УДК 519.71

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ТРАЕКТОРНЫМ ДВИЖЕНИЕМ

Жениш Исакунович Батырканов, *доктор технических наук, профессор Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова, 720044, Кыргызская Республика, г. Бишкек, пр. Мира 66, e-mail: bjenish@mail.ru*
Малик Файзуллович Баймухамедов, *доктор технических наук, профессор Костанайского социально-технического университета им. академика З.Алдамжар, Казахстан.*
Кыял Кудайбердиевна Кадыркулова, *старший преподаватель Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова, 720044, Кыргызская Республика, г. Бишкек, пр. Мира 66, e-mail: kyial_02@mail.ru*

В данной работе предлагаются новая методика синтеза адаптивного управления движением объекта по предписанной траектории. Объект подвержен параметрическим возмущениям. На основе применения метода функций Ляпунова предлагается методика синтеза соответствующих адаптивных законов управления траекторным движением. Рассмотренные модельные примеры синтеза показывают о конструктивности и эффективности предлагаемых методов синтеза.

Ключевые слова: Синтез управления, параметрические возмущения, предписанная траектория, адаптивное управление, метод функций Ляпунова.

ONE OF THE METHOD ADAPTIVE CONTROL OF TRAJECTORY MOTION

Zhenish Isakunovich Batyrkanov, *Professor, Doctor of Technical Science, Kyrgyz Technical University named after I.Razzakov, 66Mira Avenue, Bishkek, 720044, Kyrgyz Republic, e-mail: bjenish@mail.ru*
Malik Faizullovich Baymuhamedov, *Doctor of Technical Sciences, Professor of Kostanay Socio-Technical University, Kazakhstan.*
Kiyal Kadyrkulovna Kadyrkulova, *senior teacher, Kyrgyz Technical University named after I.Razzakov, 66 Mira Avenue, Bishkek, 720044, Kyrgyz Republic, e-mail: kyial_02@mail.ru*

In this paper, we propose a new technique for the synthesis of adaptive control of the motion of an object along a prescribed trajectory. The object is subject to parametric disturbances. Using the method of Lyapunov functions, we propose a technique for synthesizing the corresponding adaptive laws governing the trajectory motion. The considered model examples of synthesis show the constructiveness and effectiveness of the proposed methods of synthesis.

Keywords: control synthesis, parametric perturbations, prescribed trajectory, adaptive control, Lyapunov function method

Введение. На сегодняшний день на практике часто встречаются задачи управления объектом по заданной предписанной траектории (программе). Это в задачах лазерной маркировки деталей, задачах управления летательными объектами, в задачах робототехники, в задачах 3 D- технологий.

Задачи траекторного управления объектами относятся к неклассическим задачам теории автоматического управления. На данный момент предложены ряд подходов и методик синтеза управления, это работы Галиулина А.С., Фурасова В.Д., Крутько П.Д., Батырканова Ж.И. и других [1,2,3]. Но несмотря на это, встречаются большое количество нерешенных в этой области задач. Это в первую очередь задачи адаптивного управления. В связи с этим задачи синтеза адаптивного управления траекторным движением являются актуальными.

Постановка задачи адаптивного управления программным (траекторным) движением линейного объекта.

Рассмотрим линейный объект управления, описываемый уравнением

$$\dot{x} = \mathrm{A}x + \mathrm{B}u + \Delta\mathrm{A}x, \tag{1}$$

где A, B – числовые детерминированные матрицы размерностей n·n; n·m соответственно; ΔA – матрица неизвестных изменяющихся по времени параметров объекта.

Матрица неизвестных параметров объекта удовлетворяет так называемому условию квазистационарности, при котором предполагается, что параметры объекта изменяются намного медленнее, чем переменные состояния. В соответствии с этим принимается

$$\frac{d(\Delta\mathrm{A})}{dt} \sim 0. \tag{2}$$

Предписанная программа движения задаётся в виде уравнений

$$\Psi_n(x,t) = 0, \quad r = I, s \quad s \leq n. \tag{3}$$

Предполагается при этом, что ранг матрицы $\frac{\partial\Psi}{\partial x}$ равен “**s**”.

Задачу синтеза адаптивного управления программным движением сформулируем следующим образом. Требуется синтезировать адаптивный закон управления в классе

$$\begin{cases} \mathrm{U} = U_{\text{пр}}(x,t) - C \cdot x, \\ \dot{C} = \Psi(x,c,t). \end{cases} \quad (4)$$

где С – матрица настраиваемых параметров регулятора, при котором движение системы (1) осуществляется по предписанной программе (3).

Построение адаптивного управления в частном случае

Рассмотрим случай, когда предписанная программа движения задана одним уравнением в неявной форме

$$\Psi(x,t) = 0. \quad (5)$$

Для решения выше поставленной задачи применим аппарат функций Ляпунова. Для формирования функции Ляпунова предварительно заметим, что цель адаптивного управления в данном случае заключается в обеспечении движения управляемой системы по предписанной программе и в обеспечении возвращения движения системы на предписанную траекторию, в случае выхода системы из неё вследствие действия параметрических возмущений и возмущений по переменным состояния. Другими словами, цель управления заключается в выполнении условия устранения ошибки выполнения предписанной программы движения.

$$\begin{cases} \delta = \Psi(x,t) \neq 0, \\ \delta(t) \to 0. \end{cases} \quad (6)$$

Исходя из этого замечания, функция Ляпунова определяется как функция от ошибки выполнения предписанной программы. Она должна также учитывать процесс компенсации параметрических возмущений путём настройки параметров регулятора. Применительно к выше поставленной задаче и исходя из структуры управляемого объекта (1), структуры регулятора (4) и предписанной программы движения (5) функцию Ляпунова возьмём в виде

$$\mathrm{V}(\delta,\gamma) = \delta^2 + \sum_{i=1}^{n}(\gamma_i \cdot \gamma_i), \quad (7)$$

где γ_1 – 1-я строка матрицы (ΔA – B·C), т.е.

$$\gamma_i = (\Delta\mathrm{A} - \mathrm{BC})_i \quad (8)$$

Очевидно, что рассматриваемая функция Ляпунова является положительно определенной функцией по отношению к переменным δ, γ.

Для нахождения искомого закона управления вычислим полную производную функции Ляпунова с учетом рассматриваемых уравнений.

Имеем

$$\dot{V} = 2\Psi\left(\frac{d\Psi}{dx}, \mathrm{A}x + \mathrm{B}U\text{пр}\right) + 2\Psi\left(\frac{d\Psi}{dx}, (\Delta\mathrm{A} - \mathrm{BC})x\right) + 2\sum_{l=1}^{n}(\gamma_i \cdot \dot{\gamma}_i) + \frac{d(\Psi^2)}{dt} \quad (9)$$

Заметим, что выражение $(\Delta\mathrm{A} - BC) \cdot x$, с учетом обозначений (8), можно представить в виде:

$$(\Delta\mathrm{A} - \mathrm{BC}) \cdot x = \big((\gamma_i, x)\big), \dots, (\gamma_n, x))^T \quad (10)$$

С учетом этого выражение (9) представится как:

$$\dot{V} = 2\Psi\left(\frac{d\Psi}{dx}, \mathrm{A}x + \mathrm{B}u_{\text{пр}}\right) + 2\Psi\sum_{l=1}^{n}\frac{d\Psi}{dx_i}(\gamma_i, x) + 2\sum_{l=1}^{n}(\gamma_i \cdot \dot{\gamma}_i) + \frac{d(\Psi^2)}{dt} \quad (11)$$

В соответствии с поставленной целью управления (6) потребуем, чтобы полная производная функции Ляпунова удовлетворяла условию:

$$\dot{V} = 2a(x) \cdot R(\Psi, x), \quad (12)$$

где $a(x)$ – знакоотрицательная функция;

$R(\Psi, x)$ – производная положительно определенная (относительно Ψ) функция, удовлетворяющая условию

$$R(0,x) = 0. \quad (13)$$

С учетом (12) выражение (11) представится:

$$\frac{1d\Psi^2}{2dt} + \Psi\left(\frac{d\Psi}{dx}, \mathrm{A}x + \mathrm{B}u_{\text{пр}}\right) + \Psi\sum_{l=1}^{n}\frac{d\Psi}{dx_i}(\gamma_l, x) + \sum_{\mathrm{l=1}}^{\mathrm{n}}(\gamma_i \cdot \dot{\gamma}_i) = \mathrm{a(x)} \cdot \mathrm{R(\Psi, x)} \quad (14)$$

Если существует адаптивный закон управления (4), который удовлетворяет соотношению (14), то, очевидно, вышепоставленная цель управления (6) достигнута. Действительно, при выполнении соотношения (14) выполняется известные теоремы В.В.Румянцева об устойчивости по части переменных. В рассматриваемом случае это происходит по отношенияю к переменной:

$$\delta = \Psi(x,t) \neq 0.$$

Для определения искомого адаптивного закона управления из (14), предварительно (14) преобразуем к виду:

$$\frac{1 d\Psi^2}{2dt} + \Psi\left(\frac{d\Psi}{dx}, \mathrm{Ax} + \mathrm{Bu}_{\text{пр}}\right) + \sum_{l=1}^{n} \Psi \frac{d\Psi}{dx_l}\left(\gamma_i, x + \left(\frac{d\Psi}{dx_l}\right)^{-1} \cdot \Psi^{-1} \cdot \gamma_i\right) = a(x) \cdot R(\Psi, x) \quad (15)$$

Из последнего соотношения программную часть регулятора определим из соотношения:

$$\frac{1 d\Psi^2}{2dt} + \Psi\left(\frac{d\Psi}{dx}, \mathrm{Ax} + \mathrm{Bu}_{\text{пр}}\right) = a(x) \cdot R(\Psi, x) \quad (16)$$

а алгоритм настройки параметров регулятора определяется в виде

$$X^{T} + \Psi^{-1}\left(\frac{d\Psi}{dx_l}\right)^{-1} \cdot \dot{\gamma}_i = 0$$

или

$$\dot{\gamma}_i = -\Psi \cdot \frac{d\Psi}{dx_i} \cdot X^{T} \quad (17)$$

С учетом обозначений (8) и условия квазистационарности параметров объекта (2) окончательно имеем

$$(B\dot{C})_i = \Psi \cdot \frac{d\Psi}{dx_i} \cdot X^{T}, \quad i = \overline{1,n}, \quad (18)$$

где $(B\dot{C})_i$ обозначает первую строку матрицы.

Программную часть регулятора определяем из соотношения (16) по аналогичной процедуре, как это делали во второй главе. Опуская промежуточные выкладки, окончательно имеем:

$$U_{\text{пр}} = \left[a(x) \cdot \Psi^{-1} \cdot R(\Psi, x) - \left(\frac{d\Psi}{dx}, \mathrm{Ax}\right) - \frac{1 d\Psi^2}{2dt}\Psi^{-1}\right] \cdot \left(B^{T}\frac{d\Psi}{dx}, B^{T}\frac{d\Psi}{dx}\right)^{-1} \cdot B^{T}\frac{d\Psi}{dx} \quad (19)$$

Итак, вышепоставленная задача адаптивного управления программным движением решается на основании (4), (18) и (19).

Рассмотрим пример синтеза адаптивного закона управления программным движением.

Пример 1. объект управления описывается системой

$$\dot{X} = A \cdot x + B \cdot u + \Delta A x \quad (20)$$

где,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \qquad \Delta A = \begin{pmatrix} a_{11}; & a_{12} \\ a_{21}; & a_{22} \end{pmatrix};$$

При этом элементы матрицы параметрических возмущений удовлетворяют условию квазистационарности.

Пусть предписанная программа движения описывает гармонический процесс X(t) = $A\ \sin \omega t$ или

$$\psi(x_1, x) = x_1^2 + \frac{x_2^2}{\omega^2} = A^2{=}0 \quad (21)$$

Для нахождения $U_{\text{пр}}$, согласно выражения (19), выберем в качестве положительно определенной функции

$$R(\psi, x) = \psi^2(x,t)\ . \quad (22)$$

Тогда имеет место

$$a(x) \cdot \phi^{-1} R(\psi, x) = a(x) \cdot \psi\ (x,t)\ . \quad (23)$$

С учетом того, что $\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}, AX\right) = 2x_1x_2;\ \frac{\partial\psi}{\partial t} = 0$, имеем

$$U_{\text{пр}} = (\text{a}(x) \cdot \text{ф}(x,t) - 2x_1x_2)\frac{\omega^2}{2x_2} \tag{24}$$

При отсутствии параметрических возмущений. Повторяя те же рассуждения, выбор a(x) осуществляем из условий физической реализации (в данном случае это устранение в (24) деления на x_2, которая может принимать и нулевые значения). Окончательно имеем

$$U_{\text{пр}} = -\omega^2(x_1 + \text{a}_0\psi \cdot x_2)\,. \tag{25}$$

где a_0 — положительное число.

Алгоритм самонастройки параметров регулятора определяется согласно (4.18). Для рассматриваемого примера уравнение (18) распишется в виде

$$\left[\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \cdot (\dot{c}_1\dot{c}_2)\right] = \psi\frac{\partial\psi}{\partial \text{x}_2} \cdot x^{\text{т}}\,,\ i = 1.2\,.$$

или отсюда имеем

$$\begin{cases} \dot{\text{C}}_1 = \psi\dfrac{\partial\psi}{\partial \text{x}_2} \cdot x_1 \\ \dot{\text{C}}_2 = \psi\dfrac{\partial\psi}{\partial \text{x}_2} \cdot x_2 \end{cases} \tag{26}$$

С учетом выражения для ψ имеем

$$\begin{cases} \dot{C}_1 = \left(X_1^2 + \frac{X_2^2}{\omega^2} - A^2\right)\frac{2x_2\,x_1}{\omega^2} \\ \dot{C}_2 = \frac{2X_2^2}{\omega^2}\left(X_1^2 + \frac{X_2^2}{\omega^2} - A^2\right). \end{cases} \tag{27}$$

Окончательно уравнение замкнутой системы в данном примере с учетом структуры регулятора вида.

$$U = U_{\text{пр}} - CX$$

представится в виде

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \text{a}_{11}x_1 + \text{a}_{12}x, \\ \dot{x}_2 = \text{a}_{21}\,x + \text{a}_{22}x_2 - \left[x + \text{a}_0\left(x_1^2 + \frac{X_2^2}{\omega^2} - A^2\right)x_2\right] - C_1x_1 - C_2x_2, \\ \dot{C}_1 = \frac{2X_1\,X_2}{\omega^2}\left(x_1^2 + \frac{X_2^2}{\omega^2} - A^2\right), \\ \dot{C}_2 = \frac{2X_2^2}{\omega^2}\left(x_1^2 + \frac{X_2^2}{\omega^2} - A^2\right). \end{cases} \tag{28}$$

Построение адаптивного управления в общем случае.

Рассмотрим случай, когда предписанная программа движения описывается системой уравнений

$$\varphi_r\,(x,t\,) = 0, \qquad r = \overline{1,s}, \tag{29}$$

Целью управления в рассматриваемом случае является выполнение условий

$$\begin{cases} \delta_r = \varphi_r\,(x,t) \neq 0 \\ \delta_r \to 0, \qquad r = \overline{1,s} \end{cases} \tag{30}$$

Функция Ляпунова формируем в виде

$$V\,(\delta,\gamma) = \textstyle\sum_{r=1}^{s}\delta_r^2 + \sum_{i=1}^{n}(\gamma_i,\gamma_i) \tag{31}$$

где γ_i – обозначает, как и в предыдущем параграфе, 1 – ю строку матрицы $(\Delta A - BC)$

Для отыскания искомого закона сперва, вычисляем полную производную функции Ляпунова на движениях системы, затем приравняем его к произвольной знакоопределенной относительно переменных $\partial_1, \dots, \partial_n$ функций.

Рассмотрим эту схему построения искомого закона управления. Вычисляем полную производную функции Ляпунова на движениях системы. Имеем

$$\dot{V} = \textstyle\sum_{r=1}^{n} 2\Psi_r\left(\frac{d\Psi_r}{dx}, Ax + Bu_{\text{пр}}\right) + \sum_{r=1}^{n} 2\Psi_r\left(\frac{d\Psi_r}{dx}, (\Delta A + \text{BC})\text{x}\right) + \sum_{r=1}^{n} 2(\gamma_i \cdot \dot{\gamma}_i) + \sum_{r=1}^{n}\frac{d\Psi_r^2}{dt} \tag{32}$$

$$\sum_{r=1}^{n} 2\Psi_r \left(\frac{d\Psi_r}{dx}, (\Delta A - \text{BC})x\right) = \sum_{r=1}^{n} 2\Psi_r \sum_{r=1}^{n} \frac{d\Psi_r}{dx} (\gamma_i, x). \qquad (33)$$

Учитывая последнее соотношение выражения (32), запишем

$$\dot V = \sum_{r=1}^{n} 2\Psi_r \left(\frac{d\Psi_r}{dx}, Ax + Bu_{\text{пр}}\right) + \sum_{r=1}^{n} 2\Psi_r \sum_{r=1}^{n} \frac{d\Psi_r}{dx} (\gamma_1, \text{x}) + \sum_{r=1}^{n} 2(\gamma_i \cdot \dot\gamma_i) + \sum_{r=1}^{n} \frac{d\Psi_r^z}{dt}. \qquad (34)$$

В последнем выражении произведем следующие преобразования:

$$\sum_{r=1}^{n} 2\Psi_r \sum_{r=1}^{n} \frac{d\Psi_r}{dx} (\gamma_1, \text{x}) + \sum_{r=1}^{n} 2(\gamma_i \cdot \dot\gamma_i) =$$

$$= \sum_{r=1}^{n} \left[2(\gamma_i \cdot \dot\gamma_i) + \sum_{r=1}^{n} 2\Psi_r \frac{d\Psi_r}{d\text{x}_1} (\gamma_1, \text{x})\right] = \sum_{r=1}^{n} \left[2(\gamma_i \cdot \dot\gamma_i) + \sum_{r=1}^{n} \Psi \frac{d\Psi_r}{d\text{x}_1} \text{x}\right] \qquad (35)$$

С учетом последнего выражения (34) представим

$$\dot V = \sum_{r=1}^{n} 2\Psi_r \left(\frac{d\Psi_r}{dx}, Ax + Bu_{\text{пр}}\right) + \sum_{r=1}^{n} \left[2(\gamma_i \cdot \dot\gamma_i) + \sum_{r=1}^{n} \Psi \frac{d\Psi_r}{d\text{x}_1} \text{x}\right] + \sum_{r=1}^{n} \frac{d(\Psi_r^z)}{dt} \qquad (36)$$

Потребуем выполнения условия

$$\dot V = a(x) \cdot R(\delta_1 \dots, \delta_n, x). \qquad (37)$$

где a(x)- знакоотрицательная функция выбираемая из условия физической реализуемости синтезируемого закона управления;

$R(\delta_1, \dots, \delta_n, x)$ –произвольная положительно определенная по переменным $\delta_1, \dots, \delta_n$функция.

Если закон управления определить из системы (36), (37), то очевидно, согласно известным теоремам В.В. Румянцева, цель управления (30) будет достигнута. Таким образом, из систем (36), (37)

Определяем, во-первых, закон настройки параметров регулятора в виде

$$\dot\gamma_1 = - \sum_{r=1}^{n} \Psi_r \frac{\partial\Psi_r}{d\text{x}_1} x^T, \qquad (38)$$

и во-вторых, определяем программную часть закона управления. Для определения последнего имеем

$$\sum_{r=1}^{n} 2\Psi_r \left(\frac{d\Psi_r}{dx}, Ax + Bu_{\text{пр}}\right) + \sum_{r=1}^{n} \frac{d(\Psi_r^z)}{dt} = a(x) \cdot R(\delta_1 \dots, \delta_n, x). \qquad (39)$$

где $\delta_1 = \Psi_r(x, t \neq 0)$.

Запишем последнее выражение в следующем равносильном виде:

$$\sum_{r=1}^{n} 2\Psi_r \left(\frac{d\Psi_r}{dx}, Bu_{\text{пр}}\right) = a(x \cdot R(.,.,.) - \sum_{r=1}^{n} \frac{d(\Psi_r^z)}{dt} - \left(\sum_{r=1}^{n} 2\Psi_r \frac{d\Psi_r}{dx}, Ax\right). \qquad (40)$$

из уравнение (40) окончательно имеем

$$U_{\text{пр}} = \left[a(x) \cdot R(.,.,.) - \sum_{r=1}^{n} \frac{d(\Psi_r^z)}{dt} - \left(\sum_{r=1}^{n} 2\Psi_r \frac{d\Psi_r}{dx}, Ax\right)\right] \cdot \left(B^T \sum_{r=1}^{n} 2\Psi_r \frac{d\Psi_r}{dx}, B^T \sum_{r=1}^{n} 2\Psi_r \frac{d\Psi_r}{dx},\right)^{-1} \cdot B^T \sum_{r=1}^{n} 2\Psi_r \frac{d\Psi_r}{dx}. \qquad (41)$$

С учетом обозначений для γ_i и условий квазистационарности алгоритм настройки (38) окончательно запишется в виде

$$(B\dot C)_i = \sum_{r=1}^{n} \varphi_r \frac{\delta\psi_r}{\delta X_1} x^r, \; i = 1, n \qquad (42)$$

где через $(B\dot C)_i$, обозначается i-я строка матрицы ВС.

Итак, адаптивный закон управления определяется через соотношения (41), (42) и имеет структуру:

$$\text{U} = \text{U}_{\text{пр}} - \text{C} \cdot \text{X} \qquad (43)$$

Рассмотрим пример синтеза адаптивного закона управления.

Пример 2. Рассмотрим объект управления, описываемый системой

$$\dot X = \Delta x + Bu + \Delta Ax, \qquad (44)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ \Delta A = \begin{pmatrix} a_{11}(t) & 0 & 0 \\ 0 & a_{22}(t) & 0 \\ 0 & 0 & a_{33}(t) \end{pmatrix}$$

Поставим задачу осуществления движения системы (44) по прямой, описываемой уравнениями:

$$\begin{cases} \psi_1 = x_1 + x_2 + x_3 - 1 = 0, \\ \psi_2 = x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 5 = 0. \end{cases} \quad (45)$$

Управление строим в виде

$$U = U_{пр} - CX .$$

Для определения $U_{пр}$ по формуле (41) предварительно установим:

$\sum 2\psi_1 \frac{\delta\varphi_1}{\psi x} = 2(x_1 + x_2 + x_3 - 1)(1;1;1)^T$;

$\sum 2\psi_2 \frac{\delta\psi_2}{\psi x} = 2(x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 5)(1;-2;3)^T$;

$Ax = (-x_2; x_3; 0)^T$;

$\left(\sum_{r=1}^{n=2} 2\psi_r \frac{\delta\psi_r}{\psi x}, Ax\right) = 2(\psi_1 + \psi_2)x_2 + 2x_3(\psi_1 - 2\psi_2)$;

$B^T \sum_{r=1}^{n=2} 2\psi_r \frac{\delta\psi_r}{\psi x} = \begin{pmatrix} 2\psi_1 + 2\psi_2 \\ 2\psi_1 - 6\psi_2 \end{pmatrix}$;

$$\left(B^T \sum_{r=1}^{2} 2\psi_r \frac{\delta\psi_r}{\psi x}, B^T \sum_{r=1}^{2} 2\psi_r \frac{\delta\psi_r}{\psi x}\right)^{-1} = [4(\psi_1 + \psi_2)^2 + 4(\psi_1 - 3\psi_2)^2]^{-1}$$

В качестве выражения $a(x)R(\psi_1\psi_2)$ возьмем

$$a(x)R(\psi_1\psi_2) = -({\psi_1}^2 + {\psi_2}^2)$$

С учетом вышеопределенных выражений, согласно выражения (41), имеем

$$U_{пр} = [-\psi_1^2 - \psi_2^2 + 2(\psi_1 + \psi_2)x_2 - 2(\psi_1 - 2\psi_2)x_3][4(\psi_1 + \psi_2)^2 + 4(\psi_1 - 3\psi_2)^2]^{-1} \begin{pmatrix} 2\psi_1 + 2\psi_2 \\ 2\psi_1 - 6\psi_2 \end{pmatrix}; \quad (46)$$

Структура выражения (46) показывает, что она вполне физически реализуема.

Найдем алгоритм настройки параметров регулятора. Алгоритм настройки определяем по формуле (42).

Предварительно определим:

$\sum_{r=1}^{2} \psi_r \frac{\delta\psi_r}{\psi x_1} = \psi_1 + \psi_2$;

$\sum_{r=1}^{2} \psi_r \frac{\delta\psi_r}{\psi x_2} = \psi_1 - 2\psi_2$;

$\sum_{r=1}^{2} \psi_r \frac{\delta\psi_r}{\psi x_3} = \psi_1 - 3\psi_2$;

$$B\dot{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{c}_{11} & \dot{c}_{12} & \dot{c}_{13} \\ \dot{c}_{21} & \dot{c}_{22} & \dot{c}_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{c}_{11} & \dot{c}_{12} & \dot{c}_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ \dot{c}_{21} & \dot{c}_{22} & \dot{c}_{23} \end{pmatrix}$$

Подставляя найденные выражения в формулу (42), окончательно определим:

$$\begin{cases} \dot{c}_{11} = (\Psi_1 + \Psi_2)\, x_1; \\ \dot{c}_{12} = (\Psi_1 + \Psi_2)\, x_2; \\ \dot{c}_{13} = (\Psi_1 + \Psi_2)\, x_3; \\ \dot{c}_{21} = (\Psi_1 - 3\Psi_2)\, x_1; \\ \dot{c}_{22} = (\Psi_1 - 3\Psi_2)\, x_2; \\ \dot{c}_{23} = (\Psi_1 - 3\Psi_2)\, x_3; \end{cases} \quad (47)$$

Уравнение замкнутой системы, согласно найденным выражениям (46) (47), представится в виде

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + a_{11}(t) + \frac{(-\Psi_1^2 - \Psi_2^2 + 2\Psi_1 x_2 + 2\Psi_2 x_2 - 2\Psi_1 x_3 + 4\Psi_3 x_2)}{4(\Psi_1 + \Psi_2)^2 + (2\Psi_1 - 6\Psi_2)^2} \cdot 2(\Psi_1 + \Psi_2) - c_{12}x_2 - c_{13}x_3; \\ \dot{x}_2 = a_{22}(t)x_2 + x_3; \\ \dot{x}_3 = \frac{(-\Psi_1^2 - \Psi_2^2 + 2\Psi_1 x_2 + 2\Psi_2 x_2 - 2\Psi_1 x_3 + 4\Psi_3 x_2)}{4(\Psi_1 + \Psi_2)^2 + (2\Psi_1 - 6\Psi_2)^2} + a_{33}(t)x_3 - c_{21}x_1 - c_{22}x_2 - c_{23}x_3; \\ \dot{c}_{11} = (\Psi_1 + \Psi_2)\,x_1;\ \dot{c}_{12} = (\Psi_1 + \Psi_2)\,x_2;\ \dot{c}_{13} = (\Psi_1 + \Psi_2)\,x_3; \\ \dot{c}_{21} = (\Psi_1 - 3\Psi_2)\,x_1;\ \dot{c}_{22} = (\Psi_1 - 3\Psi_2)\,x_2;\ \dot{c}_{23} = (\Psi_1 - 3\Psi_2)\,x_3; \end{cases} \qquad (48)$$

Выводы. Предложена новая методика построения адаптивного управления траекторным движением управляемого объекта при параметрических возмущениях.

Приведенные модельные примеры синтеза показывают, что предлагаемые методики синтеза конструктивны и эффективны.

Список литературы

1. Галиулин А.С. Обратные задачи динамики,- М.: Наука, 1981
2. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем- М.: Наука, 1988
3. Шаршеналиев Ж.Ш., Батырканов Ж.И. Синтез систем управления с заданными показателями качества-Б.: Илим, 1991.