металла и инструмента от толщины нейтрального слоя при h_1 =0,07 (кривая 1) и h_1 =0,1(кривая 2); б) зависимость радиуса $\rho_0(\alpha_1/2)$ при χ =0,45 на контакте металла и инструмента от толщины нейтрального слоя при h_1 =0,1

Перейдем теперь к анализу результатов, отвечающих процессу горячей прокатки, но при температуре, которая ниже сверхпластической.

При $\chi=0,3$ при всех толщинах h_1 существуют зоны отставания и опережения, причем $\alpha_0=0,48107$ ($h_1=0,03$), $\alpha_0=0,43551$ ($h_1=0,07$), $\alpha_0=0,43685$ ($h_1=0,1$).

При $\chi=0,4$ и $\chi=0,45$ при всех значениях h_1 появляются в областях скольжения зоны торможения. Здесь отмечается, что область прилипания занимает промежуточное положение между зонами отставания и опережения. При $\chi=0,4$ зона прилипания ограничена углами 0,56817< α_0 <0,69816 ($h_1=0,07$); 0,38995< α_0 <0,69816 ($h_1=0,1$). При $\chi=0,45$ имеем 0,39531< α_0 <0,52395 ($h_1=0,03$); 0,56817< α_0 <0,61106 ($h_1=0,07$), 0,56817< α_0 <0,69682 ($h_1=0,1$).

Таким образом, можно считать установленным, что термический диапазон сверхпластичности благоприятно влияет на технологические режимы процесса прокатки. Более того, для расчета энергосиловых и кинематических параметров вполне обоснована применимость гипотезы плоских сечений.

Оценим влияние толщины заготовки h_1 и коэффициента χ на технологические параметры процесса прокатки алюминиевого листа из сплава Д18Т.

В температурных условиях сверхпластичности ($\beta = -0.127$) и $\chi = 0,3$ и толщине $h_1=0,03$ весь очаг деформации рассматривается как зона опережения. Увеличение толщины h_1 приводит к возникновению зоны прилипания. При $\chi = 0,3$ указанная зона ограничена значениями $0,43745 < \alpha_0 < 0,59713$ ($h_1=0,07$) и $0,43494 < \alpha_0 < 0,68570$ ($h_1=0,1$).

При χ =0,4, аналогично предыдущему случаю, для толщины h_1 =0,03 очаг деформации представляется областью опережения. С увеличением толщины заготовки возникают зоны торможения: 0,43457< α_0 <0,62875 (h_1 =0,07); 0,43332< α_0 <0,43149 (h_1 =0,1).

Подобная картина характерна χ =0,45. Здесь при h_1 =0,03 весь очаг деформации можно считать зоной опережения, при других толщинах заготовок имеется участок торможения, 0,43018< α_0 <0,72956 (h_1 =0,07); 0,43043< α_0 <0,69824 (h_1 =0,1).

Для температурных условий вне термического диапазона сверхпластичности (β=0.123) имеем:

– при χ =0,3 и h_1 =0,03 весь очаг деформации – зона опережения, а для других толщин заготовок 0,43229< α_0 <0,75710 (h_1 =0,07); 0,43246< α_0 <0,69746 (h_1 =0,1) существует область торможения;

– при χ =0,4 и h_1 =0,45 при h_1 =0,03 происходит разделение зона отставания и опережения соответственно при α_0 =0,50408 и α_0 =0,57568;

- при χ =0,4 и h_1 =0,45 при других значениях толщин заготовок зоны торможения ограничены углами 0,42850< α_0 <0,70432 (h_1 =0,07), 0,43262< α_0 <0,74009 (h_1 =0,1) и 0,42805< α_0 <0,70432 (h_1 =0,07), 0,43262< α_0 <0,74009 (h_1 =0,1).

Несложно заметить чувствительность технологических параметров процесса прокатки к размеру исходного зерна. Так, для обоих сплавов в температурно-скоростных условиях сверхпластичности размер зерна по данным [12] составил 4-7 *мкм*, причем в исходном деформированном состоянии для сплава АМг5 зерно не превышает 45 *мкм*, а в сплаве Д18Т достигает 130 *мкм*. Следовательно, в сплаве Д18Т происходит более резкое измельчение зерна, чем в сплаве АМг5. Это сказывается и на более жестких условиях процесса прокатки для слава Д18Т сравнительно со сплавом АМг5.

3.12. Силовые характеристики процесса прокатки

Окончательное решение граничной задачи, моделирующей процесс тонколистовой прокатки алюминиевых полос, будет достигнуто определением давления на валки. Эта величина отождествляется с окружным нормальным напряжением на поверхности контакта металла и инструмента [72]. Имеем

$$\sigma_{\alpha}\Big|_{\alpha=\frac{\alpha_{1}}{2}} = -q \tag{3.12.1}$$

Значение $\sigma_{\alpha}\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)$ установлено выше, причем для зоны опережения

 $(\rho_1 \le \rho \le \rho_0)$ получена вторая формула (3.7.17), а для зоны отставания – выражение (3.9.18).

Учитывая зависимости (3.7.17) и (3.9.18), величину давления на валки определим зависимостью

$$q = -\frac{1}{3} \begin{cases} 2\sqrt{3}(1-m_{0}-\beta)E\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)ln\frac{\rho\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)}{\rho_{2}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)} - 2(3m_{0}+\beta)\left[\frac{1}{\rho_{2}^{2}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)} - \frac{1}{\rho^{2}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)}\right]\psi\frac{\upsilon_{1}h_{1}}{\Psi} + \\ + 2\sqrt{3}\left[\frac{1}{\rho_{2}^{4}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)} - \frac{1}{\rho^{4}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)}\right]H^{\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)\left[\frac{\psi\sin^{2}\alpha_{1}}{H\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)} + 3\psi - 2\cos\alpha_{1}\right]\left(\frac{\upsilon_{1}h_{1}}{\Psi}\right)^{2} - \\ - \frac{8}{9}m_{0}\left[\frac{1}{\rho_{2}^{6}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)} - \frac{1}{\rho^{6}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)}\right]H^{\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)\left[\frac{2\psi\sin^{2}\alpha_{1}}{H\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)} + 2\psi - \cos\alpha_{1}\right]\left(\frac{\upsilon_{1}h_{1}}{\Psi}\right)^{3}; \\ npu \quad \rho_{2} \le \rho \le \rho_{0} \end{cases}$$

$$q = -\frac{1}{3} \begin{cases} 2\sqrt{3}(1-m_{0}-\beta)\left[E\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)ln\rho\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right) + \frac{\psi - \cos\alpha_{1}}{H^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)}\right] + \frac{2(3m_{0}+\beta)}{\rho^{2}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)}\psi\frac{\upsilon_{1}h_{1}}{\Psi} - \\ - 2\sqrt{3}\frac{H^{\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)}}{\rho^{4}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)\left[\frac{\psi\sin^{2}\alpha_{1}}{H\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)} + 6\cos\alpha_{1} - 5\psi\right]\left(\frac{\upsilon_{1}h_{1}}{\Psi}\right)^{2} + \\ + \frac{8}{9}m_{0}\frac{H\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)}{\rho^{6}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)\left[\frac{2\psi\sin^{2}\alpha_{1}}{H\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right)} + 7\psi - 8\cos\alpha_{1}\left[\frac{\upsilon_{1}h_{1}}{\Psi}\right]^{3} - (2b\alpha_{1}+p)H_{2}\left(\frac{\alpha_{1}}{2}\right); \\ npu \quad \rho_{0} \le \rho \le \rho_{1} \end{cases}$$

Здесь, как и выше, для $H\left(\frac{\alpha_1}{2}\right), H_1\left(\frac{\alpha_1}{2}\right), H_2\left(\frac{\alpha_1}{2}\right), H_3\left(\frac{\alpha_1}{2}\right), \rho_2\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)$ получены

$$E\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) = \frac{\psi \sin^2 \alpha_1}{H^{\frac{3}{2}}\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)} - \frac{H_3\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)}{H^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)},$$
(3.12.3)

причем $\frac{\upsilon_l h_l}{\overline{\Psi}}$ определяется так

$$\frac{\upsilon_1 h_1}{\overline{\Psi}} = \mu \left(\frac{h_1}{\overline{\Psi}}\right)^3 (1 - \Lambda)^2$$
(3.12.4)

Заметим, что в случае, когда очаг деформации занимает полностью зону опережения, для нахождения давления на валки используется первая зависимость (3.2.12).

На рисунке 3.23 представлен график зависимостей давления на валки от радиуса $\rho = \rho \left(\frac{\alpha_1}{2}\right)$, построенные на основании соотношений (3.12.2) для сплава АМг5 при температуре сверхпластичности (кривая 1) и вне её (кривая 2). Аналогичные графические зависимости для сплава Д18Т приведены на рис. 3.24



Рисунок 3.23 – Эпюры давления на валки в зависимости от длины очага деформации для сплава АМг5



Рисунок 3.24 – Эпюры давления на валки в зависимости от длины очага деформации для сплава Д18Т

Таким образом, получено решение граничной задачи тонколистовой прокатки прямоугольной полосы в изотермических условиях. Установлены явные выражения для скоростей перемещений и деформаций, определено поле напряжений и записано выражение для вычисления давления на валки. Следует отметить, что величина давления зависит от термомеханических параметров деформированного материала, скорости подачи материла в валки, условий на контакте полосы и валков.

Из графиков на рисунках 3.23, 3.24 можно заключить, что при прочих равных условиях температура из интервала сверхпластичности способствует резкому снижению давления на валки, проиллюстрированного на эпюрах *q*~ ρ , где ρ – длина очага деформации.

ГЛАВА 4. ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОВ ПРОКАТКИ В УСЛОВИЯХ СВЕРХПЛАСТИЧНОСТИ

4.1. Особенности критериальности оптимизации процессов

объемного типа в условиях сверхпластичности

Технологические процессы горячего пластического деформирования материалов, в частности, трудно деформируемых алюминиевых сплавов, пластическими деформациями. сопровождаются большими Для таких характерна многофакторность, изменчивость технологических операций механических свойств в зависимости от истории нагружения, привлечение сложных нелинейных моделей, устанавливающих связь между параметрами процесса. Очевидно, как уже указывалось выше, наличие неоднородных и нестационарных полей напряжений и скоростей деформаций в объеме деформируемого тела и на контакте «заготовка-инструмент» оказывает безусловное влияние на механические и структурные показатели конечного полуфабриката. Следовательно, возникает задача управления технологическими операциями, позволяющими реализовать оптимальные температурно-скоростные условия, влияющие на качественные характеристики получаемого продукта.

Использование сверхпластичности позволяет по-новому взглянуть на выработку технологической стратегии [34] с формулировкой критериев оптимальности. Понимание процессов, происходящих в очаге деформации, способствует разработке моделей управления технологическими операциями с целью получения новых свойств проката и экономии энергоресурсов [63].

С этой точки зрения теория управления должна естественным путем перейти на новые концептуальные основы, поскольку реализуемые процессы

рассматриваются как нелинейные динамические объекты. Здесь следует напомнить, что разработанная модель, устанавливающая связь между напряжениями и скоростями деформаций (2.7.4) в термических условиях сверхпластичности, позволяет математически (2.7.5) ограничить скоростной диапазон развития эффекта в зависимости от поведения управляющего параметра $\beta = \beta(\xi)$, где ξ – приведенная температура. Следовательно, как уже утверждалось выше, соотношение (2.7.4) является следствием синергетического подхода с привлечением аппарата теории катастроф [45].

Таким образом, очаг пластической деформации в процессе прокатки будет предоставлять собой сложный самоорганизующийся объект (систему), удовлетворяющий следующим принципам:

- движение системы реализуется в нелинейной области;

 – система является открытой для энергетического обмена с внешней средой;

протекающие в системе процессы когерентны (кооперативны);

 имеет место термодинамически неравновесная ситуация, в соответствие которой приток энергии к системе приводит к снижению энтропии, способствуя формированию упорядоченной структуры.

Итак, для привлечения синергетического подхода к управлению технологической операцией горячей тонколистовой прокатки необходимо перейти от внешней задачи управления к анализу внутренних взаимодействий системы.

В рамках синергетических представлений очаг деформации при прокатке рассматривается как сложный объект, в процессе формоизменения которого в зависимости от температурно-скоростных условий возникают области сверхпластичности и пограничные ей зоны высокотемпературной ползучести и 104 термопластичности. Иными словами, в очаге деформации создается сложная структурная ситуация, при которой в некоторой части указанного очага формируется мелкозеренный структурный анклав, связанный с пограничными эффектами метастабильными состояниями. Так возникает задача, как указывалось выше, разработки технологической стратегии процесса путем критериальности оптимизации. К сказанному следует добавить знание конечной цели процесса.

Выбор критерия оптимизации может быть обусловлен [64] себестоимостью продукции, расходом материала, производительностью, доходом от реализации и т.п. Другое направление критериальности [65] связано с оптимизацией непосредственно параметров технологического процесса, который может быть разделен на три группы:

 совокупность задач, параметры оптимизации которых могут
 быть целенаправленно изменены до начала процесса (выбор оптимальной температуры предварительного нагрева, оптимальная форма инструмента и т.п.);

- оптимизация по управляемым переменным [66];

- сочетание обеих групп.

Предложенные подходы относятся к системным. Однако главный вывод заключается в разработке одного критерия или априорно задается путь приведения к единственному критерию.

При синергетической модели технологического процесса общей становится возможность оптимизации путем выделения в очаге деформации зоны сверхпластичности [70], которая в изотермических (при температуре сверхпластичности) условиях устанавливает скоростной диапазон в форме (2.8.2), которую перепишем еще раз

$$1 - \left(-\frac{\beta}{3m_0}\right)^{\frac{1}{2}} \le \frac{\dot{\varepsilon}_u}{\dot{\varepsilon}^*} \le 1 + \left(-\frac{\beta}{3m_0}\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad (4.1.1)$$

где $\dot{\varepsilon}_u$ – интенсивность скоростей деформаций; m_0 – материальная константа; $\beta, \dot{\varepsilon}^*$ – соответственно управляющий параметр и внутренний параметр состояния, для изотермического процесса принимающие постоянное значение, причем $\beta < 0$.

Естественно предположить, что при оптимальном сочетании силовых, термических и кинематических условий объем области сверхпластичности в очаге деформации достигает максимального значения. По существу математическая модель технологической операции содержит две части:

постановку и решение изотермической граничной задачи;

 постановку и решение оптимизационной части, в которой предусматривается управление процессом получения полуфабриката со структурной, близкой к мелкозернистой.

Возникающие при этом математические и вычислительные трудности связаны с существенной нелинейностью и громоздкостью многих уравнений, сложной геометрией области течения металла, необходимостью установления границ сверхпластических зон.

4.2. Оптимизация процесса прокатки с использованием

сверхпластичности

Будем, в соответствие изложенным в предыдущем разделе положениям, считать конечной целью процесса изготовление полуфабриката со структурой, близкой к мелкозернистой. Полагаем очаг деформации находящимся в изотермических условиях в диапазоне температур сверхпластичности.

В качестве управляющей переменной принимаем среднюю скорость течения металла на входе в очаг деформации υ₁. Вместо скорости υ₁ можно

принять более технологичный параметр µ, учитывающий, кроме скоростного фактора, конкретные геометрические и контактные условия.

Целевую функцию будем выбирать в виде объёма области сверхпластичности в очаге деформации W^{sp} , который при оптимальном сочетании силовых, кинематических и температурных показателей достигает максимума.

Таким образом, целевая функция должна удовлетворять условию

$$W^{sp} = \iiint_{W} dW \to max \tag{4.2.1}$$

В цилиндрических координатах равенство (4.2.1), принимая во внимание, что вычисляется величина объёма, приходящегося на единицу ширины полосы, перепишется так [68]

$$2\int_{0}^{\frac{\alpha_{1}}{2}}\rho^{2}d\alpha \rightarrow max$$
(4.2.2)

Поскольку процесс предполагается изотермическим, обратим внимание на поле скоростей деформаций. По скоростям деформаций для сверхпластической области имеются ограничения (4.1.1), которые связаны с температурной функцией (управляющим параметром) $\beta = \beta(\xi)$.

Входящая в неравенство (4.1.1) интенсивность скоростей деформаций определяется формулой (3.5.6), которую перепишем еще раз

$$\dot{\varepsilon}_{u} = \frac{1}{\rho^{2}} L^{\frac{1}{2}}(\alpha),$$
 (4.2.3)

причем $L = L(\alpha)$ связана с разрешающей функцией $k = k(\alpha)$ зависимостью

$$L(\alpha) = \frac{1}{3}(4k^2 + k'^2).$$
(4.2.4)

Неравенство (4.1.1) с привлечением (4.2.3), (4.2.4) приводится к виду

$$\overline{\rho}_{2}(\alpha) \leq \rho(\alpha) \leq \overline{\rho}_{1}(\alpha), \qquad (4.2.5)$$

причем

$$\overline{\rho}_{1} = \left\{ \left[1 - \left(-\frac{\beta}{3m_{0}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1} \left(\frac{4k^{2} + k'^{2}}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}}; \qquad (4.2.6)$$

$$\overline{\rho}_{2} = \left\{ \left[1 + \left(-\frac{\beta}{3m_{0}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1} \left(\frac{4k^{2} + k'^{2}}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}}; \qquad (4.2.6)$$

где через $\overline{\rho}_1, \overline{\rho}_2$ обозначены соответственно верхнее и нижнее значения нормированного радиуса, ограничивающие область сверхпластичности в очаге деформации.

Полагая в условии (4.2.2) *ρ* ∈ (*ρ*₂,*ρ*₁), считаем, что сформулирована задача вариационного исчисления, в рамках которой исследуется функционал вида

$$\int_{0}^{\frac{\alpha_{1}}{2}} (4k^{2} + k'^{2})^{\frac{1}{2}} d\alpha \to max$$
 (4.2.7)

Поскольку подинтегральная функция зависит только от *k*,*k*', то будем иметь

$$J = J(k,k') = (4k^{2} + k'^{2})^{\frac{1}{2}}$$
(4.2.8)

Естественно, что в рассматриваемом случае первый интеграл соответствующего (4.2.8) уравнения Эйлера будет равен

$$J - k'J_{k'} = \overline{c} \tag{4.2.9}$$

где \overline{c} – постоянная интегрирования.

Используя (4.2.9) с привлечением (4.2.8) приходим к дифференциальному уравнению первого порядка с разделенными переменными

$$k' = \frac{2k}{\bar{c}} (4k^2 - \bar{c}^2)^{\frac{1}{2}}$$
(4.2.10)

Выражение (4.2.10) позволяет в принципе определить на основании третьей формулы (3.5.8) величину касательного напряжения $\tau_{\rho\alpha}$ в зоне

сверхпластичности. Но поскольку, следуя (3.5.18), $\tau_{\rho\alpha}\Big|_{\alpha=0} = 0$, то интеграл дифференциального уравнения (4.2.10) примет вид

$$k = k(\alpha) = \frac{\overline{c}}{2} \cos^{-1} 2\alpha \qquad (4.2.11)$$

Соотношение (4.2.11) дает возможность установить ограничение на угол захвата, налагающего ограничение на радиальное направление области сверхпластичности. Имеем

$$\alpha_1 < \frac{\pi}{4} \tag{4.2.12}$$

Остановимся теперь на второй стороне оптимизационной задачи – выборе рационального расположения области сверхпластичности. Учитывая, что в результате процесса прокатки ставится задача изготовления изделия с мелкозернистой структурой, область сверхпластичности в очаге деформации располагаем так, чтобы обеспечить на выходе из валков скоростные условия из сверхпластического диапазона.

Уравнение поверхности разрыва скоростей на выходе из очага деформации записано ранее (вторая зависимость (3.6.20)). После возведения (3.6.20) в квадрат, получим

$$\rho_{2}^{2}(\alpha) = (1 - \Lambda)^{2} \frac{h_{1}^{2}}{\overline{\Psi}^{2}} \left(\frac{2\psi\alpha - \sin 2\alpha}{2\sin \alpha}\right)^{2} = (1 - \Lambda)^{2} \frac{h_{1}^{2}}{\overline{\Psi}^{2}} H_{2}^{2}(\alpha). \quad (4.2.13)$$

Далее рассмотрим второе уравнение (4.2.6), ограничивающее по верхнему скоростному пределу область сверхпластичности. Подставляя в него явное выражение $k = k(\alpha)$ (3.6.18) будем иметь

$$\overline{\rho}_{2}^{2}(\alpha) = \frac{2\upsilon_{1}h_{1}H^{\frac{1}{2}}(\alpha)}{\sqrt{3}\overline{\Psi}\left[1 + \left(-\frac{\beta}{3m_{0}}\right)\right]}.$$
(4.2.14)

Пересечение поверхностей (4.2.13), (4.2.14) соответствует равенство
$$\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\left[1 + \left(-\frac{\beta}{3m_0}\right)^{\frac{1}{2}}\right]}{\mu \frac{h_1}{\overline{\Psi}} \left[\frac{2R}{h_1} (1 - \cos \alpha_1)\right]^2} = \frac{H^{\frac{1}{2}}(\alpha)}{H_2^2(\alpha)}, \qquad (4.2.15)$$

причем функции $H = H(\alpha), H_2 = H_2(\alpha)$, определены ранее (3.7.13).

Если учесть, что выражение $\frac{\upsilon_1 \overline{\Psi}}{h_1}$ определяется формулой (3.9.9), то

вместо (4.2.15) можем получить

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\overline{\Psi} \left[1 + \left(-\frac{\beta}{3m_0} \right) \right]^{\frac{1}{2}}}{\mu h_1 \left[\frac{2R}{h_1} \left(1 - \cos \alpha_1 \right) \right]^2} = \frac{H^{\frac{1}{2}}(\alpha)}{H_2^2(\alpha)}.$$
(4.2.16)

Для оценки определения точек пересечения поверхностей исследуем функцию вида

$$Y(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\overline{\Psi} \left[1 + \left(-\frac{\beta}{3m_0} \right) \right]^{\frac{1}{2}}}{\mu h_1 \left[\frac{2R}{h_1} (1 - \cos \alpha_1) \right]^2} - \frac{H^{\frac{1}{2}}(\alpha)}{H_2^2(\alpha)}.$$
 (4.2.17)

Легко видеть, что, поскольку $\mu < 0$, то и функция $Y(\alpha) < 0$. Поэтому в пределах углов (4.2.12) пересечения поверхностей, ограничивающих очаг деформации $\rho_2(\alpha)$ и зону сверхпластичности $\overline{\rho}_2 = \overline{\rho}_2(\alpha)$, отсутствует. Более того, можно утверждать, что $\rho_2(\alpha) < \overline{\rho}_2(\alpha)$.

Таким образом, оптимальным следует принимать взаимное расположение поверхностей $\rho_2(\alpha)$ и $\overline{\rho}_2(\alpha)$, при котором (рис.4.1) удовлетворяется условие

$$\rho_2\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) = \overline{\rho}_2\left(\frac{\alpha_1}{2}\right).$$

(4.2.18)

Равенство (4.2.18) по существу есть требование касания поверхностей $\rho_2(\alpha)$ и $\overline{\rho}_2(\alpha)$. Поэтому, положив в (4.2.16) $\alpha = \frac{\alpha_1}{2}$ получим выражения для оптимального значения скоростного параметра $\mu = \mu_{onm}$

$$\mu_{onm} = \frac{\sqrt{3}}{8} \frac{(\alpha_1 \psi - \sin \alpha_1)^2 \left[\frac{2R}{h_1}(1 - \cos \alpha_1)\right]^2}{(1 + \psi^2 - 2\psi \cos \alpha_1)^{\frac{1}{2}} \sin^2 \frac{\alpha_1}{2}} \cdot \frac{h_1}{\Psi} \left[1 + \left(-\frac{\beta}{3m_0}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$
(4.2.19)

На рисунке 4.1 показана в графическом виде зависимость скоростного параметра μ от угла захвата α_1 при контактном коэффициенте $\chi = 0,3$. Кривые 1 и 2 соответствуют решениям уравнения (3.8.4)-(3.8.5), причем кривая 1 построена вне температурного интервала сверхпластичности при $\beta = 0,231$ ($\theta = 693K$), а кривая 2 – в сверхпластическом диапазоне при $\beta = -0,134$ ($\theta = 763K$). Кривая 3 получена при $\beta = -0,134$, но при оптимальном значении параметра μ_{onm} (4.2.19).



Аналогичная ситуация показана на рисунке 4.2 для сплава Д18Т: кривая 1 – $\beta = 0,124$ ($\theta = 713K$), кривая 2 – $\beta = -0,127$ ($\theta = 783K$), кривая 3 – формула

(66). Качественно характер поведения функции μ =μ(α₁) не изменится и при других приемлемых значениях χ.

На рисунках 4.3–4.6 представлены эпюры распределения давления q по длине очага деформации при том же значении $\chi = 0,3$; $h_1 = 0,03$ и двух углах захвата валков $\alpha_1 = \pi/9$ и $\alpha_1 = \pi/12$. Рисунки 4.3, 4.4 соответствуют сплаву АМг5, а 4.5, 4.6 – сплаву Д18Т. Изотермы 1–3 для обоих сплавов отвечают температурам, при которых строились зависимости $\mu = \mu(\alpha_1)$.



Общая тенденция заключается в том, что температурные условия вне сверхпластического диапазона приводят к значительному возрастанию давления на валки (примерно в 5–7 раз), сравнительно с режимами сверхпластичности. При оптимальных значениях параметра µ и рациональном

расположении зоны сверхпластичности давление на валки снижается еще примерно в 2 раза. Расчеты показали, что увеличение угла захвата α₁ приводит к резкому возрастанию давления на валки. Подобное объясняется снижением параметра μ при росте α₁ и, как следствие, повышением давления.

Сравнительный анализ давления на валки при прокатке сплавов АМг5 и Д18Т свидетельствует об упомянутых выше более жестких условиях процесса для сплава Д18Т.

4.3. Опытная прокатка алюминиевого листа в условиях

сверхпластичности

Рассмотрим задачу оценки склонности литого алюминиевого сплава к сверхпластичности в форме эксперимента по низкоскоростной продольной прокатке в изотермических условиях.

Исходным материалом являлись слитки размером $0,9 \times 0,24 \times 0,06$ м следующего химического состава – 5,88 % Mg; 1,03 % Mn; 0,16 % Zr; 0,12 % Si; 0,08 % Fe; остальное – Al. Литой металл подвергался гомогенизационному отжигу при 733±5 *К* в течении 24 часов с последующим охлаждением на воздухе. Химический состав и режим термообработки совпадают практически с исследованным в [73] сплавом.

При выборе оптимальных температурно-скоростных условий процесса продольной прокатки основывались на данных эксперимента по 1561 [73]. При сверхпластичности литого сплава ЭТОМ учитывалась необходимость возможного приближения скоростей деформаций к скоростям, соответствующим реальному процессу прокатки.

При исследовании процесса горячей продольной прокатки листов из литого алюминиевого сплава 1561 ставилась задача оценить влияние на

структуру свойства прокатанного металла температурно-скоростных И режимов. Эксперименты проводились в трёх режимах на карточках размером 0,24×0,12×0,04 *м*, вырезанных из слитков в продольном направлении. Карточки прокатывались дробно с суммарной степенью относительного обжатия по высоте, равной (64...65) %. Число проходов при прокатке определяли, исходя из условия соблюдения скоростного режима, - в каждом проходе скорость деформации составляла 3,2·10-2 *с*⁻¹. Это значение вполне удовлетворяет принятым режимам [73]. Соблюдение температурного режима обработки промежуточных подогревов осушествляли за счет полката. Прокатку проводили на лабораторном стане дуо 220 со следующими техническими характеристиками – диаметр валков 0,22 м, длина бочки валков 0,25 м; частота вращения валков (0,83...1) *об/мин.*; мощность привода 19,7 *кВт*.

С целью приближения процесса прокатки к изотермическому валки стана при работе постоянно подогревались с помошью электрической до температуры 430 К. Экспериментально, нагревательной установки предварительной прокаткой образцов с зачеканенными в средней части по длине термопарами было установлено, что основные температурные потери происходят во время прохождения металлом очага деформации, т.е. за счет передачи тепла валкам. Для компенсации температурных потерь, которые в диапазоне температур нагрева металла (673...773) К составляли (40...60) К повышали температуру нагрева исходных заготовок: режим I – до 693 *К*, режим II – до 793 *К*. При проведении прокатки по заданным режимам нагрева производился контроль температуры металла термопарой, зачеканенной в хвостовой части раскатываемого образца. Прокатка образцов с 40 до 27 мм по режиму I (табл.4.3.1) показала, что в ряде проходов интенсивное снижение температуры (<633 К) ниже температурного интервала сверхпластичности. Поэтому образцы были прокатаны по режиму II с толщиной 27 мм до 14 мм, т. е. серия образцов была прокатана по режиму I – II. В процессе прокатки, наряду с температурой металла, фиксировали полное давление на валки c использованием тензометрической установки и записью результатов С

помощью светолучевого осциллографа. Выбор уровней деформаций осуществляли из условия соответствия скорости деформации при прокатке интервалу сверхпластичности сплава 1561 [74].

Обсуждение результатов

Из анализа данных табл. 4.3.1 видно, что с точки зрения снижения энергозатрат при прокатке режим II имеет явные преимущества сравнительно с режимом I. Последнее не может считаться неожиданным, так как известно, что с повышением температуры сопротивление деформации снижается по закону, близкому к экспоненциальному. Снижение полного давления металла на валки по средним значениям составляет 32 % при изменении температуры деформируемого металла на 15 %. Аналогичное снижение сопротивления деформации в указанном диапазоне наблюдалось при испытании на сжатие образцов из литого металла [73].

Механические свойства при нормальной температуре прокатанного по режимам I, II металла исследовали в сравнении со свойствами листа из сплава 1561 аналогичной толщины промышленной поставки по ОСТ 1.92073-82. При этом были использованы стандартные пятикратные разрывные образцы длиной рабочей части 70 *мм* и начальной площадью сечения 135 *мм*², вырезанные в продольном направлении. Результаты испытаний представлены в табл. 4.3.2.

По данным табл. 2 пластические характеристики листов при прокатке по опытным режимам І-й и ІІ по сравнению с листами, изготовленными по стандартной промышленной технологии, в среднем на (30...40) % выше. Наибольшее повышение достигается при прокатке по режиму І-ІІ, но при этом прочностные показатели снижаются ($\sigma_{0.2}$ и σ_e – на 17% и 10% соответственно). Прокатка только по режиму ІІ обеспечивает одновременное повышение прочности (10 %) и пластичности (30 %) сравнительно с прокаткой по стандартному режиму.

Нагрев под прокатку при 793 К приводит к ускорению диффузионных процессов по толщине листа и к началу рекристаллизации, повышающих прочность и пластичность материала (табл. 4.3.1). Как известно [19],

сверхпластичности соответствует возникновение и сохранение в структуре металла равноосного мелкого зерна, неизбежно приводящего к существенному снижению анизотропии механических свойств деформированных полуфабрикатов.

Для экспериментальной проверки факта приближения режима II к процессу сверхпластической деформации были проведены механические испытания гагаринских образцов, вырезанных из листа в продольном и поперечном направлениях (табл. 4.3.3). Данные табл. 4.3.3 указывают, что полуфабрикаты, прокатанные в условиях, обеспечивающих по температурноскоростным параметрам деформации сверхпластическое течение, обладают минимальной анизотропией механических свойств в продольном и поперечном направлениях относительно направления прокатки. Механические свойства в пределах разброса соответствуют показателям образцов, вырезанных непосредственно из листового проката (табл. 4.3.2). Это дает возможность осуществлять обоснованный выбор температурно-скоростных параметров процесса получения горячекатанных полуфабрикатов С точки зрения обеспечения требуемого комплекса физико-механических свойств.

Оптимальное сочетание энергосиловых и кинематических параметров должно привести при обработке металлов давлением к формированию в продеформированном наиболее металле благоприятной структуры, приближающейся к структуре ультрамелкого зерна, и, как следствие, наиболее рационального сочетания прочностных и деформационных характеристик, а также к минимальной анизотропии механических свойств. Указанные характеристики путем сравнения co свойствами, регламентируемыми стандартным режимом, принятом В производстве, В совокупности с энергосиловыми показателями процесса должны отвечать за выбор различных аспектов оптимизации (упрощение И усовершенствование технологии обработки металлов давлением, получение требуемого комплекса физикомеханических характеристик металла, степень изотропности и др.).

Режим нагрева	Темпера- тура нагрева, <i>К</i>	Темпера- тура металла, <i>К</i>	Степень деформации за проход, %	Толщина полосы, <i>м</i> ·10 ⁻²		Число	Скорость деформации	Давление металла на	Тип образцов и вид
под прокатку				исход- ная	конеч- ная	прохо- дов	за проход, с ⁻¹ ·10 ⁻²	валки, <i>кН</i>	испытаний проката
Ι	693	643691 665	3,604,97 4,3	4,0	2,7	9	3,093,55 3,2	72,6112,7 93,0	Без механических испытаний
I–II	793	656770 713	1,723,22 2,5	2,7	1,4	27	2,353,42 3,2	21,196,1 63,0	Плоские разрывные образцы
II	793	653773 723	1,64,88 3,07	4,1	1,39	37	2,64,0 3,15	36,086,0 61,0	Плоские и круглые
Ι	693	_	1,444,7 3,07	4,0	1,37	35	1,874,13	_	Без механических испытаний
Стан- дартный	733	_	25,033,0 30,2	4,0	1,35	3	10	_	Круглые разрывные образцы

Таблица 4.3.1 – Основные параметры прокатки опытных карточек

Примечание. В числителе приведены предельные, а в знаменателе – средние параметры прокатки

Таблица 4.3.2 – Механические свойства исследуемых образцов листового проката

Режим нагрева под прокатку	σ _{0,2} , ΜΠα	σ _« , ΜΠα	δ, %	Примечание
OCT 1.92073-82	180	340	12	Без термической обработки; для листов толщиной (510) ·10 ⁻³ м
Стандартный	206	358	15,4	Горячая прокатка за 17 проходов при температуре 733 К
I – II	175	325	22,2	Прокатка в условиях сверх- пластической деформации
II	226	384	20,5	То же

Таблица 4.3.3 – Средние значения механических характеристик сплава 1561, полученного прокаткой по режиму II

Направление вырезки образцов	σ _{0,2} , <i>ΜΠα</i>	σ ₆ , <i>ΜΠα</i>	δ, %
Продольное	164	350	21,6
Поперечное	168	330	15,3

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

 Кайбышев, О.А. Сверхпластичность промышленных сплавов [Текст]: учеб. для вузов / О.А.Кайбышев. – М.: Металлургия, 1984. – 264 с.

 Новиков, И.И. Определение понятия "сверхпластичность" [Текст] / И.И. Новиков // Тез. докл. II Всесоюзн. научно-технич. конф. "Сверхпластич-ность металлов".
 Ч. І.–М., 1981.– С. 11-15.

 Новиков, И.И. Сверхпластичность сплавов с ультрамелким зерном [Текст] / И.И. Новиков, В.К. Портной. –М.: Металлургия, 1981. – 168 с.

4. Чумаченко, Б.Н. Сверхпластичность: материалы, теория, технология [Текст]: учеб. для вузов / Б.Н. Чумаченко, О.М. Смирнов, М.А. Цепин. – М.: КомКнига, 2005. – 312 с.

 Бэкофен, В. Процессы деформации [Текст]: Пер. с англ. / В. Бэкофен, В. С. Берковский, Ф. И. Рузанов, С. Е. Рокотян . – М. : Металлургия, 1977. – 288 с.

 Теория пластичности деформаций металлов / [Е.П. Унксов, У. Джонсон, В.Л. Колмогоров, В.А. Огородников и др.] Под общ. ред. Е.П. Унксова, А.Г. Овчинникова. – М.: Машиностроение, 1983. – 598 с.

Гуляев, А.П. Сверхпластичность стали [Текст] / А.П.
 Гуляев. – М.: Металлургия, 1982. – 56 с.

 Рудаев, Я.И. Элементы самоорганизации в механике динамической сверхпластичности [Текст] / Я.И. Рудаев. // Вісн. Дніпропетр. унів. механіка. – 2001. Вып. 4. – Т. 1. – С. 165-175. Kitaeva D.A., Rudaev Ya.I Macrokinetics hierarchies of states at dynamic superplasticity // Mater, Sci.Forum vols. 575-378
 (2008) – p.340-344.

 Пресняков, А.А. Локализация пластической деформации [Текст] / А.А. Пресняков. – М.: Машиностроение, 1983. – 52 с.

 Пресняков, А.А. Концепция сверхпластического течения металлов и сплавов [Текст] / А.А. Пресняков, У.К. Дуйсеналиев. – Алматы: Сегнет-Принт, 2006. – 155 с.

12. Золотаревский, Ю.С. Сверхпластичность некоторых алюминиевых сплавов / [Ю.С. Золотаревский, В.А. Паняев, Я.И. Рудаев и др.] // Судостроительная промышленность. Серия материаловедение. – 1991. – Вып. 16. – С. 21-26.

Рудской, А.И. Механика динамической сверхпластичности алюминиевых сплавов [Текст]: учеб. для вузов / А.И. Рудской, Я.И. Рудаев. – СПб.: Наука, 2009. – 217 с.

14. Потапова, Л.Л. Оценка сверхпластичности сплавов
 [Текст] / Л.Л. Потапова // Технология легких сплавов. – 1982. –
 №9. – С.60-61.

Китаева, Д.А. Синергетические представления в механике динамической сверхпластичности [Текст] / Д.А. Китаева, Я.И. Рудаев // НТВ СПб ГПУ. – 2013. – №4(183). – С. 274-283.

16. Хакен, Г. Информатизация и самоорганизация: макроскопический подход к сложным системам [Текст] / Г. Хакен. – М.: УРСС: ЛЕНАНД, 2014. 320 с.

17. Ландау, Л.Д. Статистическая физика [Текст] / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц // Ч.1. – М.: Наука, 1976. – 477 с.

Кувшинов Г.А., Новиков И.И. Об оптимальной температуре сверхпластичности // Теплофизика конденсированных сред. – М.: Наука, 1985. – С. 41-43.

 Вайнблат, Ю.М. Динамическая рекристаллизация алюминиевых сплавов [Текст] / Ю.М. Вайнблат, Н.А. Шаршагин // Цветные металлы. – 1984. – №2. – С. 67-70.

20. Пазылов Ш.Т. Особенности деформации алюминиевых сплавов в состоянии рекристаллизационной сверхпластичности [Текст] / Ш.Т. Пазылов, В.А. Паняев // Прочность материалов и конструкций энергетического оборудования. – Фрунзе: ФПИ. – 1987. – С.87-98.

21. Пресняков, А.А. О природе сверхпластического течения [Текст] / А.А. Пресняков // Тез.докл. III Всесоюзн. научно-техн. конф. «Сверхпластичность металлов». Ч.І.- Тула, 1986. –С.4-5.

22. Rosenhein W., Haughton I.L., Bingham K.E. Zinc alloys with aluminum and copper // I. Jnst. Metals. – 1920. – Vol.23. – P. 261-317.

Hargreaves F. The ball hardness and cold – working of pure metals and eutectics // I. Jnst. Metals. – 1928. – Vol.39. – P. 301-328.

24. Pearson C.B. The viscous properties of extruded eutectic alloys of lead-tin and bismuth-tin // I. Jnst. Metals. – 1934. – Vol.54. – P. 111-123.

25. Бочвар, А.А. Явление сверхпластичности в сплавах цинка с алюминием [Текст] / А.А. Бочвар, З.А. Свидерская // Изв. АН СССР, ОТН. – 1945. – № 9. – С. 821-824.

26. Смирнов, О.М. Итоги и перспективы развития технологии обработки металлов в давлением в состоянии сверхпластичности [Текст] / О.М.Смирнов // КШП.-1985. №8. – С.16-17.

27. Тихонов, А.С. Эффект сверхпластичности металлов и сплавов [Текст] / А.С. Тихонов. – М.: Наука, 1978. – 143 с.

28. Энгельс, Х.Ю. Перспективы развития конструкционных материалов [Текст] / Х.Ю. Энгельс, Ю. Харшич // Черные металлы. – 1986. – № 6, 7. – С. 5-8.

29. Шоршоров, М.Х. и др. Сварка титановых сплавов ОТ4, ВТ6, ВТ15 в твердом состоянии в режиме сверхпластичности [Текст] / [М.Х. Шоршоров, Э.М. Дзнеладзе, А.С. Тихонов и др.] // Сварочное производство. – 1975. – № 10. – С.20-22.

30. Панченко, Е.В. Развитие теории и технологии листовой пневмоформовки в режиме сверхпластичности [Текст]: Автореф. дисс. д-ра техн. наук / Е.В. Панченко. – Тула: ТГУ, 2005. – 35 с.

31. Сверхпластическая формовка пер. с англ., под ред.И.И. Новикова и О.М. Смирнова. – М.: Металлургия, 1985.

32. Рудаев, Я.И. Введение в механику динамической сверхпластичности [Текст]: учеб. для вузов / Я.И. Рудаев. – Бишкек: КРСУ, 2003. – 134 с.

33. Кийко, И.А. Пластическое течение металлов [Текст] / А.И. Кийко. - Научные основы прогрессивной техники и технологии. М.: Машиностроение, 1985. С. 102-133.

34. Кийко, И.А. Принципы и методы адаптационного математического моделирования и его применение в автоматизированных системах управления (АСУТП) обработки металлов давлением [Текст] / И.А. Кийко, Н.А. Морозов, В.Г. Казаков // ДАН СССР.- 1978. – Т.241. – №2. – С.318-321.

35. Ильюшин, А.А. Сопротивление материалов [Текст]:
учеб. для вузов / А.А. Ильюшин, В.С. Ленский. – М.: Физматгиз,
1959. – 371 с.

36. Малинин, Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести [Текст]: учеб. для вузов / Н.Н. Малинин. –М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.

37. Малинин, Н.Н. Технологические задачи пластичности и ползучести [Текст]: учеб.-метод. пособие для вузов / Н.Н. Малинин. – М.: Высшая школа, 1979. – 119 с.

Горелик, С.С. Рекристаллизация металлов и сплавов
 [Текст] / С.С. Горелик. – М.: Металлургия, 1978. – 582 с.

Пригожин, И. Порядок из хаоса [Текст] / И.
 Пригожин, И. Стенгерс. – М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 212 с.

40. Занг, В.Б. Синергетическая экономика [Текст] / В.Б. Занг. – М.: Мир, 1999. – 335 с.

41. Хакен, Г. Синергетика: иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах [Текст] / Г. Хакен.–
 М.: Мир, 1980.– 405 с.

42. Хайтун, С.Д. Механика и необратимость[Текст] / С.Д. Хайтун. – М.: Янус, 1996. – 448 с.

43. Малинецкий, Г.Г. Нелинейная динамика: Подходы, результаты, надежды [Текст] / [Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов, А.В. Подлазов]. – М.: УРСС, 2011. – 280 с.

44. Рудаев, Я.И. О фазовых переходах в сверхпластичности [Текст] / Я.И.Рудаев // Проблемы прочности. – 1990.– N10. – С. 50-54.

45. Гилмор, Р. Прикладная теория катастроф Ч. 1. [Текст] / Р. Гилмор. – М.: Мир, 1984. – 285 с.

46. Перевезенцев, В.Н. Современное состояние теории сверхпластичности [Текст] / В.Н. Перевезенцев, В.В. Рыбин // Тез. докл. IV Всесоюзн. научно-технич. конф. «Сверхпластичность металлов». Ч. І. Уфа, 1989. – С. 5.

47. Сулайманова, C.M. Моделирование процессов формоизменения в объёмного режимах сверхпластичности [Текст] / С.М. Сулайманова // Труды международной конференции «Рахматулинские чтения» по направлениям «Газовая «Композиты И волновая динамика» И И наноматериалы». Бишкек, 2011. - С.283-287.

48. Cotel E.: Montan. Rgsch. – 1920. – P. 20.

49. Никитин, Г.С. Теория непрерывной продольной прокатки [Текст] / Г.С. Никитин . – М.: МГТУ им.. Н.Э.Баумана, 2009. – 400 с.

50. Hoff H., Dahl T. Grundlagen des Walzverfahrens. Verlag Stahleisen.: Düsseldorf, 1955. 51. Siebel E., Lueg W.: Mitt. Kaiser–Wilhelm Jnst., 1933 (15), A6h. № 218.

52. Karman T.H.: ZAMM, 1925. – №2. – P. 139-131.

53. Kneschke A.: Freiberger Forschungs, 13. 16. – 1957.

54. Ekelung S. Iernkont. Ann. – 1927. – №2.– P. 36-97.

55. Orovan E. I Proc Jnst. Mech. End. – 1948. – P. 144-163.

56. Geleij A.: Bildsame Formgebung der Metalle.: Academie– Verlag, Berlin, 1967.

57. Смирнов, В.С. Теория обработки металлов давлением [Текст]: учеб. для вузов / В.С. Смирнов. – М.: Металлургия, 1973. – 496 с.

58. Wisatovski Z.: Grundlagen des Walzens. VEB Deitscher Verlag für Grundstoffindustry, Leipzig, 1963.

59. Хензель, А. Расчет энергосиловых параметров в процессах обработки металлов давлением [Текст] / А. Хензель, Г. Шпиттель. – М.: Металлургия, 1982. – 300 с.

60. Надаи, А. Прочность и разрушение твердых тел [Текст] / А. Надаи. – М.: Наука, 1969.

61. Соколовский, В.В. Теория пластичности [Текст] /
 В.В. Соколовский. – М.: Высшая школа, 1969. – 608 с.

62. Тарновский, И.Я. Деформация металла при прокатке
[Текст] / [И.Я. Тарновський, А.А. Поздеев, В.Б. Ляшков]. – М.: Металлкргиздат, 1956. – 287 с.

63. Генкин А.Л. Моделирование и оптимизация горячей прокатки полос [Текст] / . – М.: Ленана, 2012. – 168 с

64. Аксенов, Л.Б. Системное проектирование процессов штамповки [Текст] / Л.Б. Аксенов. – Л.: Машиностроение. – 1990. – 243 с.

65. Готлиб, Б.М. Адаптивное управление процессами обработки металлов давлением [Текст] / Б.М. Готлиб. – М.: Металлургия, 1986. – 144 с.

66. Валиев, Ш.И. Цифровое моделирование случайных процессов высокотемпературного деформирования материалов и конструкций [Текст] / Ш.И. Валиев, Н.В. Жданов, Я.И. Рудаев. – ФПИ, Фрунзе, 1989. – С. 42-55.

67. Субботина, Е.А. О моделировании процессов объемного формоизменения в режимах сверхпластичности [Текст] / Е.А. Субботина // Современные проблемы теории машин. 2015, № 3. С. 200-203.

68. Субботина, Е.А. Решение задачи продольной прокатки алюминиевого листа в условиях сверхпластичности [Текст] / [Е.А. Субботина, Д.А. Китаева, Г.Е. Коджаспиров, Я.И. Рудаев] // Современные проблемы теории машин. 2015. № 3. С. 191-199.

69. Субботина, Е.А. Задача продольной прокатки алюминиевого листа в режимах сверхпластичности [Текст] / [Е.А. Субботина, Д.А. Китаева, Г.Е. Коджаспиров, Я.И. Рудаев] // Труды 11-й Международной научно-технической конференции «Современные металлические материалы и технологии», СПб, 2015. С.614-626.

70. Subbotina E., Kitaeva D., Rudaev Ya., About the volume forming of aluminium details in superplasticity conditions // Proceeding of the 23rd International Conference on Metallurgy and Materials METAL 2014. May 21-23, 2014. Brno, Czech Republic. – Ostrava: TANGER, 2014.P. 347-352.

71. Subbotina E., Rudaev Ya., Kodzhaspirov G., Kitaeva D., Modelling of Longitudinal Rolling Procedure of Aluminium Sheet under Superplasticity Conditions // Proceeding of the 24rd International Conference on Metallurgy and Materials METAL-2015. Brno, Czech Republic, EU, 2015, P. 3657-3662.

72. Субботина Е.А. Задача продольной прокатки листа из алюминиевой заготовки в режимах сверхпластичности [Текст]
/ [Е.А. Субботина , Д.А. Китаева , Г.Е. Коджаспиров , Я.И. Рудаев] // Materials Physics and Mechanics. 2016, № 25. С. 49-55.

73. Температурно-скоростная деформация литого алюминиевого сплава 1561 [Текст] / [Н.В. Жданов, В.А. Паняев, Я.И. Рудаев и др.] // Судостроительная промышленность, сер. металловедение, металлургия.–1990.–Вып. 15.– С. 36-40.

74. Кунеев, В.И. Технологии динамической сверхпластичности [Текст] / [В.И. Кунеев, Ш.Т. Пазылов, Я.И. Рудаев, Д.И. Чашников] // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2002. № 6. – С. 62-70.

75. Субботина, Е.А. О моделировании процессов объемного формоизменения в режимах сверхпластичности [Текст] / Е.А. Субботина // Современные проблемы теории машин. Новокузнецк, 2015, № 3. – С.200-203.

76. Субботина, Е.А. О моделировании высокотемпературных процессов деформирования металлов и сплавов [Текст] / Е.А. Субботина // Известия Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова. Бишкек, 2015, №3 (36). – С.101-106.