



УДК 624.073.02



А.Т. МАРУФИЙ
ОШТУ, ОШ, КЫРГЫЗСКАЯ РЕСПУБЛИКА
– E-MAIL: OSHTU-MARUFI@RAMBLER.RU
А.Т. MARUFI
OSHTU, OSH, KYRGYZ REPUBLIC

Э.С. РЫСБЕКОВА
ОШТУ, ОШ, КЫРГЫЗСКАЯ РЕСПУБЛИКА
E-MAIL: E.RYSBEKOVA@MAIL.RU
E.S. RYSBEKOVA
OSHTU, OSH, KYRGYZ REPUBLIC

E.mail. ksucta@elcat.kg

**РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА БЕСКОНЕЧНОЙ ПЛИТЫ НА УПРУГОМ
ОСНОВАНИИ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ПРОДОЛЬНЫХ СЖИМАЮЩИХ
УСИЛИЙ ПО ОСИ X И РАСТЯГИВАЮЩИХ ПО ОСИ Y И НЕПОЛНОГО
КОНТАКТА С ОСНОВАНИЕМ, В ВИДЕ ОДНОЙ ТРАНШЕИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ
ПОД ПЛИТОЙ ВДОЛЬ ОСИ Y**

**RESULTS OF THE CALCULATION OF THE INFINITE PLATE ON AN ELASTIC
BASIS THROUGH THE INFLUENCE OF THE LONGITUDINAL COMPRESSIONAL
EFFECTS ON THE AXIS X AND THE STRETCHING BY THE AXIS Y AND THE
INCOMPLETE CONTACT WITH THE BASIS, IN THE SAME OF A SINGLE TRENCH
LOCATED UNDER THE PLATE ALONG THE AX Y**

Макалада X огу боюнча кысуучу жана Y огу боюнча чоюучу узунан кеткен күчтөр эске алынган түп-негизи менен толук эмес контакта болгон, Y огу боюнча плитанын астында бир траншея түрүндө жайгашкан чексиз плитанын ийилүү маселесинин санариптик ишке ашыруусунун жыйынтыктары келтирилген. Жыйынтыктардын талдоосу келтирилген.

Чечүүчү сөздөр: күчтөр, негиз, чексиз плита, ийилүү, тегиздик.

В статье приведены результаты численной реализации задачи об изгибе бесконечной плиты на упругом основании с учетом влияния продольных сжимающих усилий по оси X и растягивающих по оси Y и неполного контакта с основанием, в виде одной траншеи, расположенной под плитой вдоль оси Y. Приведен анализ результатов.

Ключевые слова: усилия, основание, бесконечная плита, прогиб, плоскость.

The results of the numerical realization of the problem of the bending of an infinite plate on an elastic foundation are given in the article, taking into account the effect of longitudinal compressive forces along the X axis and stretching along the Y axis and incomplete contact with the base, in the form of a single trench located under the plate along the y axis. The analysis of the results is given.

Keywords: force, base, infinite slab, deflection plane.

Введение. В практике проектирования фундаментов зданий и сооружений на просадочных грунтах в центральной части конструкций фундаментов может образоваться провал уже в процессе эксплуатации. Когда нагрузка и неполный контакт расположены в центре достаточно гибкой плиты и их размеры несоизмеримы, она может быть рассчитана по расчетной схеме бесконечной плиты.



Цель исследования. Численная реализация ранее полученных авторами аналитического решения задачи изгиба бесконечной плиты на винклеровском упругом основании с учетом влияния продольных сжимающих усилий по оси X и растягивающих по оси Y и неполного контакта с основанием, в виде одной траншеи, расположенной под плитой вдоль оси Y. Подробный анализ полученных результатов.

Метод исследования. На основе ранее полученного авторами алгоритма составлена программа расчета в среде Delphi и вывод графиков осуществлялся с помощью системы AutoCAD.

В работе [1] разработан алгоритм расчета бесконечной плиты, лежащей на винклеровском упругом основании с учетом влияния продольных усилий, приложенных в срединной плоскости плиты и неполного контакта плиты с основанием.

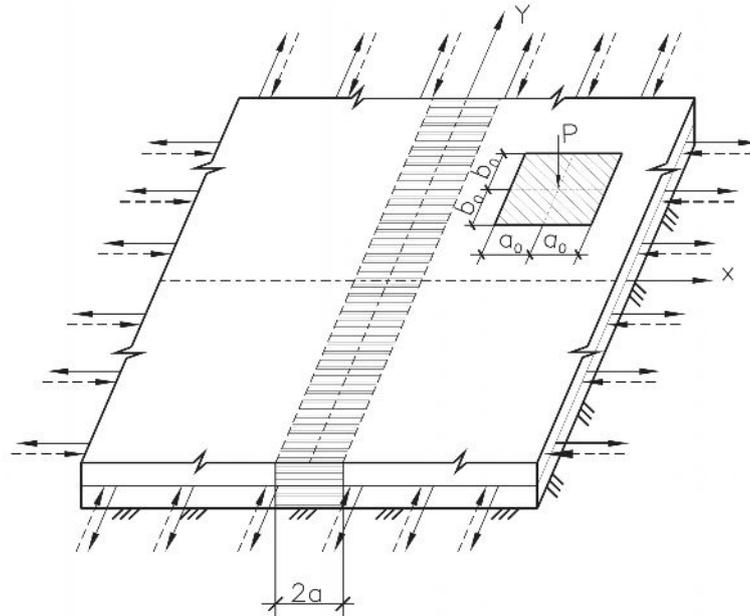


Рис.1. Бесконечная плита, лежащая на винклеровском упругом основании с учетом влияния продольных усилий и неполного контакта с основанием

В этом случае прогибы плиты $\omega(x, y)$ определяются из решения дифференциального уравнения вида [2, 3, 4]:

$$D\nabla\nabla\omega(x, y) + \kappa\theta(x-a)\omega(x, y) - N_x \frac{\partial^2 \omega(x, y)}{\partial x^2} - N_y \frac{\partial^2 \omega(x, y)}{\partial y^2} - 2N_{xy} \frac{\partial^2 \omega(x, y)}{\partial x \partial y} = q_0(x, y) \quad (1)$$

Здесь D – цилиндрическая жесткость плиты;

K – коэффициент постели основания;

$\theta(a)$ – функция Хевисайда, введение которой позволяет учесть отсутствие основания под частью плиты;

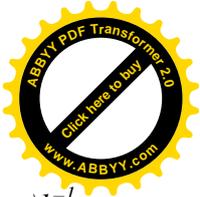
$2a$ – ширина траншеи (неполного контакта с основанием) в основании;

$$\nabla \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \text{ – оператор Лапласа;}$$

N_x, N_y – интенсивность растягивающих (сжимающих) усилий вдоль осей x и y , считаются положительными в случае растяжения;

N_{xy} – интенсивность касательных усилий в срединной плоскости;

В дальнейшем в связи с малой интенсивностью касательных усилий, приложенных



в срединной плоскости, не снижая общности задачи, положим $N_{xy}=0$.

Перейдя к безразмерным координатам $x_l = xl^{-1}$; $y_l = yl^{-1}$; $a_l = al^{-1}$; $q_l(x, y) = q(x, y)k^{-1}$; $l = \frac{D^{1/4}}{k^{1/4}}$; получим, опуская индекс 1, следующее уравнение относительно прогиба плиты:

$$\left[\nabla \nabla + \theta(x-a) - 2\alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2\alpha_2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] \omega(x, y) = q_0(x, y) \quad (2)$$

Где

$$\nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}; \quad \nabla^2 = \xi^2 + \eta^2;$$

$$2\alpha_1 = \frac{N_x l^2}{D}; \quad 2\alpha_2 = \frac{N_y l^2}{D};$$

$\omega(x, y)$ – функция прогиба;

$q(x, y)$ – заданная нагрузка

Применив к выражению (2) обратное двумерное cos-преобразование Фурье, получим [5, 6]:

$$\alpha(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\cos \xi x \cdot \cos \eta y}{[(\xi^2 + \eta^2)^2 - 2\alpha_1 \xi^2 - 2\alpha_2 \eta^2 + 1]} \times \frac{2}{\pi} \int_0^a \alpha(t, \eta) \cos \xi t \cdot \cos \eta y \cdot dt \cdot d\xi \cdot d\eta = \omega_\infty(x, y) \quad (3)$$

)

Продифференцировав, выражение прогибов (3), получим выражения изгибающих моментов и приведенных поперечных сил:

$$\left\{ \begin{aligned} M_x(x, y) &= -\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{(\xi^2 + \nu \eta^2) \cos \xi x \cdot \cos \eta y}{[(\xi^2 + \eta^2)^2 - 2\alpha_1 \xi^2 - 2\alpha_2 \eta^2 + 1]} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^a \alpha(t, \eta) \cos \xi t dt \cdot d\xi \cdot d\eta + M_{\alpha x}(x, y); \\ M_y(x, y) &= -\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{(\nu \xi^2 + \eta^2) \cos \xi x \cdot \cos \eta y}{[(\xi^2 + \eta^2)^2 - 2\alpha_1 \xi^2 - 2\alpha_2 \eta^2 + 1]} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^a \alpha(t, \eta) \cos \xi t dt \cdot d\xi \cdot d\eta + M_{\alpha y}(x, y); \\ Q_x(x, y) &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{[\xi^3 + (2-\nu)\xi\eta^2] \cos \xi x \cdot \cos \eta y}{[(\xi^2 + \eta^2)^2 - 2\alpha_1 \xi^2 - 2\alpha_2 \eta^2 + 1]} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^a \alpha(t, \eta) \cos \xi t dt \cdot d\xi \cdot d\eta + Q_{\alpha x}(x, y); \\ Q_y(x, y) &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{[\eta^3 + (2-\nu)\xi^2\eta] \cos \xi x \cdot \cos \eta y}{[(\xi^2 + \eta^2)^2 - 2\alpha_1 \xi^2 - 2\alpha_2 \eta^2 + 1]} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^a \alpha(t, \eta) \cos \xi t dt \cdot d\xi \cdot d\eta + Q_{\alpha y}(x, y); \end{aligned} \right. \quad (4)$$

На основе ранее полученного расчета, составлена программа в системе *Delphi*, а вывод графиков осуществлялся с помощью системы *AutoCAD* [7, 8], результаты численной реализации приведены на на рис. 2 и в таблице 1.

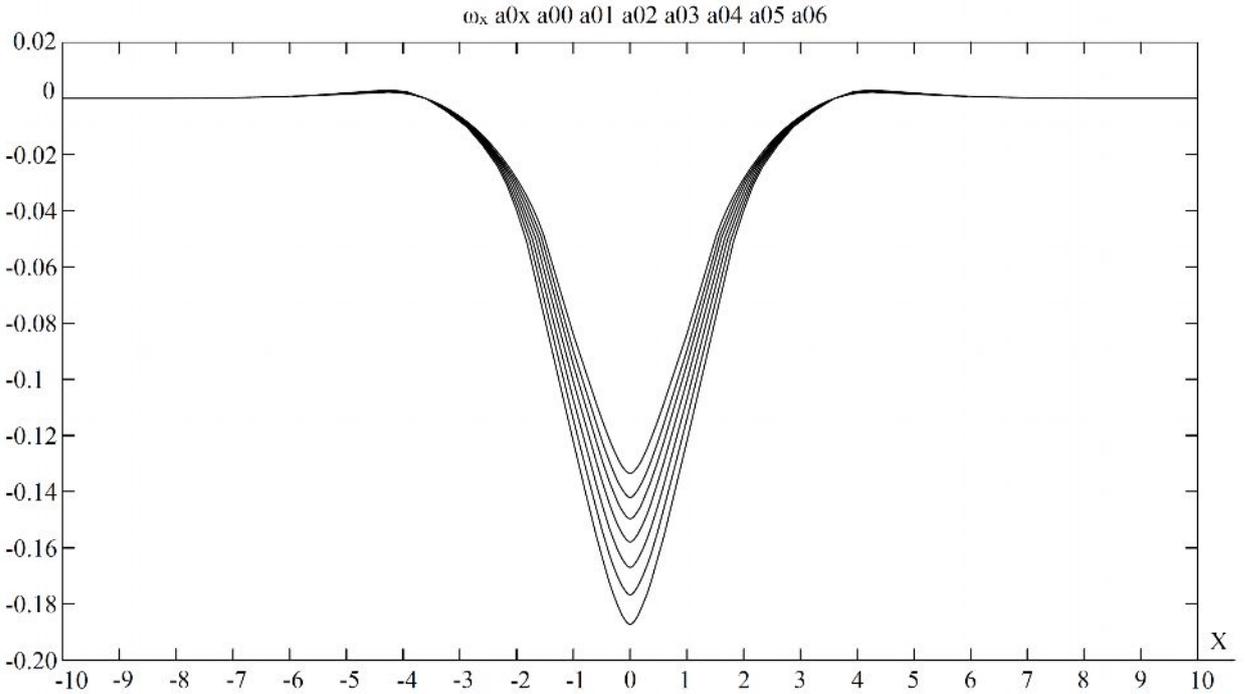
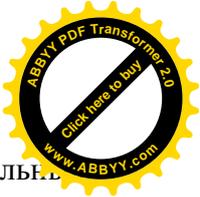


Рис. 2. Эпюры прогибов $\omega(x,y)$ в бесконечной плите на упругом основании с учетом сжимающих усилий по оси X и растягивающих по оси Y и неполного контакта с основанием в виде траншеи, расположенной в центральной зоне плиты при $x_1 = 0$ и $x_2 = 0 \div 0.6$.

Таблица 1 - Результаты расчета изгиба бесконечной плиты на упругом основании с учетом влияния сжимающих усилий по оси X и растягивающих по оси Y и неполного контакта с основанием.

Значения прогибов $\omega(x,y)$ в бесконечной плите								
ω_z	x_1	x_2/x	0.0000	0.1000	0.2000	0.3000	0.4000	0.5000
a00	0.0	0.0	0.1335	0.1321	0.1289	0.1246	0.1196	0.1141
a01	0.0	0.1	0.1421	0.1404	0.1371	0.1326	0.1274	0.1216
a02	0.0	0.2	0.1497	0.1480	0.1446	0.1399	0.1345	0.1284
a03	0.0	0.3	0.1579	0.1562	0.1527	0.1479	0.1423	0.1359
a04	0.0	0.4	0.1670	0.1652	0.1616	0.1567	0.1509	0.1442
a05	0.0	0.5	0.1767	0.1749	0.1712	0.1662	0.1602	0.1532
a06	0.0	0.6	0.1872	0.1854	0.1814	0.1763	0.1701	0.1629
ω_z	x_1	x_2/x	0.5000	0.6000	0.7000	0.8000	0.9000	1.0000
a00	0.0	0.0	0.1141	0.1083	0.1023	0.0962	0.0901	0.0840
a01	0.0	0.1	0.1216	0.1155	0.1091	0.1026	0.0962	0.0898
a02	0.0	0.2	0.1284	0.1220	0.1153	0.1085	0.1018	0.0948
a03	0.0	0.3	0.1359	0.1292	0.1221	0.1151	0.1080	0.1007
a04	0.0	0.4	0.1442	0.1372	0.1298	0.1223	0.1148	0.1072
a05	0.0	0.5	0.1532	0.1456	0.1382	0.1303	0.1224	0.1143
a06	0.0	0.6	0.1629	0.1554	0.1473	0.1391	0.1307	0.1222

Выводы. Анализ результатов расчета бесконечной плиты на упругом основании с учетом влияния продольных сжимающих усилий по оси X и растягивающих по оси Y, приложенных в срединной плоскости плиты и неполного контакта плиты с основанием в виде одной траншеи шириной $2a$, расположенной вдоль оси Y (рис. 3.1) показывает, что



прогибы $\omega(x,y)$ увеличиваются по сравнению без учета вышеуказанных продольных усилий (рис. 2). Если при учете их и полуширине траншеи $a=0.6$ прогиб $\omega(x,y)$ равен 0.1872 в безразмерных величинах, то без учета этих факторов при той же полуширине траншеи прогиб $\omega(x,y)$ равен 0.1751, т. е. в 1.07 раза больше. Что незначительно, а при противоположной раскладке продольных усилий прогиб наоборот уменьшался в 1.24 раза (табл. 1).

Следует отметить, что прогибы $\omega(x,y)$ увеличиваются при увеличении полуширины траншеи, например, a меняется от 0 до 0.6, при $a=0$ (случай полного контакта плиты с основанием) прогиб $\omega(x,y)$ равен 0.1335, а при $a=0.6$ он равен 0.1872, т. е. в 1.4 раза больше.

Список литературы

1. Маруфий А. Т. Изгиб бесконечной плиты, лежащей на винклеровском упругом основании с учетом влияния продольных усилий и неполного контакта с основанием [Текст] / А. Т. Маруфий, Э. С. Рысбекова // Вестник КГУСТА. – Бишкек: 2015. – №2. – С. 66-70.
2. Маруфий А. Т. Изгиб бесконечной плиты на упругом основании с неполным контактом с основанием [Текст] / А. Т. Маруфий, В. И. Травуш // Научный вестник ФерГУ. – Фергана: 1995.– №1. – С. 71-77.
3. Маруфий А. Т. Изгиб полубесконечной плиты, лежащей на упругом основании Винклера, с учетом влияния продольных усилий [Текст] / А. Т. Маруфий, А. Т. Турганбаев // Научный вестник ФерГУ. – Ош: 1996. – №1. – С. 70-73.
4. Маруфий, А. Т. Расчёт плит на упругом при отсутствии основания под частью плиты [Текст] / А. Т. Маруфий // Основания, фундаменты и механика грунтов.– М.: 1999. – №4.– С. 27-31.
5. Градштейн И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений [Текст] / И.С. Градштейн, И.И. Рыжик. – М.: Физматгиз, 1962.– 1108с.
6. Травуш В.И. Об одном методе решения задач изгиба конструкций, лежащих на винклеровском основании [Текст] / В. И. Травуш // Сб. трудов вопросы архитектуры и строительства зданий для зрелищ, спорта и учреждений культуры. – М.:1976. – №4. – С.83-89.
7. Чертик А. А. Программирование в среде Delphi [Текст] / А. А.Чертик. – СПб: Питер, 2008. – 400 с.
8. Соколова, Т. Ю AutoCAD – 2008 [Текст] / Т. Ю. Соколова. – СПб: Питер, 2008. – 174 с.