УДК 62-50

СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

ОМОРОВ Т.Т., ДЖОЛДОШЕВ Б.О.
НАН КР, КГТУ им. И. Раззакова

Целью настоящей работы является распространение подхода [1] на многомерные дискретные линейные системы для случая полной информации об объекте. Найдены аналитические условия, позволяющие синтезировать законы управления линейными многомерными объектами, обеспечивающие гарантированное выполнение заданных инженерных требований к проектируемой системе.

The purpose of the present work is distribution of the approach [1] on multidimensional discrete linear systems for a case of the full information on object. The analytical conditions are found, allowing to synthesise management laws the linear multidimensional objects, providing the guaranteed performance of the set engineering requirements to projected system.

Постановка задачи. Предполагается, что задана следующая информация.

1. Математическое описание объекта управления в виде векторно-матричного уравнения

$$x(\nu+1) = Ax(\nu) + Bu(\nu), \qquad (1)$$

где $\nu = 0,1,2,\ldots$ – дискретные моменты времени; $x(\nu)$ – n-мерный вектор переменных состояния; $u(\nu)$ – m-мерный вектор управляющих воздействий; A – постоянная матрица размерности nxn; B – постоянная матрица размерности nxm; матрицы A и B заданы точно.

2. Вектор задающих воздействий $g = [g_1, g_2, \ldots, g_n]^T, \quad g = g(\nu).$

Компоненты $g_{\square}(\nu)$ описывают желаемые законы изменения управляемых переменных $x_к(\nu)$.

3. Цель управления, задаваемая соотношением

$$e(\nu) = g(\nu) - x(\nu) = 0, \qquad (2)$$

где $e = e(\nu)$ - вектор ошибки управления; 0 – нулевой вектор.

4. Критерий качества. Рассмотрим один вид целевых соотношений:

$$|e_i(\nu)| = |g_i(\nu) - x_i(\nu)| \le \sigma_i(\nu), \quad i = \overline{1,n}, \qquad (3)$$

где $б_i(\nu)$ - положительные функции, с помощью которых задаются максимально допустимые отклонения (мажоранты) управляемых переменных от их желаемых (номинальных) значений $g_i(\nu)$. Таким образом, для переходных процессов этих переменных $x_i(\nu)$ задаются некоторые допустимые области $X_i(\nu)$. Для ошибки управления $e_i(\nu)$ соответствующие допустимые множества

$$E_i(\nu)=\{e_i \in R^1 : |e_i(\nu)| \le \sigma_i(\nu)\},$$

$$E(\nu)=\{e \in R^N : e_i \in E_i,\ i = \overline{1,n}\}.$$

Общая постановка задачи управления состоит в следующем: для многомерного стационарного дискретного линейного объекта (1) на основе выше приведенной информации определить структуру и параметры управляющей подсистемы (регулятора), обеспечивающие гарантированное выполнение целевых соотношений (3), т.е. $e(\nu) \in E(\nu)$.

2. Условия допустимого качества управления. Решение сформулированной задачи будем проводить в соответствии с общими принципами, применяемыми в [1].

Целевое соотношение (3) запишем в эквивалентном ему виде

$$e_i^2(\nu) \le \sigma_i^2(\nu), \quad i = \overline{1,n}. \qquad (4)$$

Очевидно, что соотношения (3) и (4) следуют друг из друга. В отношении условия (4) справедлива следующая теорема.

<u>Теорема.</u> Пусть начальные условия на ошибку управления удовлетворяют соотношению $|e_i(0)| \le \sigma_i(0)$. Тогда для выполнения условия (4) необходимо и достаточна, чтобы для всех $N > 0$ выполнялись соотношения:

$$\sum_{\nu=1}^{N}\left[e_i(\nu)-e_i(\nu-1)\right]\left[e_i(\nu)+e_i(\nu-1)\right]-$$
$$-\sum_{\nu=1}^{N}\left[\sigma_i(\nu)-\sigma_i(\nu-1)\right]\left[\sigma_i(\nu)+\sigma_i(\nu-1)\right]\le\sigma_i^2(0)-e_i^2(0),\quad i=\overline{1,n}. \tag{5}$$

3. Синтез законов управления. Анализ полученных условий (5) показывает, что при решении задач структурного синтеза для их эффективного использования необходимо наложить ограничения на разность компонентов вектора ошибки управления $e_i(\nu+1)$, или на их приращения

$$\Delta e_i(\nu+1) = e_i(\nu+1) - e_i(\nu)$$

так, чтобы обеспечить принадлежность переходных процессов системы к заданным допустимым множествам $E_i(\nu)$.

Для этой цели, например, можно ввести в рассмотрение некоторое множество функций $\Psi_i(\nu)$, описывающих целесообразные траектории движения компонент вектора ошибки управления:

$$\Psi_i(\nu)=\{\psi_i\in R^i : |e_i(\nu)|\le\sigma_i(\nu)\},\ i=\overline{1,n},$$

где $\Psi_i=\Psi_i(p^i, e)$ - функция от элементов вектора ошибки управления $e_i(\nu)$ и варьируемого m_i - мерного вектор-параметра p^i. Выбор вектор-параметра p^i осуществляется из условия обеспечения целевых соотношений (3), т.е. $e_i(\nu) \in E_i(\nu)$.

Теперь для достижения цели управления – желаемого состояния (движения) управляемого объекта потребуем, чтобы приращение ошибок управления подчинялись соотношению

$$\Delta e_i(\nu+1) = \psi_i(p^i, e),\ i=\overline{1,n}, \tag{6}$$

Допустимое множество P_i для вектор-параметра p^i определяется выражением

$$P_i = \{ p^i \in R^{mi} : \psi_i(\nu) \in \Psi_i(\nu)\},\ i=\overline{1,n}.$$

Теперь нетрудно убедиться, что при $p^i\in P_i$ соотношения (6) дают возможность формировать уравнения синтеза искомых законов управления и на их основе осуществить структурный синтез управляющих подсистем по заданным первичным показателям качества. При таком подходе к построению систем управления основными задачами являются: определение структуры функций $\psi_i(p^i, e, \nu)$ и описание множеств P_i.

Указанные функции можно выбрать по разному, в часности,

$$\psi_i(p^i,e)=\sum_{j=1}^{n}p_{ij}e_j(\nu),\quad p^i=[p_{i1},...,p_{in}],\quad m_i=n \tag{7}$$

$$\psi_i(p^i,e)=p_ie_i(\nu)+\beta_i,\quad p^i=p_i,\quad m_i=1, \tag{8}$$

где параметры $p^i = [p_{i1}, p_{i2},..., p_{in}]$ и функция β_i определяются из следующих условий

$$\sum_{\nu=0}^{N}\psi_i(p^i,e,\nu)\left[\psi_i(p^i,e,\nu)+2e_i(\nu_i)\right]\le$$
$$\le\sum_{\nu=1}^{N}\left[\sigma_i(\nu+1)-\sigma_i(\nu)\right]\left[\sigma_i(\nu+1)+\sigma_i(\nu)\right],\ i=\overline{1,n}. \tag{9}$$

Увеличение размерности m_i вектор-параметра p^i приводит к расширению множеств $\Psi_i(\nu)$,что улучшает возможность достижения заданных требований к проектируемой системе. Однако, при этом усложняется техническая реализация искомых законов управления и процедура синтеза. Необходимо обеспечивать компромисс между этими требованиями.

В случае когда $g(\nu)=0$, т.е. $e(\nu)=x(\nu)$, и функции $\psi_i(p^i,e)$ заданы в виде (8), и рассматривается задача структурно параметрического синтеза закон управления для объекта (1) можно определить из уравнения синтеза

$$Ax + Bu = Px + \beta,$$

где

$$P = \mathrm{diag}\,(p_1, p_2,...,p_n),\ \ \beta = [\beta_1, \beta_2,..., \beta_n].$$

Литература

1. Оморов Т.Т. Принцип гарантируемой динамики в теории систем управления. – Бишкек: Илим, 2001. – 130 с.
2. Александров А.Г. Синтез регуляторов многомерных систем. – М.: Машиностроение, 1986. – 272 с.
3. Честнов В.Н. Синтез цифровых Н – регуляторов состояния многомерных систем заданной точности // А и Т. - 2005. - №5. - С.46-51.
4. Шаршеналиев Ж.Ш., Батырканов Ж.И. Синтез систем управления с заданными показателями качества. – Бишкек: Илим, 1991. – 174 с.
5. Поляк Б.Т.,Назин С.А. Оценивание параметров в линейных многомерных системах с интервальной неопределённостью // Проблемы управления и информатики.-2006., -№1-2.
6. Поляк Б.Ф., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. –М.: Наука, 2002. –303 с.