УДК 539.39:624.131

УСТОЙЧИВОСТЬ УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ИНТЕНСИВНОМ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

КУРМАНАЛИЕВ К., СУЛТАНГАЗИЕВА А.
izvestiya@ktu.aknet.kg

Изучено поведение конструкции оболочечного типа погруженных в идеальную сжимаемую жидкость, при действии интенсивных динамических нагрузках. Проведено сравнение с известным аналогичным случаям в вакууме.

Поведение тонкостенных упругих конструкций (оболочка, пластина, стержень) при динамическом интенсивном нагружении в вакууме достаточно хорошо изучено Л.И.Слепяном [1]. При проведении экспериментов интенсивное нагружения создается и в окружающей среде. Остается открытым вопрос о правомерности сравнения результатов экспериментов с идеализированной системой. Возникают естественные вопросы, совпадают ли формы выпучивания в обоих случаях и как соотносятся критические параметры выпучивания?

Изучена поведение упругих тонкостенных конструкций, погруженных в идеальную сжимаемую жидкость и находящегося в условия интенсивного динамического нагружения. Рассмотрено начальная стадия процесса, когда только начинаются волнообразовательные процессы, когда можно еще пользоваться линейной постановкой. Однако за это время волнообразования продольная волна успевает несколько раз отразиться от краев, поэтому волновой характер деформаций вдоль поверхности конструкций не учитывается [2]. Среди нормальных движений конструкции выделим основные формы выпучивания, обладающие максимальной скоростью роста. Необходимо выяснить, как параметры внешней среды влияют на эти движения. Показано, что формы выпучивания для конструкций, окруженных средой и без нее, совпадают, но при этом наблюдается увеличение критических параметров: нагрузки, времени выпучивания.

Пусть движение конструкции описываются одним разрешающим уравнением относительно прогиба $w(x_1, x_2, t)$:

$$\left[A^{(i)}(x_1, x_2) + N_S B_S^j(x_1, x_2) + C^{(k)}(x_1, x_2, t)\right]W + D^{(l)}(x_1, x_2, t)Q_\theta = f(x_1, x_2, t); \qquad (1)$$

$$Q_\theta = Q\left(x_1, x_2, x_3 = x_3^{(o)}, t\right) \qquad (j = 1, 2).$$

Здесь i,k,j и l - порядки линейных дифференциальных операторов *A, B, C, D* действующих на W и Q_θ;

Q - давление в жидкости;

x_1 и x_2 - координаты в срединной поверхности корпуса;

x_3 - нормаль, $x_3 = x_3^{(o)}$ - контактная поверхность;

N_S - большой параметр, соответствующий интенсивному продольному сжатию конструкции силой много больше критической силы Эйлера.

Рассмотрим периодические задачи по продольным координатам, а из возможных видов закрепления на краях выберем условия шарнирного опирания. Вид граничных условий не должен существенно сказываться при многоволновой форме выпучивания.

Возмущения в жидкости описывается волновым уравнением для потенциала скоростей φ:

$$\ddot{\varphi} = C_0^2 \Delta\varphi ,$$

$$Q = -\rho_0 \dot{\varphi} \qquad (2)$$

где Δ - оператор Лапласа в системе координат x_1, x_2, x_3;

ρ_0, C_0 - плотность жидкости и скорость звука в ней.

Нормальные скорости на контактной поверхности одни и те же.

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_3}\right)_{x_3 = x_3^{(0)}} = \dot{w}, \qquad (3)$$

а при $x_3 \to \infty$ давление жидкости стремиться к 0.

Предполагая, что вид формы потери устойчивости конструкции в вакууме и в жидкости одинаково. Это происходит, когда поверхность оболочки изгибается по форме потери устойчивости, которые являются собственными функциями для волнового уравнения (2) в рассматриваемой области.

Обозначим: m и n числа полуволн в направлениях x_1 и x_2 соответственно. Изображение давления Q_θ^h получим из (2).

$$Q_\theta^h = -\rho_0 P^2 w^l \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x_3}\right)_{x_3 = x_3^0}, \qquad (4)$$

$$\overline{\varphi}^L = \overline{\varphi}^L (P, m, n, x_3)$$

Подставляя (3) и (4), получим изображения прогиба

$$w^L(P,m,n;\rho_0,C_0) = f^L(P,m,n,x_3) G^{-1}(P,m,n;\rho_0,C_0),$$

где $G^{-1} = C(P,m,n) + N_S b_S(m,n) + \alpha(m,n) + d(m,n) Q_\theta^L$ Здесь α, b_S, C, d полиномы от m,n,P степени которых соответствуют порядкам линейных операторов *A, B₁, C, D.*

Как правило, Q_θ^L - трансцедентная функция своих аргументов.

В ряде случаев, когда $Q_\theta^L = 0$, (5) удается обратить точно, причем решение имеет вид суммы экспонент. При ρ_0, $C_0 \neq 0$ точное обращение (5) в общем случае проблематично.

Рассмотрим случай, когда ρ_0, $C_0 \neq 0$, как и в случае отсутствия жидкости [2], некоторые составляющие асимптотики w можно представить в виде экспоненты с положительным показателем:

$$w \sim W \exp(L,t), \sim \qquad L = L(m,n;\rho_0,C_0) > 0 \qquad (6)$$

$$w^L \sim \frac{W}{P-L}; \; W(\alpha,m,n;\rho_0,C_0) = \lim_{P\to\alpha} \frac{\partial}{\partial P}\left[\frac{(P-\alpha) f^L(m,n,P)}{G(P,m,n;\rho_0,C_0)}\right]$$

В предложении (6) искомые величины α являются конями характеристического уравнения

$$G(\alpha, m, n; \rho_0, C_0) = 0 \qquad (7)$$

Следуя [2] будем разыскивать значение

$$\alpha = \alpha^*(m_*, n_*; \rho_0, C_0),$$

при котором происходит наибольший рост прогиба w, m_*, n_* - номера максимально растущих форм.

В том числе, когда α выражается явно через m, n, это операция очень проста: в противном α^* можно определить, решая уравнение (7) численно.

Литература

1. Слепян Л.И. Нестационарные упругие волны. – Л., 1972. - С. 374.
2. Слепян Л.И., Яковлев Ю.С. Интегральные преобразования в нестационарных задачах механики. – Л., 1980. – С. 49.
3. Курманалиев К. Нестационарные волны в системе состыкованных оболочек. / Известия КГТУ № 19. Б., 2009. – 111-114 стр.