

сечения. Характер распределения остаточных напряжений в сплавах с мартенситной деформацией несущественно отличается от таковых для сплавов с дислокационным механизмом.

3. Предложен новый метод расчета распределения деформаций различной природы и внутренних напряжений в поперечном сечении изогнутого стержня, когда он находится и под нагрузкой, и после разгрузки. Здесь для расчета внутренних остаточных напряжений отпала необходимость вводить фиктивный разгружающий момент.

Список литературы

1. Абдрахманов С.А., Ибрагимов Р.Ш., Джаналиев Н.Р. Деформация гибкой балки из материала с эффектом памяти формы. Бишкек. ИЦ "Техник", 2007. - 260 с.
2. Лихачев И.А., Кузьмин С.Л., Каменцева З.П. Эффект памяти формы. – Ленинград. Изд. ЛГУ. 1987. 216 с.
3. Медицинские материалы и имплантаты с памятью формы. Т.1. /Под ред. В.Э. Гюнтера. Томск: Изд-во МИЦ, 2011. 534 с.
4. Паскаль Ю.И., Ерофеев В.Я и др. Мартенситная деформация никелида титана. //Известия вузов. Физика. 1982. № 6. с.103 – 116.
5. Филин А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. Том 2. М. Наука. 1978. 616 с.
6. Хачин В.Н., Пушин В.Г., Кондратьев В.В. Никелид титана. Структура и свойства. –М. Наука.1992. -160 с.

References

1. Abdrakhmanov S.A., Ibragimov R.Sh., Dzhanaliev N.R. Deformation of the flexible beam from the material with shape memory effect. Bishkek. Publishing Center "Technique". 2007. -260 p.
2. Likhachev I.A., Kuzmin, S.L., Kamentsev Z.P. The shape memory effect. -Leningrad. Ed. LSU. 1987. 216 p.
3. Medical materials and implants with shape memory. V.1. / Ed. V.E. Gunther. Tomsk: Publishing House of the MIC, 2011. 534 p.
4. Pascal Y.I., Erofeev V.Y. et al. Martensitic deformation of NiTi. // Proceedings of the universities. Physics. 1982. № 6. p.103 - 116.
5. Filin A.P. Applied Mechanics of Solid Bodies. Volume 2. M. Science. 1978. 616 p.
6. Khachin V.N., Pushin V.G., Kondratiev V.V. Nickelid titanium. The structure and properties. - M. Nauka. 1992. -160 With.

УДК 663.631

ВЛИЯНИЕ УРОВНЯ ВОДЫ НА ВЕЛИЧИНУ ФИЛЬТРАЦИОННОГО РАСХОДА И НА ПРОЦЕСС ТАЯНИЯ ПОД ОСНОВАНИЕМ ВОДОЕМА

Джаманбаев М.Дж., Турсункулова З.С, д.ф-м.н., профессор, старший преподаватель Душенова У.Дж., Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова, Кыргызстан, 720044, г. Бишкек, пр. Мира, 66, jamanbaev@mail.ru

Цель статьи - исследование влияния уровня воды на величину фильтрационного расхода и на глубины таяния мерзлого грунта с помощью численно аналитического метода.

Ключевые слова: мерзлый грунт, коэффициент температуропроводности, коэффициент теплопроводности, метод конечных элементов, фронт таяния, процесс таяния под основанием водоема, фильтрационный расход, глубина таяния.

INFLUENCE OF THE WATER LEVEL FO SIZE AND FLOW FILTRATION MELTING PROCESS UNDER THE BASE POND

Jamanbaev M. Dj, Tursunkulova ZS, professor senior Lecturer senior Lecturer Dushenova U. Dj, Kyrgyz State Technical University named after I. Razzakova, Kyrgyzstan, 720044, Bishkek, Mir ave. 66, jamanbaev@mail.ru

Purpose of the article - Study of the impact of the water level on the amount of filtration of flow rate and depth of thawing frozen ground, with the help of numerical analytical method.

Keywords: frozen ground, thermal diffusivity, thermal conductivity, finite element method, the front melting, melting process under the base of the reservoir, the filtration rate, the depth of melting.

Постановка задачи. Рассматривается процесс таяния мерзлого грунта под основанием водоема

глубиной H под влиянием температуры воды. До наполнения водоема водой область под его основанием считается мерзлой. Температурно-фильтрационный процесс под основанием водоема предполагается одномерным.

Математическая модель. Считая, что температура грунта и температура фильтрующейся воды одинаковы, т.е. принимается модель Фурье-Кирхгофа (2). В зоне талого грунта учитывается фильтрация воды из водоема, а в зоне мерзлого грунта фильтрация не учитывается. Математическая модель такого процесса имеет вид согласно [1]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T_T}{\partial t} &= a_T \frac{\partial^2 T_T}{\partial x^2} - v \frac{\partial T_T}{\partial x}, \quad 0 \leq x \leq h, & (1) \\ \frac{\partial T_M}{\partial t} &= a_M \frac{\partial^2 T_M}{\partial x^2}, \quad h \leq x \leq L & (2) \end{aligned} \right\}$$

Начально-граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} t=0; \quad x \in [0, L]; \quad T_M &= f_1(x), \\ x=0, \quad T_T &= T_b, \\ x=h, \quad T_T &= T_M = T_0 \\ x=L, \quad T_M &= T_1, \end{aligned} \quad (3)$$

где соответственно - T_0, T_1 температура таяния мерзлого грунта и температура вечной мерзлоты. Условие сопряжения на границе талого и мерзлого грунта описывается уравнением Стефана:

$$\lambda_T \left[\frac{\partial T_T}{\partial x} \right]_{x=h} - \lambda_M \left[\frac{\partial T_M}{\partial x} \right]_{x=h} = q_0 w \gamma \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (4)$$

Где T_T – температура зоны талого грунта, T_M – температура мерзлого грунта, являющиеся решением начально-краевой задачи (1)-(2)-(3); T_b – температура воды; $a_T, a_M, \lambda_T, \lambda_M$ – коэффициенты температуропроводности и теплопроводности грунта в талых и мерзлых грунтах; h – глубина таяния; w – количество льда в грунте; q_0 – теплота плавления льда, γ – удельный вес грунта, v – скорость фильтрации воды из водоема.

Методика решения аналогична работам [2]. Используя идею метода конечных элементов (МКЭ), строится аналитическое решение задачи (1)-(3), удовлетворяющее начально - граничным условиям. Решения находятся отдельно для талой зоны и для мерзлой зоны. В качестве базисных функций для мерзлой зоны используются линейно-независимые частные решения уравнения теплопроводности (2)

$$\begin{aligned} T_1(x, t, a) &= e^{-\sqrt{\frac{2\pi}{a}}x} \cos\left(\sqrt{\frac{2\pi}{a}}x - 4at\right), \\ T_2(x, t, a) &= e^{-\sqrt{\frac{2\pi}{a}}x} \sin\left(\sqrt{\frac{2\pi}{a}}x - 4at\right). \end{aligned} \quad (5)$$

Аналитическое решение в мерзлой зоне имеет вид

$$T_M(x, t, a) = N_i^{(2)}(x, t, a) * T_0 + N_j^{(2)}(x, t, a) * T_1, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} N_i^k(x, t, a) &= \frac{T_2(x_j, t, a) * T_1(x_i, t, a) - T_2(x_i, t, a) * T_1(x_j, t, a)}{T_2(x_j, t, a) * T_1(x_i, t, a) - T_2(x_i, t, a) * T_1(x_j, t, a)}, \\ N_j^k(x, t, a) &= \frac{T_2(x_i, t, a) * T_1(x_i, t, a) - T_2(x_i, t, a) * T_1(x_i, t, a)}{T_2(x_j, t, a) * T_1(x_i, t, a) - T_2(x_i, t, a) * T_1(x_j, t, a)} \end{aligned} \quad (7)$$

аналоги функции формы МКЭ, т.е. при $x = x_j, N_j=1, N_i=0$; (k) – номер элемента. Для построения аналитического решения для талой зоны используется преобразование вида

$$T(x, t, a) = e^{\frac{v(x-vt)}{2a}} U(x, t, a), \quad (8)$$

которое преобразует уравнение (1) к виду

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \quad (9)$$

где $U(x, t, a)$ – новая неизвестная функция. Она находится как решение соответствующей краевой задачи через преобразование (8), a – коэффициент температуропроводности. Тогда аналитическое решение начально-краевой задачи (1)-(3) в талой зоне с учетом фильтрации запишется

$$T_T(x, t, a) = e^{\frac{v(x-vt)}{2a}} (N_i(x, t, a)U_i + N_j(x, t, a)U_j), \quad (10)$$

где $U_i = T_i e^{\frac{-v_i(x_i-v_i t)}{2a}}, U_j = T_j e^{\frac{-v_j(x_j-v_j t)}{2a}}$.

Начальная область мерзлого грунта длиной L разбивается на два элемента. Первый элемент начинается от дневной поверхности до фронта таяния, который является неизвестным и подвижным. Второй элемент начинается от фронта таяния до вечной мерзлоты глубиной L . В начальный момент наполнения водоема длина первого элемента (зона таяния) будет очень маленькой по сравнению со второй. С течением времени этот

элемент будет увеличиваться, т.е. происходит таяние мерзлого грунта под влиянием температуры воды в водоеме, а длина второго элемента будет уменьшаться. Подвижная граница (фронт таяния) находится численно решением обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка (4) методом Рунге-Кутты. Уравнение (4) означает превращение тепловой энергии в механическую.

Особенность данной методики заключается в следующем: 1) известность аналитического решения начально-краевой задачи позволила снять ограничения на шаг по времени в расчете уравнения (4) и принималась равной неделе. Расчеты проводились на период одного года; 2) в отличие от других методов здесь используются только три заданные температуры: на дне водоема поддерживается постоянная температура воды, на фронте таяния - постоянная температура $+0.01\text{C}^0$ (температура плавления льда), которая движется вместе с фронтом таяния и на конце глубины L поддерживается постоянная минусовая температура (вечная мерзлота) -1.86C^0 ; 3) используя данные наблюдения температуры в каждые моменты времени на каждом элементе, численно находятся коэффициенты теплопроводности как решение трансцендентного уравнения

$$N_i^{(2)}(x, t, b) * T_b + N_j^{(2)}(x, t, b) * T_0 = T^*,$$

$$e^{\frac{v(x-vt)}{2a}} (N_i^{(1)}(x, t, a) * U_0 + N_j^{(1)}(x, t, a) * U_1) = T^{**},$$

где T^* , T^{**} - средние значения температуры в середине каждого элемента. Согласно изложенному алгоритму произведен расчет в двух вариантах на типичном примере.

Вариант 1. Процесс таяния под основанием водоема рассматривается без учета фильтрации воды из водоема, т.е. уровень воды в водоеме не учитывался, а учитывалась только ее температура на дне водоема. Исходные данные считались равными $\lambda_T = 1.24$, $\lambda_M = 1.54$, $L = 21\text{m}$. Температура воды на дне водоема считалась равной $+6\text{C}^0$. Результаты показывают, что в течение года глубина таяния достигает 4.51m .

Вариант 2. Процесс таяния под основанием водоема рассматривается с учетом фильтрации воды из водоема глубиной $H=8\text{m}$. Математически исследуемый процесс моделируется уравнениями (1)- (4). Исходные данные были такими же, как и в предыдущем варианте, а коэффициент фильтрации считался равным $k_f=0.0312\text{м/ч.}$, пористость $m_p=0.22$. Скорость фильтрации вычислялась по формуле Дарси. В этом случае глубина таяния в течение года достигла 6.45m . График результатов расчета приведен на рис.1. По оси ОУ приведена глубина таяния, по оси ОХ - время в сутках. Как видно из графика, влияние фильтрации воды из водоема привело к увеличению глубины таяния на 2m за тот же промежуток времени, т.е. процесс таяния происходит интенсивнее. Величина фильтрационного расхода, приходящаяся на длину основания водоема в 1000м составила $Q=69.9\text{м}^2/\text{ч}$.

Вариант 3. Рассматривается этот же пример, но глубина воды водоема на два метра больше, т.е. 10m . В этом случае скорость фильтрации была больше, чем в предыдущем варианте, и глубина таяния достигла за один год 8.58m . Подъем уровня воды в пруде на два метра приводит к увеличению зоны таяния мерзлого грунта на 2.13m . т.е. чем больше глубина водоема, тем интенсивнее происходит процесс таяния. В этом случае величина фильтрационного расхода, приходящаяся на длину основания водоема в 1000м , составила $Q=79.6\text{м}^2/\text{ч}$. Как видно, подъем уровня воды на 2m . привел к увеличению глубины таяния и фильтрационного расхода. Это объясняется тем, что чем выше уровень воды в водоеме, тем интенсивнее происходит фильтрационный процесс и приводит к увеличению глубины таяния и величины фильтрационного расхода. Поэтому в целях сохранения необходимой области фильтрации, который не достигает до источников подземной и поверхностной воды, следует наполнять водоем до определенного уровня.

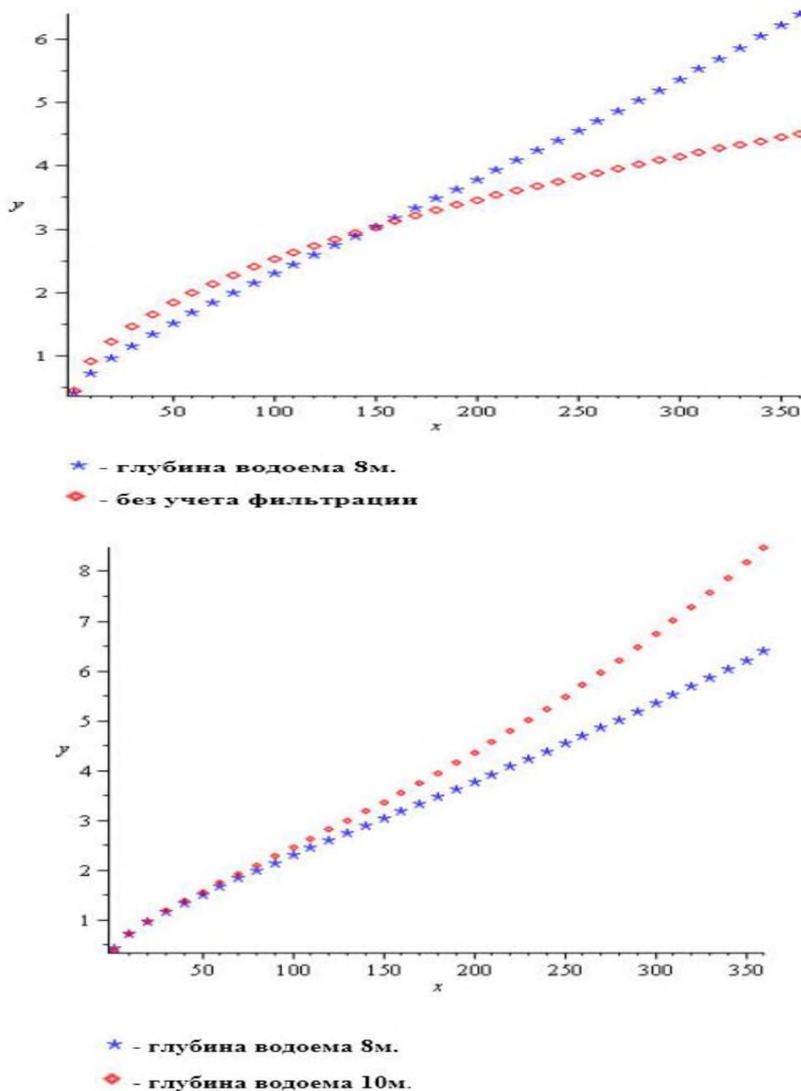


Рис. 1. Глубина протаивания

Вывод. Величина фильтрационного расхода и глубина таяния под основанием водоема значительно зависят от уровня воды в пруде и от скорости фильтрации воды из водоема.

Список литературы

1. Фельдман Г.М. Прогноз температурного режима грунтов и развития криогенных процессов. Наука. 1977. 171с.
2. Goy L., Fabre D., Menard G. Modeling of Rock Temperatures for Deep Alpine Tunnel Projects // Rock Mechanics and Rock Engineering. 1996. V. 29. N 1. 1-18.
3. Чжан Р.В. Проектирование, строительство и эксплуатация гидротехнических сооружений низкого напора в криолитозоне. Якутск: Изд-во ИМЗ СО РАН. 2000. 160 с.
4. Цыбин А.М. Некоторые вопросы расчета температурных полей, связанные со строительством и эксплуатацией гидросооружений, работающих в районах Крайнего Севера и вечной мерзлоты. Санкт-Петербург: ВНИИГ им. Б.Е.Веденеева, 1995. 344 с.
5. Bense V.F., Kooi H., Ferguson G. Read T. Permafrost degradation as a control on hydrogeological regime shifts in a warming climate// J. Geophys. Res. 2012. 117, F03036, doi:10.1029/2011JF002143.
6. Velicogna I., Tong J., Zhang T., Kimball J.S. Increasing subsurface water storage in discontinuous permafrost areas of the Lena River basin, Eurasia, detected from GRACE// Geophys. Res. Lett. 2012. 39, L09403, doi:10.1029/2012GL051623.
7. Rawlins M.A., Ye H., Yang D., Shiklomanov A., McDonald K.C. Divergence in seasonal hydrology across northern Eurasia: Emerging trends and water cycle linkages// J. Geophys. Res. 2009. 114, D18119, doi:10.1029/2009JD011747.
8. Назаров Л.А., Назарова Л.А., Кучай О.А., Панов А.В., Кальметьева З.А., Джаманбаев М.Дж. Оценка состояния и свойств подземных геомеханических объектов на основе решения обратных задач по геодезическим и сейсмологическим данным. Известия КГТУ им. И.Раззакова, № 32, с.107-112. Бишкек-2014.

References

1. Feldman G. M. Forecast soil temperature regime and development of cryogenic processes. The Science. 1977. page171.
2. Goy L., Fabre D., Menard G. Modeling of Rock Temperatures for Deep Alpine Tunnel Projects // Rock Mechanics and Rock Engineering. 1996. V. 29. N 1. 1-18.
3. Zhan R.B. Design, construction and operation of hydraulic construction of low pressure in the permafrost zone. Yakutsk: Publishing House of SB RAS IMZ. 2000. 160.
4. Tsybin A.M. Some Questions of temperature fields associated with construction and operation of hydraulic structures, working in the areas of Far North and permafrost. St. Petersburg: VNIIG. Vedeneev, 1995. 344 .
5. Bense VF, Kooi H., Ferguson G. Read T. Permafrost degradation as a control on hydrogeological regime shifts in a warming climate // J. Geophys. Res. 2012. 117, F03036, doi: 10.1029 / 2011JF002143.
6. Velicogna I, Tong J., Zhang T. Kimball J.S. Increasing subsurface water storage in discontinuous permafrost areas of the Lena River basin, Eurasia, detected from GRACE // Geophys. Res. Lett. 2012. 39, L09403, doi: 10.1029 / 2012GL051623.
7. Rawlins MA, Ye H., Yang D., Shiklomanov A., McDonald KC Divergence in seasonal hydrology across northern Eurasia: Emerging trends and water cycle linkages // J. Geophys. Res. 2009.114, D18119, doi: 10.1029 / 2009JD011747.
8. Nazarov L. A., Nazarova L.A., Panov O.A, Kalmetieva Z.A., Jamanbaev M.Dj., Assessment of the status and geomechanical properties of underground objects based on solving inverse problems for geodetic and seismological data Proceedings of KSTU. I.Razzakova, № 32, p.107-112. Bishkek 2014.

УДК 517.9

СИСТЕМА РЕШЕНИЯ РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ

$$x_{n+1} = \max \left\{ \frac{1}{x_{n-4}}, \frac{y_{n-4}}{x_{n-4}} \right\}; y_{n+1} = \max \left\{ \frac{1}{y_{n-4}}, \frac{x_{n-4}}{y_{n-4}} \right\}$$

Огул Б.М., отдел математики факультета естественных наук, Кыргызско-Турецкий университет «Манас»; младший научный сотрудник, Бишкек, Кыргызстан, burak_1745@hotmail.com

Шимшек Д., отдел прикладной математики и информатики, факультет естественных наук, Кыргызско-Турецкий университет «Манас», и.о. доцента, Бишкек, Кыргызстан, dagistan.simsek@manas.edu.kg

В данной работе,

$$x_{n+1} = \max \left\{ \frac{1}{x_{n-4}}, \frac{y_{n-4}}{x_{n-4}} \right\}; y_{n+1} = \max \left\{ \frac{1}{y_{n-4}}, \frac{x_{n-4}}{y_{n-4}} \right\} \quad (1)$$

начальные условия - положительный максимум и исследуется поведение решений разностных уравнений.

Ключевые слова: разностное уравнение, точка равновесия, полуоборот.

SYSTEM SOLUTIONS OF DIFFERENCE EQUATIONS

$$x_{n+1} = \max \left\{ \frac{1}{x_{n-4}}, \frac{y_{n-4}}{x_{n-4}} \right\}; y_{n+1} = \max \left\{ \frac{1}{y_{n-4}}, \frac{x_{n-4}}{y_{n-4}} \right\}$$

Ogul Burak, Mathematics Department, Assistant, Kyrgyzstan, 720044, c.Bishkek, KSTU named after I.Razzakov e-mail: burak_1745@hotmail.com

Shimshek Dagistan., Applied Mathematics and Informatics Department, Associate Professor, Kyrgyzstan, c.Bishkek, KTMU dagistan.simsek@manas.edu.kg

This work,

$$x_{n+1} = \max \left\{ \frac{1}{x_{n-4}}, \frac{y_{n-4}}{x_{n-4}} \right\}; y_{n+1} = \max \left\{ \frac{1}{y_{n-4}}, \frac{x_{n-4}}{y_{n-4}} \right\} \quad (1)$$

the initial conditions are chosen - a positive maximum and study the behavior of solutions of difference equations.

Keywords: Maxima of Difference Equation System, Behavior of Solutions