МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. И. РАЗЗАКОВА

ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра «Прикладная математика и информатика»

ЗАДАНИЯ ДЛЯ СРС ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«МАТЕМАТИКА-1»

Методическое указание
для студентов первого курса всех направлений очной формы обучения

Бишкек- 2015

«Рассмотрено»
на заседании кафедры
«Прикладная математика и
информатика»
Прот. №5 от 06.03.2015 г.

«Одобрено»
методическим советом
Факультета информационных
технологий
Прот. № 11 от 27.04.2015 г.

УДК 517 (07.07)

Составители: Усенов А.У., Тагаева С.Б.

Задания для СРС по дисциплине «Математика- 1»: Методическое указание для студентов первого курса всех направлений очной формы обучения /КГТУ им. И. Раззакова; Сост.: Усенов А.У., Тагаева С.Б./ - Б.:ИЦ «Текник», 2015.- 24 с.

Методическое указание содержит рекомендации к оформлению СРС по дисциплине «Математика-1», изложены типовые задачи и приведены задания для самостоятельной работы.

Предназначены для студентов первого курса всех направлений очной формы обучения.

Библиогр.: 17 назв.

Рецензент к.ф.-м.н., доц. Сабиров Я.А.

РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЙ СРС

Курс «Математика-1» предусматривает выполнение и защиту СРС №1 и СРС №2. К выполнению СРС следует приступать только после соответствующего изучения материала курса на лекциях и решения достаточного количества задач на практических занятиях.

Следует руководствоваться следующими правилами:

1. СРС должна быть выполнена в отдельной тетради в клетку чернилами любого цвета, кроме красного, с полями шириной 3-4 сантиметра для замечаний преподавателя.

2. На внешней обложке тетради должны быть написаны фамилия студента, его инициалы, группа, название дисциплины.

3. В работу должны быть включены только задания своего варианта. Вариант определяется преподавателем.

4. В конце работы следует оставить несколько чистых страниц для исправлений, дополнений по указанию преподавателя.

5. Перед решением задачи нужно полностью выписать ее условие.

СРС, выполненные без соблюдения этих правил, а также выполненные не по своему варианту или содержащие не все задачи, не проверяются, а студенты к экзамену не допускаются.

После проверки СРС, студенту следует устранить отмеченные преподавателем недочеты и, пройдя устное собеседование, получить по СРС определенные баллы. На итоговый экзамен студент должен явиться с зачтенными СРС.

ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ, ПРИВЕДЕННЫЕ В СРС
СРС №1

Задание №1. Даны матрицы:

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 3 & 0\\ 4 & 4 & -1\\ 0 & 2 & -3\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}5 & 2 & 3\\ 2 & 0 & -3\\ -3 & -4 & 0\end{pmatrix},\ E=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Найти матрицу С:

С = В · А + 2В –Е –4В · Е

Решение:

1) $$B\cdot A=\begin{pmatrix}-5+8+0 & 15+8+6 & 0-2-9\\ -2+0+0 & 6+0-6 & 0+0+9\\ 3-16+0 & -9-16+0 & 0+4+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 29 & -11\\ -2 & 0 & 9\\ -13 & -25 & 4\end{pmatrix}$$

2) $$2B=\begin{pmatrix}10 & 4 & 6\\ 4 & 0 & -6\\ -6 & -8 & 0\end{pmatrix}$$

3) $$4BE=\begin{pmatrix}20 & 8 & 12\\ 8 & 0 & -12\\ -12 & -16 & 0\end{pmatrix}$$

$$BA+2B-E-4BE=\begin{pmatrix}-8 & 25 & -17\\ -6 & -1 & 15\\ -7 & -17 & 3\end{pmatrix}\qquad C=\begin{pmatrix}-8 & 25 & -17\\ -6 & -1 & 15\\ -7 & -17 & 3\end{pmatrix}$$

Задание №2. Доказать совместность системы линейных уравнений и решить ее тремя способами: 1) по правилу Крамера; 2) матричным методом; 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases}2x+y-z=5\\ 2x-2y+4z=0\\ 7x+y-z=10\end{cases}$$

Решение:

По правилу Крамера: $x=\dfrac{\Delta x}{\Delta};\quad y=\dfrac{\Delta y}{\Delta};\quad z=\dfrac{\Delta z}{\Delta}.$

$$\Delta=\begin{vmatrix}2 & 1 & -1\\ 2 & -2 & 4\\ 7 & 1 & -1\end{vmatrix}=4-2+28-14+2-8=10$$

$$\Delta x=\begin{vmatrix}5 & 1 & -1\\ 0 & -2 & 4\\ 10 & 1 & -1\end{vmatrix}=10+40+0-20-20-0=10$$

$$\Delta y=\begin{vmatrix}2 & 5 & -1\\ 2 & 0 & 4\\ 7 & 10 & -1\end{vmatrix}=0-20+140+0-80+10=50$$

$$\Delta z=\begin{vmatrix}2 & 1 & 5\\ 2 & -2 & 0\\ 7 & 1 & 10\end{vmatrix}=-40+0+10+70-20+0=20$$

$$x=\frac{10}{10}=1;\qquad y=\frac{50}{10}=5;\qquad z=\frac{20}{10}=2.$$

Ответ: x=1 y=5 z=2

2) Матричным методом: $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & -1\\ 2 & -2 & 4\\ 7 & 1 & -1\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}5\\ 0\\ 10\end{pmatrix}$; $X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}$

$$A_{11}=\begin{vmatrix}-2 & 4\\ 1 & -1\end{vmatrix}=-2;\qquad A_{12}=-\begin{vmatrix}2 & 4\\ 7 & -1\end{vmatrix}=30;\qquad A_{13}=\begin{vmatrix}2 & -2\\ 7 & 1\end{vmatrix}=16;$$

$$A_{21}=-\begin{vmatrix}1 & -1\\ 1 & -1\end{vmatrix}=0;\qquad A_{22}=\begin{vmatrix}2 & -1\\ 7 & -1\end{vmatrix}=5;\qquad A_{23}=-\begin{vmatrix}2 & 1\\ 7 & 1\end{vmatrix}=5;$$

$$A_{31}=\begin{vmatrix}1 & -1\\ -2 & 4\end{vmatrix}=2;\qquad A_{32}=-\begin{vmatrix}2 & -1\\ 2 & 4\end{vmatrix}=-10;\qquad A_{33}=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 2 & -2\end{vmatrix}=-6.$$

$$A^{-1}=\frac{1}{10}\cdot\begin{pmatrix}-2 & 0 & 2\\ 30 & 5 & -10\\ 16 & 5 & -6\end{pmatrix}$$

$$X=A^{-1}\cdot B=\frac{1}{10}\begin{pmatrix}-2 & 0 & 2\\ 30 & 5 & -10\\ 16 & 5 & -6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5\\ 0\\ 10\end{pmatrix}=\frac{1}{10}\cdot\begin{pmatrix}-10+0+20\\ 150+0-100\\ 80+0-60\end{pmatrix}=\frac{1}{10}\cdot\begin{pmatrix}10\\ 50\\ 20\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 5\\ 2\end{pmatrix};\begin{matrix}x=1\\ y=5\\ z=2\end{matrix}$$

Ответ: x=1 y=5 z=2

3) Методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{ccc|c}2 & 1 & -1 & 5\\ 2 & -2 & 4 & 0\\ 7 & 1 & -1 & 10\end{array}\right)\div 2\to\left(\begin{array}{ccc|c}1 & -1 & 2 & 0\\ 2 & 1 & -1 & 5\\ 7 & 1 & -1 & 10\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{ccc|c}1 & -1 & 2 & 0\\ 0 & 3 & -5 & 5\\ 0 & 8 & -15 & 10\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{ccc|c}1 & -1 & 2 & 0\\ 0 & 3 & -5 & 5\\ 0 & -1 & -0 & -5\end{array}\right)$$

$$\begin{cases}x-y+2z=0\\ 3y-5z=5\\ -y=-5\end{cases}\qquad\begin{cases}x=y-2z\\ z=\dfrac{-5+3y}{5}\\ y=5\end{cases}\qquad\begin{cases}x=1\\ z=2\\ y=5\end{cases}$$

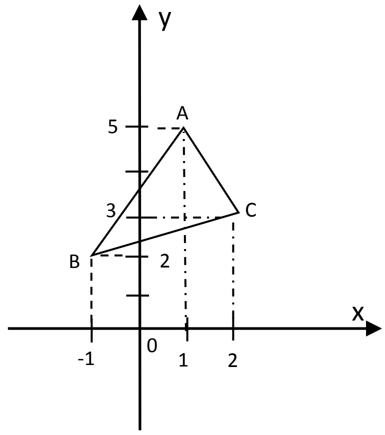
Ответ: x=1 y=5 z=2

Задание №3. Даны координаты вершин треугольника ABC. Сделав рисунок, найти: 1) длину стороны AB; 2) уравнение медианы BM; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины C; 4) внутренний угол при вершине A.

A (1;5), B(-1;2), C(2;3).

Решение:

1) $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(-1-1)^2+(2-5)^2}=\sqrt{13}(\text{åä.})$



2) М -середина АС

$$x_M=\frac{x_A+x_c}{2}=\frac{1+2}{2}=\frac{3}{2}$$

$$y_M=\frac{y_A+y_c}{2}=\frac{5+3}{2}=4 \qquad M(\frac{3}{2};4)$$

$$BM:\frac{x+1}{\frac{3}{2}+1}=\frac{y-2}{4-2}\Rightarrow\frac{x+1}{\frac{5}{2}}=\frac{y-2}{2}$$

$$4(x+1)=5(y-2)$$

$$4x-5y+14=0$$

3) $CD\perp AB\Rightarrow K_{CD}\cdot K_{AB}=-1; \qquad K_{AB}=\frac{2-5}{-1-1}=\frac{3}{2}\Rightarrow$

$$K_{CD}=-\frac{2}{3}; \quad CD\colon\ y-3=-\frac{2}{3}(x-2)$$

$$3y-9=-2x+4$$

$$2x+3y-13=0$$

4) $tgA=\dfrac{K_{AC}-K_{AB}}{1+K_{AC}\cdot K_{AB}}$

$$K_{AC}=\frac{3-5}{2-1}=-2;$$

$$tgA=\frac{-2-\frac{3}{2}}{1+(-2)\cdot\frac{3}{2}}=\frac{-\frac{7}{2}}{-2}=\frac{7}{4} \qquad \angle A=arctg\frac{7}{4}$$

Задание №4. Даны точки A, B, C, D.

Найти: 1) координаты векторов $\bar{a}=AB$, $\bar{в}=AC$, $\bar{c}=AD$. 2) скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{в}$; 3) угол φ между векторами $\bar{a}$ и $\bar{в}$; 4) направление вектора $\bar{c}$ в пространстве; 5) векторное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{в}$; 6) площадь ΔABC; 7) смешанное произведение векторов $\bar{a}$, $\bar{в}$, $\bar{c}$; 8) написать уравнение прямой AB и найти ее точки пересечения с координатными плоскостями.

A(3;-1;7), B(-1;2;-5), C(1;5;-l), D(2;9;-3).

Решение:

1) $\vec{a}=\overrightarrow{AB}=\{-1-3;2+1;-5-7\}=\{-4;3;-12\}$

$\vec{b}=\overrightarrow{AC}=\{1-3;5+1;-1-7\}=\{-2;6;-8\}$

$\vec{n}=\overrightarrow{AD}=\{2-3;9+1;-3-7\}=\{-1;10;-10\}$

2) $\vec{a}\cdot\vec{b}=(-4)(-2)+3\cdot 6+(-12)(-8)=122$

3) $\cos\varphi=\dfrac{122}{\sqrt{16+9+144}\cdot\sqrt{4+36+64}}=\dfrac{122}{13\sqrt{104}}=\dfrac{61}{13\sqrt{26}};$

4) Угол между векторами $\vec{a}$ è $\vec{b}$

$$|\vec{c}|=\sqrt{(-1)^2+10^2+(-10)^2}=\sqrt{201}$$

$$\cos a=-\frac{-1}{\sqrt{201}}; \qquad \cos\beta=\frac{10}{\sqrt{201}}, \qquad \cos\gamma=-\frac{-10}{\sqrt{201}}$$

5) Векторное произведение

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -4 & 3 & -12\\ -2 & 6 & -8\end{vmatrix}=\vec{i}\begin{vmatrix}3 & -12\\ 6 & -8\end{vmatrix}-\vec{j}\begin{vmatrix}-4 & -12\\ -2 & -8\end{vmatrix}+\vec{k}\begin{vmatrix}-4 & 3\\ -2 & 6\end{vmatrix}=48\vec{i}-8\vec{j}-18\vec{k}=\{48;-8;-18\}$$

6) Площадь Δ ABC

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot|\,\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\,|=\frac{1}{2}\cdot\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=\frac{1}{2}\sqrt{48^2+(-8)^2+(-18)^2}=\sqrt{673}\,(\text{ед.}^2)$$

7) Смешанное произведение

$$\vec{a}\cdot\vec{b}\cdot\vec{c}=\begin{vmatrix}-4 & 3 & -12\\ -2 & 6 & -8\\ -1 & 10 & -10\end{vmatrix}=240+24+240-72-60-32=340$$

8) AB: $\frac{x-3}{-4}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-7}{-12}$;

Точки пересечения с координатами осями:

С $xOy{:}z=0\Rightarrow\frac{x-3}{-4}=\frac{y+1}{3}=\frac{7}{12}\Rightarrow y=\frac{3}{4}\quad,x=\frac{2}{3}\quad\left(\frac{2}{3};\frac{3}{4};0\right)$

$C\ xOz\quad y=0\Rightarrow\ \frac{x-3}{-4}=\frac{1}{3}=\frac{z-7}{-12}\Rightarrow x=\frac{5}{3};\quad z=3\quad\left(\frac{5}{3};0;3\right)$;

$C\quad yOz\quad x=0\Rightarrow\frac{3}{4}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-7}{-12}\Rightarrow y=\frac{5}{4};\quad z=-2\quad\left(0;\frac{5}{4};-2\right)$

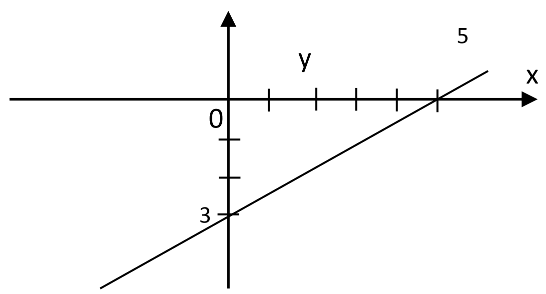
Задание №5. Привести к простейшему виду данные уравнения и установить: 1) в пунктах а); б) какую линию на плоскости они определяют; 2) в пунктах в); г) - какую поверхность. Каждый случай проиллюстрировать схематичным рисунком.

$а)3x+5y-15=0$

$б)x^2-9y=0$

$в)y^2-4x=0$

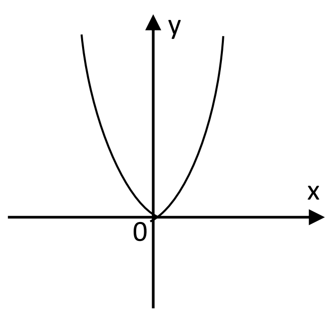
$г)4x^2+4y^2+9z^2-36=0$



Решение:

$а)3x+5y-15=0$

$y=\frac{15-3x}{5}$ прямая на плоскости

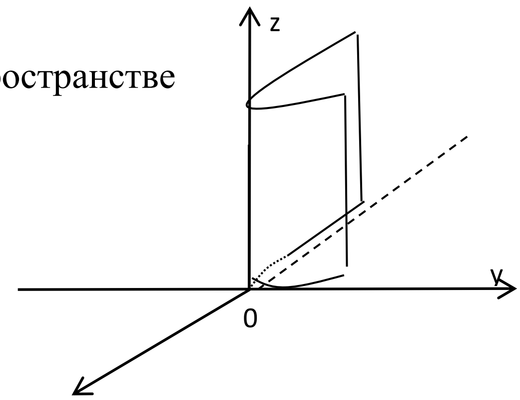


б) $x^2-9y=0$

$y=\frac{x^2}{9}$ парабола на плоскости

в) $y^2-4x=0$ параболический цилиндр в пространстве

$y^2=4x$

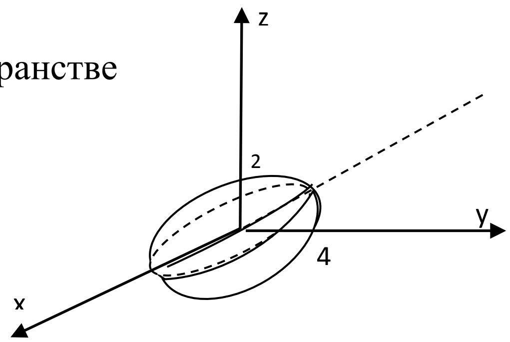


г) $4x^2+4y^2+9z^2-36=0$

$4x^2+4y^2+9z^2=36$ эллипсоид в пространстве

$$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{4}=1$$

$$a=b=3,\quad c=2$$



Задание №6. Найти пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

$$а)\ \underset{x\to 4}{Lim}\frac{2x^2-9x+4}{3x^2-13x+4};$$

$$б)\ \underset{x\to 5}{Lim}\frac{\sqrt{x-1}-\sqrt{9-x}}{x^2-25};$$

$$в)\ \underset{x\to \infty}{Lim}\frac{2x^4-9x+4}{3x^2-13x};$$

$$г)\ \underset{x\to 0}{Lim}\frac{2\sin x}{1-\cos x};$$

Решение:

$$\lim_{x\to 4}\frac{2x^2-9x+4}{3x^2-13x+4}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to 4}\frac{(x-4)(2x-1)}{(x-4)(3x-1)}=\lim_{x\to 4}\frac{2x-1}{3x-1}=\frac{7}{11}$$

б)

$$\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{x-1}-\sqrt{9-x}}{x^2-25}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to 5}\frac{x-1-9+x}{(x-5)(x+5)\left(\sqrt{x-1}-\sqrt{9-x}\right)}=\lim_{x\to 5}\frac{2x-10}{(x-5)(x+5)\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{9-x}\right.}=\lim_{x\to 5}\frac{2}{(x+5)\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{9-x}\right.}=\frac{2}{40}=\frac{1}{20}$$

в) $$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^4-9x+4}{3x^2-13x}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-\frac{9}{x}+\frac{4}{x^2}}{3-\frac{13}{x}}=\frac{\infty-0+0}{3-0}=\infty$$

г) $$\lim_{x\to 0}\frac{2\sin x}{1-\cos x}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin x}{2\sin^2\frac{x}{2}}=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}}{\sin^2\frac{x}{2}}=\lim_{x\to 0}\frac{2\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}=\lim_{x\to 0}2ctg\,\frac{x}{2}=\infty$$

СРС №2

Задание №1. В пунктах 1) – 3) найти производную $\frac{dy}{dx}$, а в пункте 4) дифференциал dy.

1) $y = 5\arccos 3x - 3^{tgx}$

$$y' = \left(5\arccos 3x - 3^{tgx}\right)' = 5\left(\arccos 3x\right)' - \left(3^{tgx}\right)' = 5\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{1-9x^2}}\right)\cdot(3x)' -$$

$$-3^{tgx}\cdot\ln 3\cdot(tgx)' = -\frac{15}{\sqrt{1-9x^2}} - 3^{tgx}\cdot\ln 3\cdot\frac{1}{\cos^2 x}$$

2) $y = \sqrt[4]{x+2}\cdot\sin 4x$

$$y' = \left(\sqrt[4]{x+2}\cdot\sin 4x\right)' = \left(\sqrt[4]{x+2}\right)'\cdot\sin 4x + \sqrt[4]{x+2}\cdot(\sin 4x)' = \frac{1}{4}(x+2)^{-\frac{3}{4}}\cdot\sin 4x +$$

$$+\sqrt[4]{x+2}\cdot 4\cos 4x == \frac{\sin 4x}{4\sqrt[4]{(x+2)^3}} + 4\sqrt[4]{x+2}\cdot\cos 4x$$

3) $y = \left(tg^2 x + x^3\right)^{10}$

$$y' = 10\left(tg^2 x + x^3\right)^9\cdot\left(tg^2 x + x^3\right)' = 10\left(tg^2 x + x^3\right)^9\cdot\left(2tgx\cdot(tgx)' + 3x^2\right) =$$

$$= 10\left(tg^2 x + x^3\right)^9\cdot\left(2tgx\cdot\frac{1}{\cos^2 x} + 3x^2\right)$$

4) $y = \dfrac{e^{7x+2}}{\ln(x^3+x)}$

$$y' = \left(\frac{e^{7x+2}}{\ln(x^3+x)}\right)' = \frac{\left(e^{7x+2}\right)'\cdot\ln(x^3+x) - e^{7x+2}\cdot\left(\ln(x^3+x)\right)'}{\left(\ln(x^3+x)\right)^2} =$$

$$= \frac{e^{7x+2}(7x+2)'\cdot\ln(x^3+x) - e^{7x+2}\cdot\frac{1}{x^3+x}\left(x^3+x\right)'}{\left(\ln(x^3+x)\right)^2} =$$

$$= \frac{7e^{7x+2}\cdot\ln(x^3+x) - e^{7x+2}\cdot\frac{3x^2+1}{x^3+x}}{\left(\ln(x^3+x)\right)^2}$$

$$dy = \frac{7e^{7x+2}\cdot\ln(x^3+x) - e^{7x+2}\cdot\frac{3x^2+1}{x^3+x}}{\left(\ln(x^3+x)\right)^2}dx$$

Задание №2 . Найти d^2y/dx^2 для функций:

$$1)\, y=\sin 2x+x^2-1,\, y'=2\cos 2x+2x,\quad \frac{d^2y}{dx^2}=-4\sin 2x+2$$

$$2)\, x^3+\cos y-2=0,\quad 3x^2-\sin y\cdot y'=0,\quad 6x-\cos y\cdot (y')^2-\sin y\cdot y''=0,$$

$$y''=\frac{6x-\cos y\cdot (y')^2}{\sin y}=\frac{6x-\cos y\cdot\left(\frac{3x^2}{\sin y}\right)^2}{\sin y}=\frac{6x\sin^2 y-9x^4\cos y}{\sin^3 y}$$

$$3)\begin{cases} x=\ln t \\ y=t^2-t \end{cases},\quad x'_t=\frac{1}{t},\quad y'_t=2t-1,\quad x''_{tt}=-\frac{1}{t^2},\quad y''_{tt}=2$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{2\cdot\frac{1}{t}-\left(-\frac{1}{t^2}\right)\cdot(2t-1)}{\left(\frac{1}{t}\right)^3}=4t^2-t$$

Задание №3. Найти неопределенные интегралы

1)

$$\int\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt{x^3}\right)^2dx=\int\left(\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^2+2x^{\frac{1}{3}}\cdot x^{\frac{3}{2}}+\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^2\right)dx=\int\left(x^{\frac{2}{3}}+2x^{\frac{11}{6}}+x^3\right)dx=$$

$$=\int x^{\frac{2}{3}}dx+2\int x^{\frac{11}{6}}dx+\int x^3dx=\frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}}+2\frac{x^{\frac{17}{6}}}{\frac{17}{6}}+\frac{x^4}{4}+C=\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5}+\frac{12}{17}\sqrt[6]{x^{17}}+\frac{x^4}{4}+C$$

2)

$$\int\frac{x-2}{x^2-4x+5}dx=\int\frac{x-2}{\left(x^2-4x+4\right)+1}dx=\int\frac{x-2}{(x-2)^2+1}dx=\left|\begin{matrix}x-2=t\\ x=t+2\\ dx=dt\end{matrix}\right|=$$

$$=\int\frac{t}{t^2+1}dt=\frac{1}{2}\int\frac{d(t^2+1)}{t^2+1}=\frac{1}{2}\ln(t^2+1)+C=\frac{1}{2}\ln(x^2-4x+5)+C$$

3) $$\int x\cdot 4^x\,dx=\left|\begin{matrix}u=x & dv=4^x\,dx\\ du=dx & v=\frac{4^x}{\ln 4}\end{matrix}\right|=x\cdot\frac{4^x}{\ln 4}-\int\frac{4^x}{\ln 4}dx=x\cdot\frac{4^x}{\ln 4}-\frac{1}{\ln 4}\cdot\frac{4^x}{\ln 4}+C$$

4)

$$\int \frac{x-4}{x(x^2+1)}dx = \left| \begin{array}{l} \dfrac{x-4}{x(x^2+1)} = \dfrac{A}{x} + \dfrac{Bx+C}{x^2+1} \\ x-4 = A(x^2+1) + (Bx+C)x \\ x=0 \quad -4=A \qquad A=-4 \\ x^2 \quad\ 0 = A+B \qquad B=4 \\ x \qquad 1=C \qquad\quad C=1 \end{array} \right| = \int\left(\frac{-4}{x} + \frac{4x+1}{x^2+1}\right)dx =$$

$$= -4\int\frac{dx}{x} + 4\int\frac{xdx}{x^2+1} + \int\frac{dx}{x^2+1} = -4\ln|x| + 4\frac{1}{2}\ln(x^2+1) + arctgx + C =$$

$$= -4\ln|x| + 2\ln(x^2+1) + arctgx + C$$

5)

$$\int\frac{\sqrt{x+2}\,dx}{1+\sqrt{x+2}} = \left| \begin{array}{l} \sqrt{x+2} = t \\ x = t^2-2 \\ dx = 2tdt \end{array} \right| = \int\frac{t\cdot 2tdt}{1+t} = 2\int\frac{t^2}{t+1}dt = 2\int\left(t-1+\frac{1}{t+1}\right)dt =$$

$$= 2\left(\frac{t^2}{2} - t + \ln(t+1)\right) + c = t^2 - 2t + 2\ln(t+1) + C = x+2-2\sqrt{x+2} + 2\ln(\sqrt{x+2}+1) + C$$

Задание №4. Вычислить определенные интегралы

1) $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{1+5x}dx = \frac{1}{5}\int_1^2\frac{d(1+5x)}{1+5x} = \frac{1}{5}\ln(1+5x)\Big|_1^2 = \frac{1}{5}(\ln 11 - \ln 6) = \frac{1}{5}\ln\frac{11}{6}$

2)

$$\int_0^4 \frac{\sqrt{x}\,dx}{1+x} = \left| \begin{array}{lll} \sqrt{x} = t & x_1 = 0 & t_1 = 0 \\ x = t^2 & x_2 = 4 & t_2 = 2 \\ dx = 2tdt & & \end{array} \right| = \int_0^2\frac{t\cdot 2tdt}{1+t^2} = 2\int_0^2\frac{t^2}{t^2+1}dt =$$

$$= 2\int_0^2\left(1-\frac{1}{t^2+1}\right)dt = 2(t - arctgt)\Big|_0^2 = 2\cdot(2-arctg\,2) - 2arctg\,0 = 2\cdot(2-arctg\,2)$$

3)

$$\int_0^e x e^{2x}dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & dv = e^{2x}dx \\ du = dx & v = \dfrac{1}{2}e^{2x} \end{array} \right| = \frac{x}{2}e^{2x}\Big|_0^e - \int_0^e\frac{1}{2}e^{2x}dx = \frac{e}{2}e^{2e} - \frac{1}{4}e^{2x}\Big|_0^e =$$

$$= \frac{e^{2e+1}}{2} - \frac{1}{4}e^{2e} + \frac{1}{4}$$

Задание №5. Найти длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t) \end{cases}$ при изменении t от t_1 до t_2.

$x = \sin t, \quad y = \cos t, \quad t_1 = -\dfrac{\pi}{2}, \quad t_2 = \dfrac{\pi}{2}$

Решение: $L=\int\limits_{t_1}^{t_2}\sqrt{(x'_t)^2+(y'_t)^2}\,dt$, $x'=\cos t,\quad y'=-\sin t$,

$$L=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{(\cos t)^2+(\sin t)^2}\,dt=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}1\cdot dt=t\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{2}-\left(-\frac{\pi}{2}\right)=\pi(ед.)$$

Задание №6. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость.

1. $\int\limits_{2}^{+\infty}\frac{\ln x}{x}dx=\lim\limits_{b\to+\infty}\int\limits_{2}^{b}\ln x d(\ln x)=\lim\limits_{b\to+\infty}\frac{\ln^2 x}{2}\Big|_2^b=\lim\limits_{b\to+\infty}\left(\frac{\ln^2 b}{2}-\frac{\ln^2 2}{2}\right)=\infty$, несобственный интеграл расходится;

2. $\int\limits_{0}^{4}\frac{dx}{\sqrt{4-x}}=\lim\limits_{\varepsilon\to4-0}\int\limits_{0}^{\varepsilon}\frac{d(4-x)}{\sqrt{4-x}}=\lim\limits_{\varepsilon\to4-0}2\sqrt{4-x}\Big|_0^{\varepsilon}=\lim\limits_{\varepsilon\to4-0}\left(2\sqrt{4-\varepsilon}-2\sqrt{4}\right)=-4$

ЗАДАНИЯ ДЛЯ СРС №1

ЗАДАНИЕ №1

1-10. Даны матрицы:

$$A=\begin{pmatrix}-1&3&0\\4&4&-1\\0&2&-3\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}5&2&3\\2&0&-3\\-3&-4&0\end{pmatrix},\ E=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

Найти матрицу С:

1. С = А ˙ В - 4А + 3Е + Е ˙ А
2. С = В ˙ А + 2В –Е –4В ˙ Е
3. С = 4А - А ˙ В + 2Е – 3Е ˙ А
4. С = 2В + В ˙ А - 7Е + Е ˙ В
5. С = А ˙ В - 4А + 3Е – В ˙ Е
6. С = В ˙ А +2В -Е + 4А ˙ Е
7. С = $А^2$ - 7В +2Е - В ˙ Е
8. С = $В^2$ - 2А + 4Е + 2А ˙ Е
9. С = 3А – $В^2$ + Е - В ˙ 4Е
10. С = 2В-$А^2$ + 4Е - А ˙ Е

ЗАДАНИЕ №2

11-20. Доказать совместность системы линейных уравнений и решить ее тремя способами: 1) по правилу Крамера; 2) матричным методом; 3) методом Гаусса.

.. $\begin{cases}x-2y+z=-3\\4x-2y-4z=1\\3x-y+3z=-4\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}x+y+2z=-1\\2x-y+2z=-4\\4x+y+4z=-2\end{cases}$

12. $\begin{cases}6x+2y-2z=-1\\3x+2y+z=2\\x-3y+2z=-5\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}5x+y-3z=-2\\4x+3y+2z=16\\2x-3y+z=17\end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x+y-z=5 \\ 2x-2y+4z=0 \\ 7x+y-z=10 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} 5x-3y+4z=6 \\ 2x-y-z=0 \\ x-2y+z=0 \end{cases}$

14. $\begin{cases} x-y+z=2 \\ 2x+3y-z=5 \\ 6x-2y+4z=7 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} 2x-3y-z=0 \\ 3x+y-4z=3 \\ x-y+3z=4 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x+3y+5z=0 \\ x+y-z=-3 \\ 3x-y+2z=0 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} x+y-z=1 \\ 2x+3y-2z=-1 \\ x+4y+z=4 \end{cases}$

ЗАДАНИЕ №3

21-30. Даны координаты вершин треугольника АВС. Сделав рисунок, найти: 1) длину стороны АВ; 2) уравнение медианы ВМ; 3) уравнение высоты проведенной из вершины С; 4) внутренний угол при вершине А.

21. А(1;-3), В(4;5), С(-1;3). 22. А(0;-3), В(3;-1). С(-1;4).
23. А(1;-1), В(2;4), С(3;-4). 24. А(1;5). В(-1;2). С(2;-3).
25. А(2;7), В(0;3), С(-1;3). 26. А(2;3), В(4;-1), С(0;4).
27. А(-1;3), В(0; 2), С(1;7). 28. А(1;4), В(0;-1). С(2;7).
29. А(0;-3), В(0;4), С(4;0). 30. А(2;-4), В(1;2), С(3;2).

ЗАДАНИЕ №4

31-40. Даны точки A, B, C, D.

Найти: I) координаты векторов $\overline{a}=AB.$ $\overline{в}=AC,$ $\overline{c}=AD$; 2) скалярное произведение векторов $\overline{a}$ и $\overline{в}$; 3) угол φ между векторами $\overline{a}$ и $\overline{в}$; 4) направление вектора $\overline{c}$ в пространстве; 5) векторное произведение векторов $\overline{a}$ и $\overline{в}$; 6) площадь ΔАВС; 7) смешанное произведение векторов $\overline{a}, \overline{в}, \overline{c}$; 8) написать уравнение прямой АВ и найти ее точки пересечения с координатными плоскостями; 9) найти точку Q, симметричную точке A относительно плоскости, проходящей через B, C, D.

31.A(1;-1;2), B(0;4;2), C(-1;l;3), D(1;1;4).
32.A(0;1;2), B(1;-3;-2), C(1;3;-1), D(2;0;-2).
33.A(4;3;5), B(-1;2;7). C(2;4;5), D(-1;2;-3).
34.A(2;3;1). B(3;0;-5). C(2;0;-2). D(0;-2;5).
35.A(3;-1;7). B(-1;2;-5). C(1;5;-l). D(2;9;-3).
36.A(3;-1;7), B(-1;5;0), C(0;-3;3), D(1;2;6).
37.A(-2;5;2), B(l;3;4), C(-1;5;6), D(4;-3;5).
38.A(1;-5;6), B(2;-1;3), C(2;-5;1). D(5;0;-1).
39.A(0;-1;2). B(1;4;5), C(3;-1;0), D(3;-1;1).
40.A(1;4;0), B(-1:3;2). C(2;-1;0), D(0;-1;3).

ЗАДАНИЕ №5

41-50. Привести к простейшему виду данные уравнения и установить: 1) в пунктах а); б); в) какую линию на плоскости они определяют; 2) в пунктах в); г) - какую поверхность. Каждый случай проиллюстрировать схематичным рисунком.

41.
$а)2x-y-6=0$
$б)4x^2+9y^2-72=0$
$в)x^2-6y=0$
$г)x^2+y^2+z^2-4x+4z=0$

42.
$а)2x+3y-12=0$
$б)4x^2+4y^2-4=0$
$в)x^2+6y=0$
$г)x^2+y^2+z^2+2x-4z=0$

43.
$а)x-3y+4=0$
$б)2x^2+5y^2-12=0$
$в)x^2+0{,}5y=0$
$г)x^2+y^2+z^2-4y+6x=0$

44.
$а)2x+y=8$
$б)x^2+y^2-6y=0$
$в)y^2+4x=0$
$г)x^2+4y^2+4z^2-16=0$

45.
$а)3x-5y-15=0$
$б)x^2+y^2+4x=0$
$в)y^2+\frac{1}{2}y=0$
$г)3x^2+9y^2+9z^2-9=0$

46.
$а)x-6y-9=0$
$б)x^2+y^2+9y=0$
$в)y^2-4x=0$
$г)x^2+y^2+9z^2-36=0$

47.
$а)5y+x-10=0$
$б)x^2+y^2-8x=0$
$в)y^2-8x=0$
$г)4x^2+4y^2+4z^2-16=0$

48.
$а)2x-3y-10=0$
$б)9x^2-4y^2-36=0$
$в)x^2-4y=0$
$г)x^2+y^2+z^2-4y=0$

49.
$а)5x-y-10=0$
$б)4x^2-y^2-8=0$
$в)x^2-\frac{1}{4}y=0$
$г)x^2+y^2+z^2-6y=0$

50.
$а)x+3y+6=0$
$б)4x^2-25y^2-100=0$
$в)x^2-5y=0$
$г)x^2+y^2+z^2+4z=0$

ЗАДАНИЕ №6

51-60. Найти пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

51.
$а)\lim\limits_{x\to -5}\frac{4x^2+30x+50}{x^2+15x+50};$
$б)\lim\limits_{x\to 4}\frac{2x-8}{\sqrt{x-2}-\sqrt{6-x}};$
$в)\lim\limits_{x\to \infty}\frac{7x^3+5x-3}{5x^2+2x+1};$
$г)\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2}{1-\cos 4x};$

52.
$а)\lim\limits_{x\to 3}\frac{10x^2-25x-15}{3x^2-4x-15};$
$б)\lim\limits_{x\to 4}\frac{\sqrt{x-1}-\sqrt{7-x}}{3x-12};$
$в)\lim\limits_{x\to \infty}\frac{7x^2-5x-3}{3x^2-4x-15};$
$г)\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2+x^3};$

53.
$$а)\ \lim_{x\to1}\frac{3x^2+5x-8}{4x^2+6x-10};$$
$$б)\ \lim_{x\to3}\frac{\sqrt{x-2}-\sqrt{4-x}}{2x-6};$$
$$в)\ \lim_{x\to\infty}\frac{4x^2+5x-8}{5x^2+3x-5};$$
$$г)\ \lim_{x\to0}\frac{1-\cos3x}{x^3};$$

54.
$$а)\ \lim_{x\to2}\frac{4x^2-7x-2}{x^2-0{,}5x-3};$$
$$б)\ \lim_{x\to2}\frac{2x-4}{\sqrt{x+2}-\sqrt{6-x}};$$
$$в)\ \lim_{x\to\infty}\frac{6x^2-7x-2}{2x^2-x-6};$$
$$г)\ \lim_{x\to0}\frac{1-\cos6x}{1-\cos2x};$$

55.
$$а)\ \lim_{x\to-2}\frac{3x^2+11x+10}{x^2+5x+1};$$
$$б)\ \lim_{x\to2}\frac{2x-4}{\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}};$$
$$в)\ \lim_{x\to\infty}\frac{9x^2+20x-1}{2x^3+x-3};$$
$$г)\ \lim_{x\to0}\frac{1-\cos6x}{6x^2};$$

56.
$$а)\ \lim_{x\to-4}\frac{7x^2+26x-8}{x^2+2x-14};$$
$$б)\ \lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x+4}-\sqrt{8-x}}{x-6};$$
$$в)\ \lim_{x\to\infty}\frac{7x^2+26x-8}{2x^2+x-28};$$
$$г)\ \lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1-\cos4x}}{2x^2};$$

57.
$$а)\ \lim_{x\to-3}\frac{2x^2+5x-3}{x^2+10x+12};$$
$$б)\ \lim_{x\to5}\frac{\sqrt{x-1}-\sqrt{9-x}}{x-25};$$
$$в)\ \lim_{x\to\infty}\frac{6x^2+5x-3}{x^2+5x+6};$$
$$г)\ \lim_{x\to0}\frac{1-\cos4x}{10x^2};$$

58.
$$а)\ \lim_{x\to4}\frac{4x^2-18x+8}{3x^2-13x+4};$$
$$б)\ \lim_{x\to3}\frac{\sqrt{10-x^2}-1}{9-3x};$$
$$в)\ \lim_{x\to\infty}\frac{2x^4-9x+4}{9x^2-13x};$$
$$г)\ \lim_{x\to0}\frac{2\sin x}{1-\cos x};$$

59.
$$а)\ \lim_{x\to3}\frac{6x^2-30x+6}{5x^2-16x+3};$$
$$б)\ \lim_{x\to1}\frac{\sqrt{5-x^2}-2}{3(1-x)};$$
$$в)\ \lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+2x-1}{4x^3-x+5};$$
$$г)\ \lim_{x\to0}\frac{1-\cos4x}{x\cdot tg2x};$$

60.
$$а)\ \lim_{x\to4}\frac{3x^2-14x+8}{4x^2-14x-8};$$
$$б)\ \lim_{x\to-2}\frac{\sqrt{x+7}-\sqrt{3-x}}{3x+6};$$
$$в)\ \lim_{x\to\infty}\frac{4x^2-14x+8}{3x^2-7x-4};$$
$$г)\ \lim_{x\to0}\frac{\cos x-\cos^3 x}{x^2}$$

ЗАДАНИЯ ДЛЯ СРС №2

ЗАДАНИЕ №1

1-10. В пунктах 1) - 3) найти производную dy/dx, а в пункте 4) – дифференциал dy.

1\. 1) $y=5\sin^6(1+x^2)-\dfrac{2}{x}$, 2) $y=\dfrac{tg5x}{\ln x}$

3) $y=(x^3-3x^2+1)^{10}$, 4) $y=(x^2+1)\cdot\arcsin4x$

2. 1) $y = 6\ln^4(x^2+1)+9x,$

3) $y = (\sin x + tgx)^{16},$

2) $y = \dfrac{e^{6x}}{x^2-4x}$

4) $y = x^4 \cdot \arccos\sqrt{x}$

3. 1) $y = cos\ln x + \sin^4 x - 2,$

3) $y = \left(2\sqrt[5]{x} - \dfrac{5}{x} + 4\right)^{16},$

2) $y = \dfrac{e^{8x}}{\sin 6x}$

4) $y = x^3 \cdot arctg\sqrt{x}$

4. 1) $y = \dfrac{1}{x} + \ln^4 x + 5\sin 3x,$

3) $y = (\cos\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})^6,$

2) $y = tg6x\sqrt{arctgx}$

4) $y = \dfrac{e^{\sin x}}{ctg9x}$

5. 1) $y = 2\cos^3 x + \sqrt[4]{x} + 5,$

3) $y = \left(20\sqrt[3]{x} - \dfrac{2}{\sqrt{x}} + 1\right)^{19},$

2) $y = \sin 8x \cdot \ln(x + x^3)$

4) $y = \dfrac{\arcsin 5x}{e^{3x}}$

6. 1) $y = 5\arccos 3x - 3^{tgx},$

3) $y = \left(tg^2 x + x^3\right)^{10},$

2) $y = \sqrt[4]{x+2} \cdot \sin 4x$

4) $y = \dfrac{e^{7x+2}}{\ln(x^3+x)}$

7. 1) $y = \pi + \ln(x + x^3),$

3) $y = \left(2\sqrt[3]{x} + \dfrac{4}{x} - 5\right)^{19},$

2) $y = e^{\sqrt{x}} \cdot \arcsin 3x$

4) $y = \dfrac{arctg5x}{\sin(2x+1)}$

8. 1) $y = \dfrac{2}{x} + arctg^4 x - 4x,$

3) $y = \left(5\sqrt[3]{x} + \dfrac{2}{x^2} - 4\right)^{16},$

2) $y = e^{4x-1} \cdot \sqrt{x^2+2x+2}$

4) $y = \dfrac{\arccos(8x-1)}{\sin 6x}$

9. 1) $y = 2\cos^3 x + \ln 3x - 2,$

3) $y = \left(x^4 + \dfrac{2}{x^2} - \sqrt[3]{x}\right)^{12},$

2) $y = \dfrac{\sin 6x}{\ln(3x+4)}$

4) $y = tg2x \cdot arctg^3 x$

10. 1) $y = \ln cosx + tg^2 x - 2,$

3) $y = \left(x^5 - \dfrac{3}{x} + 2x\right)^8,$

2) $y = e^{\sin x} \cdot \sqrt{4+x^2}$

4) $y = \dfrac{2x + e^{-x}}{arctg4x}$

ЗАДАНИЕ №2

11-20. Найти d^2y/dx^2 для функций:

11. $1)\ y = x\sin 6x,$
$2)\ x^3 + y^3 - 2 = 0,$
$3)\ \begin{cases} x = 2\sin 6t \\ y = \cos 6t \end{cases}$

12. $1)\ y = x^4 \ln x,$
$2)\ x^2 + y^2 - 2 = 0,$
$3)\ \begin{cases} x = 2e^{4t} + 5 \\ y = e^{4t} + 3 \end{cases}$

13. $1)\ y = e^{3x} + \cos 3x,$
$2)\ x^2 + \sin y = 1,$
$3)\ \begin{cases} x = t^2 + 1 \\ y = \sqrt{t} \end{cases}$

14. $1)\ y = x^2 + \sin^2 x,$
$2)\ x^3 + tgy + 1 = 0,$
$3)\ \begin{cases} x = e^{-t} + 1 \\ y = 2e^{3t} \end{cases}$

15. $1)\ y = \sin 2x + x^2 - 1,$
$2)\ x^3 + \cos y - 2 = 0,$
$3)\ \begin{cases} x = \ln t \\ y = t^2 - t \end{cases}$

16. $1)\ y = e^{4x} + x^4 - 1,$
$2)\ y^2 + \ln x + y = 0,$
$3)\ \begin{cases} x = 3\cos 5t - 4 \\ y = \sin 5t + 2 \end{cases}$

17. $1)\ y = 3\ln x + x^2 - x,$
$2)\ \ln y + x^2 - 2 = 0,$
$3)\ \begin{cases} x = \cos 2t - 1 \\ y = 4\sin 2t \end{cases}$

18. $1)\ y = \sin^2 x + \sqrt{x} - 3,$
$2)\ 2x^4 + y^4 - 1 = 0,$
$3)\ \begin{cases} x = \sin 2t \\ y = \cos^2 t \end{cases}$

19. $1)\ y = arctgx - 6x,$
$2)\ x - \sin y + 2 = 0,$
$3)\ \begin{cases} x = t^2 + 2t \\ y = (t+1)^3 \end{cases}$

20. $1)\ y = \ln(x^2 + 5),$
$2)\ x^2 + \ln y = 2,$
$3)\ \begin{cases} x = \sqrt{t} - 2 \\ y = t^3 + 5 \end{cases}$

ЗАДАНИЕ №3

21-30. Найти данные неопределенные интегралы.

21. 1) $\int \left(\sqrt[5]{x} + \frac{2}{x} + 3\sqrt{x} - 1\right)dx$ 2) $\int \frac{\sin 2x dx}{6 + \cos^2 x}$

3) $\int x \cdot \cos 6x dx$ 4) $\int \frac{(x+3)dx}{(x+1)^2(x-4)}$

5) $\int \frac{x+3}{x\sqrt{x+4}}dx$

22. 1) $\int \frac{(1+x)^2}{x(1+x^2)}dx$

2) $\int \sqrt{2+9x}dx$

3) $\int \frac{\ln x}{x^3}dx$

4) $\int \frac{(x-3)}{(x+1)\ (x^2+4)}dx$

5) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(x+1)}$

23. 1) $\int \frac{x^4 dx}{x^2+1}$

2) $\int x^2\sqrt{x^3-4}dx$

3) $\int 2xe^{-3x}dx$

4) $\int \frac{(x-2)dx}{x(x+5)\ (x+1)}$

5) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+3}}$

24. 1) $\int \left(x+\frac{4}{x^2}\right)^2 dx$

2) $\int \sqrt{4x+5}dx$

3) $\int x\cdot 3^x dx$

4) $\int \frac{(1+x)dx}{(x-4)\ (x^2+2)}$

5) $\int \frac{dx}{x+\sqrt{x+2}}$

25. 1) $\int \left(\sqrt[3]{x}+x^2\right)^2 dx$

2) $\int \frac{x^3 dx}{x^4+6}$

3) $\int \frac{3+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}dx$

4) $\int \frac{(x-1)dx}{1+x^3}$

5) $\int \ln(3x+5)dx$

26. 1) $\int \frac{5+4x\cdot\sin^2 x}{\sin^2 x}$

2) $\int \frac{x\ dx}{\sqrt{x^2+3}}$

3) $\int x\cdot\sin 6x dx$

4) $\int \frac{(x+1)dx}{x^3-1}$

5) $\int \frac{xdx}{1+\sqrt{x+1}}$

27. 1) $\int \frac{cos^2 x-2\sin x\cdot\cos^2 x+4}{\cos^2 x}dx$

2) $\int \frac{6e^{2x}}{e^{2x}+4}dx$

3) $\int \arcsin 3x dx$

4) $\int \frac{(2x+3)dx}{x(x+2)(x-3)}$

5) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+3}}$

28. 1) $\int\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt{x^3}\right)^2 dx$

2) $\int \dfrac{(x-2)dx}{x^2-4x+5}$

3) $\int x\cdot 4^x\,dx$

4) $\int \dfrac{(x-4)dx}{x(x^2+1)}$

5) $\int \dfrac{\sqrt{x+2}dx}{1+\sqrt{x+2}}$

29. 1) $\int \dfrac{(x+2)^2}{x}dx$

2) $\int \dfrac{\cos x dx}{4+\sin x}$

3) $\int \dfrac{x}{\sin^2 x}dx$

4) $\int \sin^4 x dx$

5) $\int \dfrac{\sqrt{x}dx}{1+\sqrt[9]{x}}$

30. 1) $\int\left(\dfrac{2}{x}+x^2\right)^2 dx$

2) $\int (2x+5)^{16}dx$

3) $\int arctgxdx$

4) $\int \dfrac{(x-3)}{x(x^2+1)}dx$

5) $\int \dfrac{\sqrt{x}dx}{1+\sqrt{x}}$

ЗАДАНИЕ №4

31-40. Вычислить определенные интегралы.

31. 1) $\int_0^8 \sqrt{x+1}dx$ 2) $\int_1^9 \dfrac{dx}{x+\sqrt{x}}$ 3) $\int_0^1 xe^{-x}dx$

32. 1) $\int_1^e \dfrac{\ln x}{x}dx$ 2) $\int_0^3 \dfrac{xdx}{\sqrt{x+1}}$ 3) $\int_0^{\pi/2} x\sin 2xdx$

33. 1) $\int_0^3 \sqrt{x+5}xdx$ 2) $\int_4^9 \dfrac{dx}{(x+1)\sqrt{x}}$ 3) $\int_1^e xe^{2x}dx$

34. 1) $\int_0^1 \dfrac{dx}{(1+2x)^2}$ 2) $\int_2^7 \dfrac{dx}{x\sqrt{x+2}}$ 3) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos xdx$

35. 1) $\int\limits_1^4 \frac{y-4}{\sqrt{y}}dy$ 2) $\int\limits_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+\sin x}$ 3) $\int\limits_0^{0,5} \arcsin x dx$

36. 1) $\int\limits_1^4 \frac{xdx}{1+x^2}$ 2) $\int\limits_0^{\pi/4} \frac{dx}{1+\cos^2 x}$ 3) $\int\limits_0^1 arctgxdx$

37. 1) $\int\limits_1^2 \sqrt{3x-2}dx$ 2) $\int\limits_4^9 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{x}-1}$ 3) $\int\limits_1^e \ln xdx$

38. 1) $\int\limits_1^2 \frac{dx}{(1+2x)^2}$ 2) $\int\limits_0^4 \frac{\sqrt{x}dx}{1+x}$ 3) $\int\limits_0^e xe^{2x}dx$

39. 1) $\int\limits_3^6 \sqrt{x-2}dx$ 2) $\int\limits_1^3 \frac{\sqrt{x-1}}{1+\sqrt{x-1}}dx$ 3) $\int\limits_0^1 xe^{-x}dx$

40. 1) $\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt{8x+1}}$ 2) $\int\limits_1^8 \frac{\sqrt[3]{x}dx}{1+\sqrt[3]{x}}$ 3) $\int\limits_0^1 x\cdot 2^x dx$

ЗАДАНИЕ №5

41-50. Найти длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t) \end{cases}$ при изменении t от t_1 до t_2.

41.	$x=2\sin t,$	$y=2\cos t,$	$t_1=0,$	$t_2=\pi/2$
42.	$x=t,$	$y=\frac{2}{3}\sqrt{t^3},$	$t_1=0,$	$t_2=3$ $t_2=0$
43.	$x=2t,$	$y=\frac{4}{3}\sqrt{t^3},$	$t_1=-1,$	
44.	$x=3\sin t,$	$y=3\cos t,$	$t_1=\pi/2,$	$t_2=3\pi/2$
45.	$x=t,$	$y=\sqrt{t^3},$	$t_1=-4/9,$	$t_2=0$ $t_2=3$
46.	$x=\frac{t}{2}-1,$	$y=\frac{1}{3}\sqrt{t^3},$ $y=2t^2,$	$t_1=0,$	$t_2=3$ $t_2=\pi$
47.	$x=t^2-1,$	$y=1+2\cos t,$	$t_1=1,$	
48.	$x=1-2\sin t,$		$t_1=0,$	
49.	$x=2+\cos t,$	$y=2-\sin t,$	$t_1=1,$	$t_2=4$
50.	$x=\ln t,$	$y=2\ln t,$	$t_1=1,$	$t_2=e$

ЗАДАНИЕ №6

51-60. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость.

51. 1) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+2x+2}$ 2) $\int_1^2 \frac{dx}{\ln x}$

52. 1) $\int_2^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$ 2) $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{4-x}}$

53. 1) $\int_1^{+\infty} \frac{arctgx}{1+x^2} dx$ 2) $\int_1^5 \frac{dx}{\sqrt{x-1}}$

54. 1) $\int_0^{+\infty} \frac{xdx}{1+x^2}$ 2) $\int_0^2 \frac{dx}{(x-2)^2}$

55. 1) $\int_2^{+\infty} \frac{x^2dx}{1+x^3}$ 2) $\int_0^2 \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$

56. 1) $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ 2) $\int_0^{\pi/2} tgxdx$

57. 1) $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2+4x+5}$ 2) $\int_{-2}^0 \frac{dx}{(x+2)^3}$

58. 1) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{4+x^2}$ 2) $\int_{-1}^7 \frac{dx}{\sqrt[3]{7-x}}$

59. 1) $\int_0^{+\infty} \frac{xdx}{\sqrt{x^2+1}}$ 2) $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{dx}{1+\cos x}$

60. 1) $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^2}$ 2) $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1-\cos 2x}$

Библиографический список

Учебники

1. Шнейдер В.Б., Слуцкий А.И., Шумов А.С. Краткий курс высшей математики. М.: Высшая школа, 1978, ч. I, II.
2. Игнатьева А.Е., Краснощекова Т.И., Смирнов В.Ф. Курс высшей математики. М.: Высшая школа, 1972, ч. I, II
3. Карасев А.И., Аксютина З.М., Савельев Т.Н. Курс высшей математики для экономических вузов. М.: Наука, 1982, ч. I, II.
4. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. М.: Наука, 1975.
5. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов. М.: Наука, 1970-1987, т. 1, 2.
6. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М.: Наука, 1980, 1984 и т.д.
7. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Наука, 1980, 1984 и т.д.
8. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Наука, 1980.

Задачники и руководства

9. Данко П.Б., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. М.: Высшая школа, 1986, ч. I, II.
10. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. М.: Наука, 1987.
11. Кручкович Г. И. и др. Сборник задач по курсу высшей математики/ Под ред.
    Кручкович Г. И. М.: Высшая школа, 1970.
12. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу. Для втузов. М.: Высшая школа, 1966.
13. Каплан И. А. Практические занятия по высшей математике, ч. I, II. Харьков: ХГУ, 1971
14. Лихолетов И.И., Мацкевич И.П. Руководство к решению задач по высшей математике, теории вероятностей и математической статистике. Минск: Высшая школа, 1976.
15. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям: Учебное пособие для втузов. М.: Высшая школа, 1978.

Справочники

16. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М.: Высшая школа, 1978.
17. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. М.: Наука, 1977 и т.д.

СОДЕРЖАНИЕ

Корректор ***Эркинбек к. Ж.***
Редактор ***Турдукулова А.К.***
Тех.редактор ***Кочоров А.Д***

Подписано к печати 10.07.2015 г. Формат бумаги 60х84 $^{1}/_{16}$.
Бумага офс. Печать офс. Объем 1,5 п.л. Тираж 100 экз. Заказ 346. Цена 26,65с.
Бишкек, ул. Сухомлинова, 20. ИЦ “Текник” КГТУ им. И.Раззакова, т.: 54-29-43
e-mail: beknur@mail.ru