

ДЛИННОВОЛНОВАЯ АСИМПТОТИКА ДИСПЕРСИОННЫХ ОПЕРАТОРОВ УПРУГИХ ВОЛН В КОРПУСНЫХ СИСТЕМАХ

КУРМАНАЛИЕВ К.
izvestiva@ktu.aknet.kg

Проведен анализ результатов в задачах распространения нестационарных волн по различным корпусным системам (оболочечные, стержневые, цилиндрические) закрепленные между собой жесткими связями.

Способ получения временных ($t \rightarrow \infty$) асимптотик для квазистационарной неосциллирующей волны, распространяющихся по однородным цилиндрическим системам (корпусным системам) при локальном осевом воздействии и движущейся нагрузке описан Л.И.Слепяном в [1], §18. При использовании преобразований Лапласа в движущейся системе координат (обозначим его L_*) на луче $x = c \cdot t$ оригинал:

$$u(t, x) = \frac{1}{4\pi^2 i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\partial-i_{\infty}}^{\partial+i_{\infty}} u^{LF}(p, q) \cdot e^{pt-iqx} dpdq. \quad (1)$$

После замены $p = s + iq \frac{x}{t}$, $x = ct + \xi$, где ξ - мало и определяет окрестность луча, преобразуется к виду:

$$u^{L_*}(s, c, \xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u^{LF}(s + iq, q) e^{-i\xi q} dq. \quad (2)$$

Для определения асимптотик искомых функций в окрестности лучей $x = c \cdot t$ (c - произвольно $p = S + iq(c + c')$, $c' \rightarrow 0$) достаточно рассмотреть изображение (2) на плоскости p, q в окрестности особых точек с наибольшей вещественной частью. В предположении отсутствия экспоненциально растущих решений (естественных с физической точки зрения) асимптотика квазистационарной волны может быть получена при $s \rightarrow 0$ [1].

Подынтегральное выражение (2) имеет особенности в тех точках плоскости qc , где дисперсионный оператор при $p = s + iq$ u $s \rightarrow 0$ обращается в ноль, то есть в точках фазовых кривых.

В задачах с движущейся (со скоростью V) нагрузкой было показано в [1], что в случае, когда прямая $c = v$ пересекает фазовую кривую, интеграл (2) существует в смысле главного значения и ограничен.

Если $c = v = c_*$ (прямая $c = v$ в точке $q = \bar{q}(c_*)$) касается фазовой кривой, то в (2) появляется неустранимая особенность, что приводит к неограниченному (при $t \rightarrow \infty$) росту возмущений, распространяющихся вдоль оси. Степень этого роста зависит от поведения фазовой кривой в малой окрестности $|q - \bar{q}(c_*)| \leq \xi$ и для различных \bar{q} определена в [1].

В случае локального осевого (торцевого) воздействия, изображение нагрузки при ($s \rightarrow 0$) и $|q| \leq \xi$ не имеет особенностей, дисперсионный оператор имеет порядок s^{-1} , а возмущения ограничены при их распределении вдоль оси цилиндрической системы.

Применение дискретного преобразования Фурье при исследовании периодически неоднородных систем [2,3,4,5,6,7] не вносит особенностей в проведение перехода от LF_d -преобразования к L_* -преобразованию на луче: оригинал

$$u(t, n) = U_n(t) = \frac{1}{4\pi^2 i} C_* \int_{-\pi}^{\pi} \int_{\partial-i_{\infty}}^{\partial+i_{\infty}} u^{LF_d}(p, q) e^{-pt-iqn} dpdq, \quad (3)$$

после замены

$$p = s + iq \frac{n}{t}, \quad n = ct + \xi, \quad \xi \rightarrow 0 \quad (4)$$

преобразуется к виду типа (2):

$$u^{L*}(s, c, \xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} u^{LF_c}(s + iq c, q) \cdot e^{-i\xi q} dq. \quad (5)$$

В подынтегральных выражениях (2) и (5) проводится разложение изображений в окрестности волнового числа \bar{q} (абсциссы особой точки \bar{q}, c_* на плоскости q, c), если \bar{q} конечно, и в произвольной окрестности \bar{q} , если $\bar{q} = \infty$ определяет особые точки в коротковолновой части спектра [1].

В [2,3,4,5,6,7] основное внимание уделено определению c_* (особой точки $\bar{q} = 0$ и выявлению поведения фазовой кривой в малой окрестности $|q| \leq \xi$ за исключением особой точки при $\bar{q} = \infty$ в задаче о континуальном распределении амортизированных масс по оси корпуса.

Длинноволновая асимптотика дисперсионных операторов имеет одинаковую структуру и при $p = S + iq(c_* + c')$, $S \rightarrow 0$, $|q| \leq \xi$ для $D(p, q)$ примет вид:

$$D \approx 2igc_* (s + iq c' + ic_* a q^3), \quad (6)$$

где c_* - скорость длинных волн (в пределе бесконечно длинных),

α - величина, определяющая дисперсию низкочастотного спектра [2] и зависит от параметров модели конкретной корпусной системы.

Таким образом получена асимптотическая оценка распространения продольной упругой волны, вызванной торцевым локальным воздействием по оси корпусной системы, позволяющая поводит тестовые расчеты прикладных задач.

Литература

1. Слепян Л.И. Нестационарные упругие волны. – Л., 1972, с.374
2. Курманалиев К. Дисперсионные свойства ортотропной цилиндрической оболочки. // Известия КНТУ №6. – Б.: ИЦ «Текник», 2004. С. 113-116
3. Курманалиев К. Действие волны давления на цилиндрическую оболочку с амортизированными массами. // Известия КНТУ №7. – Б.: ИЦ «Текник», 2005
4. Курманалиев К. Движение цилиндрической системы с поперечными связями под действием нестационарной волны. Сб.: Актуальные проблемы механики и машиностроения. – Алматы, 2005. С. 222-225.
5. Курманалиев К. Распространение нестационарных волн давления в коаксиальных цилиндрах с наполнителем. // Известия КГТУ им. И.Раззакова №10. – Б.: ИЦ «Текник», 2006. С. 158-163
6. Курманалиев К. Движение слоистых систем с наполнителем при действии нестационарной волны давления. В кн. Проблемы автоматизации, управления, экономики и подготовки кадров для современных производств. – СПб., 2008.
7. Курманалиев К. Нестационарные волны в системе состыкованных оболочек. // Известия КГТУ им. И.Раззакова №19. – Б.: ИЦ «Текник», 2010.